

**Міністерство освіти і науки України  
Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини**

**М.О. Медведєва**

**ДИСКРЕТНА  
МАТЕМАТИКА  
з елементами інформаційних  
технологій**

**Навчальний посібник**

Умань  
УКВПП  
2017

**УДК 519.1:004(075.9)**  
**М 42**

*Рекомендовано до друку Вченою радою  
факультету фізики, математики та інформатики  
Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини  
(протокол №4 від 23 листопада 2017 р.)*

Рецензенти: **КІПНІС Л.А.**, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри вищої математики та методики навчання математики Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини

**ВАКАЛЮК Т.А.**, кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики та інформатики Житомирського державного університету імені Івана Франка

**М 42** Медведєва М.О. Дискретна математика з елементами інформаційних технологій: навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів / М.О. Медведєва – Умань : УКВПП. – 2017. – 168 с.

Посібник написано відповідно до діючої програми з курсу «Дискретна математика» для фізико-математичних факультетів педагогічних університетів. Матеріал орієнтований на прикладні задачі комп'ютерних спеціальностей виклад основних визначень, операцій і властивостей п'яти базових розділів дискретної математики – теорії множин, комбінаторики, булевої алгебри, графів та кінцевих автоматів.

Даний посібник містить лекційний матеріал, а також рекомендації до використання інформаційно-комунікаційних технологій при вивченні певних тем.

Посібник розрахований на студентів фізико-математичних факультетів всіх форм навчання.

**УДК 519.1:004(075.9)**  
© М.О. Медведєва, 2017

# ЗМІСТ

<b>Вступ</b>	7
<b>Розділ I. ТЕОРІЯ МНОЖИН</b>	8
Тема 1. Основні поняття теорії множин	8
1.1. Основні поняття і завдання множин	8
1.2. Операції над безлічами. Формули. Тотожності	9
1.3. Доказ тотожностей. Булева алгебра множин	10
1.4. Узагальнення операцій. Подвійність	11
Тема 2. Рівняння. Покриття і розбивки. Потужність	13
2.1. Рівняння	13
2.2. Покриття і розбивки	13
2.3. Потужність множин. Рахункові і континуальні безлічі	14
Тема 3. Упорядковані множини. Графіки	17
3.1. Упорядковані множини	17
3.2. Графіки	18
Тема 4. Відповідності, образи і прообрази. Відображення і діаграми	21
4.1. Відповідності	21
4.2. Образи і прообрази	24
4.3. Відображення і діаграми	24
Тема 5. Відношення	27
5.1. Основні поняття відношень	27
5.2. Множинні операції відношень	29
Тема 6. Спеціальні операції над відношеннями	31
6.1. Перестановка, ототожнення, приписування фіктивної	31
6.2. Згортка де Моргана, суперпозиція	33
Тема 7. Основні властивості відношень	36
7.1. Успадковані властивості відношень	36
7.2. Спеціальні властивості відношень	39
Тема 8. Спеціальні види відношень	42
8.1. Еквівалентність	42
8.2. Порядок	44
8.3. Толерантність	46
8.4. Квазіпорядок	48
Тема 9. Замикання відношень. Спеціальні функції. Операції	50
9.1. Замикання відношень	50
9.2. Спеціальні функції	51
9.2.1. Підстановки	51
9.2.2. Послідовності	52
9.2.3. Функціонали	52
9.2.4. Функції, зберігаючи алгебраїчні властивості і структури	52
9.3. Операції	53
9.3.1. Загальні визначення операцій	53
9.3.2. Властивості операцій	55

<b>Розділ II. КОМБІНАТОРИКА</b>	57
Тема 10. Комбінаторика. Базові методи	57
10.1. Вибірка елементів	57
10.2. Правило суми і добутку	58
10.3. Перестановки	58
10.4. Сполучення	59
10.5. Рекурентні співвідношення	60
10.6. Біном Ньютона	61
Тема 11. Комбінаторика. Додаткові методи	63
11.1. Поліноміальні виробляючі функції	63
11.2. Експонентні виробляючі функції	65
11.3. Принцип включення і виключення	66
11.4. Розбивки	67
<b>Розділ III. БУЛЄВА АЛГЕБРА</b>	70
Тема 12. Булеві функції	70
12.1. Логічні функції	70
12.2. Булеві функції	70
12.3. Логічні формули	72
Тема 13. Завдання булевих функцій. Приведення формул	74
13.1. Способи завдання булевих функцій	74
13.1.1. Табличний спосіб	74
13.1.2. Аналітичний спосіб	74
13.1.3. Геометричний спосіб	76
13.1.4. Чисельний спосіб	77
13.2. Приведення формул булевої алгебри до досконалої форми	77
Тема 14. Булева алгебра. Спрощення. Подвійність	79
14.1. Булева алгебра	79
14.2. Спрощення запису формул	80
14.3. Подвійність формул булевої алгебри	82
14.4. Булева алгебра множин	83
Тема 15. Алгебра Жегалкіна. Типи функцій. Логічні схеми	85
15.1. Алгебра Жегалкіна	85
15.2. Типи булевих функцій	86
15.3. Функціональна повнота	87
15.4. Логічні (перемикальні) схеми	88
15.5. Канонічна задача синтезу логічних схем	90
Тема 16. Графічна та таблична мінімізація	92
16.1. Графічний метод мінімізації булевих функцій	92
16.2. Табличний метод мінімізації	93
Тема 17. Аналітична мінімізація. Базові методи	97
17.1. Аналітичні методи мінімізації	97
17.1.1. Комплекс кубів	97
17.1.2. Постановка задачі	98

17.2. Метод Квайна	99
17.3. Алгебраїчний метод одержання мінімального покриття (алгоритм Петрика)	101
Тема 18. Аналітична мінімізація. Додаткові методи	103
18.1. Модифікований метод Квайна - Мак-Класки	103
18.2. Метод Блейка – Порецького	105
18.3. Мінімізація частково визначених функцій	106
Тема 19. Логіка предикатів	109
19.1. Висловлення предикатів	109
19.2. Логіка предикатів	109
19.3. Правила застосування кванторів	111
<b>Розділ IV. ГРАФИ</b>	114
Тема 20. Визначення і представлення графів	114
20.1. Основні визначення	114
20.2. Способи представлення графів	117
Тема 21. Визначення графів. Зважені графи	122
21.1. Основні визначення (продовження)	122
21.2. Зважені (відзначені) графи	125
Тема 22. Теоретико-множинні операції над графами	127
22.1. Операції над графами	127
22.2. Властивості операцій над графами	129
Тема 23. Характеристики графів. Представлення к ЄОМ	132
23.1. Чисельні характеристики графів	132
23.1.1. Ступінь вершин	132
23.1.2. Цикломатичне число	132
23.1.3. Хроматичне число	133
23.1.4. Множина внутрішньої стійкості	133
23.1.5. Множина зовнішньої стійкості	134
23.2. Представлення графів у пам'яті ЕОМ	135
<b>Розділ IV. КІНЦЕВІ АВТОМАТИ</b>	137
Тема 24. Функціонування абстрактного автомата	137
24.1. Абстрактний автомат	137
24.2. Способи завдання автоматів	138
24.2.1. Табличний спосіб	138
24.2.2. Графічний спосіб	140
24.3. Розширення функцій $\delta$ і $\lambda$	140
Тема 25. Синхронні та асинхронні автомати. Перетворення	142
25.1. Синхронні й асинхронні автомати	142
25.2. Асинхронні тактуємі автомати	143
25.3. Перетворення автоматів Мілі і Мура	143
25.3.1. Перетворення Мура в Мілі	144
25.3.2. Перетворення Мілі в Мура	145
25.4. Сполучена модель автоматів – С- автомат	147
Тема 26. Композиції автоматів	149

26.1. Композиція автоматів	149
26.1.1. Рівнобіжне з'єднання	149
26.1.2. Послідовне з'єднання двох автоматів	151
26.1.3. З'єднання зі зворотним зв'язком	152
26.2. З'єднання автоматів з вихідною функцією	153
Тема 27. Мережі автоматів	156
27.1. Мережі автоматів	156
27.2. Еквівалентні автомати мережі	157
<b>Розділ V. ВИКОРИСТАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ПРИ ВИВЧЕННІ ДИСКРЕТНОЇ МАТЕМАТИКИ</b>	159
Тема 28. Використання ІКТ при вивченні дискретної математики	159
<b>Література</b>	168