

УДК 539.375

© 1997 А.А.Каминский, Л.А.Кипнис, В.А.Колмакова

**РАСЧЕТ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ЗОНЫ В КОНЦЕ ТРЕЩИНЫ  
В РАМКАХ МОДЕЛИ «ТРЕЗУБЕЦ»**

Начальную пластическую зону вблизи конца трещины нормального разрыва в однородном изотропном упругопластическом теле в условиях плоской деформации принято моделировать двумя исходящими из него прямыми линиями скольжения [7]. Однако результаты недавних экспериментов [3, 4] показали, что наряду с боковыми пластическими зонами, прямо перед фронтом трещины находится пластическая зона предразрушения, которая по протяженности значительно меньше боковых пластических зон и в которой уровень напряжений чрезвычайно высок. Процесс начального пластического деформирования вблизи конца трещины точнее описывает модель «трезубец». В соответствии с этой моделью помимо упомянутых линий скольжения, из конца трещины исходит еще одна пластическая полоса — линия Дагдейла. Ее длина значительно меньше длины линий скольжения. С использованием аппарата интегрального преобразования Меллина и метода Винера-Хопфа выводятся формулы, выражающие длины пластических полос и раскрытие трещины в ее конце через коэффициент интенсивности напряжений.

**§1.** В условиях плоской деформации рассмотрим задачу о начальном развитии пластических деформаций вблизи конца трещины нормального разрыва в однородном изотропном идеально упругопластическом теле. Поскольку размер начальной пластической зоны мал по сравнению с длиной трещины и всеми другими размерами тела и исследуется напряженно-деформированное состояние вблизи ее конца, тело в рассматриваемой задаче можно считать бесконечной упругопластической плоскостью, содержащей полу бесконечную трещину. На бесконечности реализуется известная асимптотика, характерная для трещин нормального разрыва. Входящий в нее коэффициент интенсивности напряжений  $K_1$  считается заданным по условию задачи.

Основываясь на результатах экспериментов, о которых говорится ниже, примем такой механизм начального развития пластических деформаций вблизи конца трещины. Следуя широко практикуемой в настоящее время и подтверждаемой многочисленными экспериментами гипотезе локализации [7], предполагаем, что пластические деформации в начальной стадии своего развития концентрируются в тонких слоях материала — полосах пластичности. Вначале из конца трещины с ростом внешней нагрузки развиваются две прямолинейные пластические полосы, составляющие с ее продолжением угол  $\alpha$  и представляющие собой линии скольжения. На линии скольжения допускается разрыв лишь касательного смещения, а касательное напряжение равно пределу  $\tau_s$  текучести на сдвиг. Угол  $\alpha$ , определяемый на основе построенного в [13] точного решения соответствующей статической задачи из условия максимума длины скольжения, приблизительно равен  $72^\circ$ . Исследования показывают, что точка плоскости, из которой исходят трещина и линии скольжения, является концентратором напряжений, но более слабым, чем конец трещины. Следовательно, возникновение развивающихся из конца трещины линий скольжения не ликвидирует особенность напряжений в нем, а лишь ослабляет ее по сравнению с классической. Через некоторое время по мере дальнейшего увеличения внешней нагрузки вместе с продолжающими свое развитие прямыми линиями скольжения из конца трещины, как из концентратора напряжений, начнет развиваться третья пластическая полоса, расположенная на ее продолжении и представляющая собой линию Дагдейла [14]. На линии Дагдейла допускается разрыв лишь нормального смещения, а нормальное напряжение равно пределу теку-

рузках размер этой зоны невелик, то с ростом нагрузки данная пластическая зона предразрушения превращается в зону деструкции материала, отличающуюся максимально высоким уровнем пластических деформаций, наличием в ней пор и микротрещин. По мере роста нагрузки происходит увеличение зон пластичности, изменение угла наклона боковых зон пластичности, который на последующих этапах процесса разрушения составляет около  $50^\circ$ .

В связи со сказанным отметим, что рассмотренная выше модель и решение сформулированной выше задачи носят общий характер и пригодны также для исследования процесса разрушения на последующих его этапах. В этих случаях в модели «трезубец» надо брать угол  $\alpha$ , который соответствует рассматриваемому этапу процесса разрушения.

Для упрочняющихся материалов вместо параметра  $\sigma_s$  желательно вводить параметр  $\sigma_b$  (предел прочности материала), поскольку деформации в зоне предразрушения на этапах страгивания и роста трещины, как следует из [3, 4], достигают чрезвычайно высокого уровня (до 50%), а, следовательно, напряжения в этой зоне значительно превосходят предел текучести материала.

**РЕЗЮМЕ.** В умовах плоскої деформації розглядається задача про розвиток пластичних деформацій біля кінця тріщини нормального розриву в однорідному ізотропному пружнопластичному тілі. Пластична зона моделюється трьома прямолінійними пластичними смугами, що виходять з кінця тріщини, з яких дві являють собою лінії ковзання, а третя — лінію Дагдейла (модель «трезубець»). Довжина лінії Дагдейла значно менша, ніж довжина лінії ковзання. За допомогою апарату дінтегрального перетворення Мелліна і методу Вінера-Хопфа виводяться формулі, які виражають довжини пластичних смуг та розкриття тріщини в її кінці через коефіцієнт інтенсивності напруження.

**SUMMARY.** The problem of development of plastic deformations near the end of the crack of normal rupture is considered under plane strain. The plastic zone is modeled by three rectilinear plastic strips, emerging from the end of the crack (two slip-lines and Dugdale's line, the length of which is considerably less than the length of the first ones). The formulae for the lengths of plastic strips have been obtained by Wiener-Hopf method.

1. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. — М.: Наука, 1977. — 640 с.
2. Данилович А.М. Пластичные течения близ вершини довильно ориентированной трещини при плоской деформации //Физ.-хим. механика материалов. — 1993. — 29, № 6. — С. 93 — 96.
3. Каминский А.А., Нижник С.Б. Исследование закономерностей изменения пластической зоны у края трещины и характеристика трещиностойкости металлических материалов в зависимости от их структуры (Обзор) //Прикл.механика. — 1995. — 31, № 10. — С. 3 — 27.
4. Каминский А.А., Усикова Г.И., Дмитриева Е.А. Экспериментальное исследование распределения пластических деформаций в окрестности вершины трещины при статическом нагружении //Там же. — 1994. — 30, № 11. — С. 69 — 75.
5. Кипнис Л.А. Линия скольжения вершине прямоугольного клина жестко защемленной гранью //Изв. АН СССР. Механика твердого тела. — 1989. — № 4. — С. 102 — 103.
6. Кипнис Л.А. Линии скольжения в угловой точке границы раздела различных сред //Прикл.математика и механика. — 1989. — 53, № 6. — С. 1028 — 1033.
7. Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие: В 4 т. Т.1 Основы механики разрушения материалов /Панасюк В.В., Андрейкив А.Е., Парсон В.З. — К.: Наук.думка, 1988. — 488 с.
8. Нобл Б. Применение метода Винера-Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. — М.: Изд-во иностр. лит., 1962. — 279 с.
9. Панасюк В.В., Саврук М.П., Данилович А.М. Развитие вторичных смуг пластичности близ трещины вдоль в пластине //Физ.-хим. механика материалов. — 1995. — 31, № 2. — С. 7 — 13.
10. Саврук М.П., Данилович А.М. Распространение полос скольжения у вершины краевой трещины при плоской деформации //Прикл.механика. — 1994. — 30, № 1. — С. 56 — 61.
11. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. — Л.: Наука, 1967. — 402 с.
12. Черепанов Г.Л. Механика хрупкого разрушения. — М.: Наука, 1974. — 640 с.
13. Черепанов Г.Л. Пластические линии разрыва в конце трещины //Прикл.математика и механика. — 1976. — 40, № 4. — С. 720 — 728.
14. Dugdale D.S. Yielding of steel sheets containing slits //J.Mech. and Phys. Solids. — 1960. — 8, N 2. — P. 100 — 104.

Ин-т механики им. С.П.Тимошенко  
НАН Украины, Киев (Украина)  
Уманский пед. ин-т (Украина)

Поступила 23.04.94