УДК 539.375

ПОЧАТКОВА ПЛАСТИЧНА ЗОНА У КУСКОВО-ОДНОРІДНОМУ ІЗОТРОПНОМУ ТІЛІ

INITIAL PLASTIC STRIPS AT THE CORNER POINT OF PIECE-HOMOGENEOUS ISOTROPIC BODY

Тетяна Поліщук[1], Анатолій Камінський[2], Леонід Кіпніс[1]

[1]Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини, вул. Садова, 2, м. Умань, 20300,Україна;
[2]Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, вул. Нестерова, 3, м. Київ, 03057, Україна.

The problem on calculation of a plastic prefracture zone at the corner point of piece-homogeneous isotropic body is considered. An exact solution of the corresponding problem of linear theory of elasticity is constructed by the Wiener – Hopf method.

Розглянуто симетричну задачу про розрахунок пластичної зони передруйнування в кусково-однорідному ізотропному тілі у кутовій точці межі поділу середовищ.

Нехай кусково-однорідне тіло складене з лінійно-пружних частин, що з’єднані між собою тонким пружнопластичним шаром. Зі зростанням зовнішнього навантаження біля кутової точки межі поділу середовищ, яка є гострокінцевим концентратором напружень, з’являється та розвивається пластична зона передруйнування у вигляді пари вузьких смуг, що виходять з даної точки і розташовані на цій межі. Розмір пластичної зони передруйнування вважатимемо значно меншим, ніж розміри тіла.

Оскільки з’єднуючий матеріал є пружнопластичним, переважні деформації у зоні передруйнування розвиваються за механізмом зсуву. Тому смужку-зону моделюватимемо лінією розриву дотичного переміщення, на якій дотичне напруження дорівнює границі текучості на зсув.

З урахуванням малості пластичної зони передруйнування з метою визначення її довжини приходимо до плоскої статичної симетричної задачі лінійної теорії пружності для кусково-однорідної ізотропної площини з межею поділу середовищ у формі сторін кута, яка містить розрізи скінченної довжини, що виходять з кутової точки і розташовані на цій межі.

На нескінченності реалізується асимптотика, яка є розв’язком аналогічної задачі без розрізів, що породжується єдиним на інтервалі $]-1;0[$ коренем її характеристичного рівняння. Довільна стала (параметр навантаження), яка входить у вказаний розв’язок, вважається заданою. Вона характеризує інтенсивність зовнішнього поля і повинна визначатись з розв’язку зовнішньої задачі.

Для побудови точного розв’язку задачі використовується метод Вінера – Хопфа у поєднанні з апаратом інтегрального перетворення Мелліна. На основі цього розв’язку з умови обмеженості напружень біля кінця лінії розриву дотичного переміщення виведено формулу для визначення довжини пластичної зони передруйнування. Дана формула встановлює закон розвитку міжфазних пластичних смуг малої довжини з кутової точки межі поділу середовищ у випадку, коли кусково-однорідне ізотропне тіло складене з лінійно-пружних частин. Досліджено поведінку напружень біля кутової точки за наявності міжфазних пластичних смуг.

Показано, що зі зростанням модуля параметра навантаження довжина міжфазних пластичних смуг зростає за степеневим законом. Чим більша границя текучості на зсув, тим менша довжина міжфазних пластичних смуг.

Кутова точка межі поділу середовищ за наявності міжфазних ліній розриву дотичного переміщення є концентратором напружень зі степеневою особливістю. Показник степеня сингулярності напружень залежить від кута, відношення модулів Юнга та від коефіцієнтів Пуассона. Цей показник являє собою єдиний на інтервалі $]-1;0[$ коренем певного трансцендентного рівняння.

Зі зростанням кута α від нуля до 180^0 концентрація напружень біля кутової точки за наявності міжфазних пластичних смуг послаблюється, а зі зростанням його від 180^0 до 360^0 – посилюється. Якщо кут α прямує до нуля чи до 360^0, то показник степеня сингулярності напружень прямує до -1. Якщо кут α прямує до 180^0, то показник степеня сингулярності напружень прямує до нуля. Якщо

$\alpha < 180^0$, то зі зростанням відношення модулів Юнга E_1/E_2 концентрація напружень біля кутової точки за наявності міжфазних пластичних смуг послаблюється, а якщо $\alpha > 180^0$ – посилюється. Концентрація напружень біля кутової точки за наявності пластичної зони передруйнування сильніша, ніж біля аналогічної кутової точки за відсутності міжфазних пластичних смуг.

УДК 539.3

НАПРУЖЕНИЙ СТАН У ПЛОЩИНІ З ДВОМА РІВНИМИ КРУГОВИМИ ОТВОРАМИ, З'ЄДНАНИМИ ТРІЩИНОЮ, ПРИ РОЗТЯГУ ПІД КУТОМ ДО ЛІНІЇ ЦЕНТРІВ ОТВОРІВ

STRAINED STATE IN PLAINE WITH TWO EQUAL CIRCULAR HOLES UNITED BY A CRACK UNDER TENSION TO THE CORNER FOR LINE OF CENTRES HOLES

Олександр Пономаренко

Львівський національний аграрний університет,
вул. Володимира Великого, 1, м. Дубляни, 30831, Україна.

Conduct investigation strained state in plaine with two equal circular holes united by a crack under tension to the corner for line of centres holes. The analysis is treated by applying bipolar coordinates.

Розглянуто ізотропну пластину з двома круговими отворами рівних радіусів, з'єднаними прямолінійною тріщиною. Пластина перебуває в умовах розтягу зусиллями p в напрямі, що складає кут φ з лінією центрів отворів . Визначено напружений стан в пластині за умови, що по контурах отворів і до країв тріщини не прикладено ніяких зовнішніх зусиль.

Результати, отримані при розв'язуванні даної задачі, дають можливість оцінити вплив тріщини, що з'єднує отвори, на значення максимального коефіцієнта концентрації напружень в порівнянні з випадком її відсутності.

Основна функція напружень має вигляд:

$$U_0(x,y) = \frac{p}{2}(x\sin\varphi - y\cos\varphi)^2.$$

Повну функцію напружень подамо у вигляді:

$$U(x,y) = \sum_{i=1}^{3}\left[U_{0,i}(x,y) + k_i U_{1,i}(x,y)\right],$$

де $k_1 = \frac{1}{2}\sin^2\varphi,\ k_2 = \frac{1}{2}\cos^2\varphi,\ \ k_3 = -\frac{1}{2}\sin 2\varphi.$

В біполярних координатах отримаємо:

$$gU(\alpha,\beta) = \sum_{i=1}^{3}\left[gU_{0,i}(\alpha,\beta) + k_i gU_{1,i}(\alpha,\beta)\right] = \sum_{i=1}^{3} gU_i(\alpha,\beta).$$

Застосовуючи розв'язок, отриманий нами для чистого зсуву, а також розв'язки Kyohei Mori, маємо:

$$\frac{gU_1}{k_1} = gx^2 + D_1\alpha\, sh\,\alpha + \tilde{K}(ch\,\alpha - \cos\beta)\ln(ch\,\alpha - \cos\beta) +$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}\left[A_n^{(1)}\, ch\,(n+1)\alpha + B_n^{(1)} ch\,(n-1)\alpha\right]\cos n\beta,$$

$$g\frac{U_2}{k_2} = gy^2 + D_2\alpha\, sh\,\alpha + \tilde{\tilde{K}}(ch\,\alpha - cos\beta)\ln(ch\,\alpha - \cos\beta) +$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}\left[A_n^{(2)} ch\,(n+1)\alpha + B_n^{(2)} ch\,(n-1)\alpha\right]\cos n\beta,$$