

А. А. Каминский¹, Л. А. Кипнис², В. А. Колмакова²

О МОДЕЛИ ЗОНЫ ПРЕДРАЗРУШЕНИЯ В КОНЦЕ ТРЕЩИНЫ, ВЫХОДЯЩЕЙ НА НЕГЛАДКУЮ ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА УПРУГИХ СРЕД

¹Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,

ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: fract@inmtech.kiev.ua

²Уманский государственный педагогический университет им. П. Тычины,

ул. Садовая, 2, 20300, Украина;

e-mail: verakolm@mail.ru

Abstract. A plane symmetric problem on calculation of a process zone at the crack tip, which is located on the non-smooth interface of isotropic elastic media, is considered. The process zone is modeled by lines of discontinuity of the normal displacement, which are located on the interface. The exact solution of the corresponding problem of the theory of elasticity is constructed by the Wiener-Hopf method.

Key words: process zone, interface, crack, Wiener-Hopf method.

Введение. Высокая трещиностойкость композитных материалов вызвана процессом торможения трещин на границах раздела компонентов этих материалов [15, 16]. Этим объясняется актуальность исследований развития трещин, выходящих на границу раздела двух различных сред. Если решению задач о развитии трещин, расположенных на границах раздела различных сред, посвящена обширная литература [1, 2, 4, 5, 8, 13, 17, 20, 21], то исследований, посвященных развитию трещин, выходящих на границы раздела сред, значительно меньше.

Когда трещина выходит на границу раздела сред с разными механическими свойствами, то вследствие высокой интенсивности напряжений в её вершине, как показывают многие исследования, возможны частичные расслоения связанных материалов вдоль границы раздела (зона предразрушения). Обычно такие зоны предразрушения моделируют линиями разрыва нормального смещения в случае хрупкого связующего (обобщенная модель Леонова – Панасюка [1, 8, 11]) или пластическими линиями скольжения в случае пластического связующего (модифицированная модель Г.П. Черепанова [3, 5, 17]). Для исследования механизма разрушения кусочно-однородных сред важно знать интенсивность напряжений в вершине трещины, тип её особенности, размер зон предразрушения и характер их влияния на интенсивность напряжений. Значения особенностей (сингулярностей) напряжений в конце трещины, выходящей на границу раздела различных сред, позволяет более эффективно разрабатывать численные методы расчетов напряженного состояния кусочно-однородных тел сложной структуры с трещинами. Практическая необходимость решения такого рода задач также связана с разработкой теории механики разрушения клеевых соединений при учете реологических свойств связующего клея (пластических, хрупких, вязкоупругих и др.)

Для кусочно-однородного упругопластического тела плоские симметричные задачи о расчете зоны предразрушения в конце трещины, выходящей на негладкую гра-

Если $1 < e_0 \leq e_0^{(3)}$, то с увеличением угла α интенсивность напряжений у фронта трещины усиливается ($\lambda_1(0) = 0, \lambda_1(\pi) = -1/2$).

Пусть $e_0^{(3)} < e_0 \leq e_0^{(4)}$. С ростом угла α интенсивность напряжений сначала усиливается, а затем ослабевает. При $\alpha = \alpha_{\min}(e_0)$ интенсивность напряжений будет наибольшей. С увеличением e_0 угол α_{\min} и $\lambda_1(\alpha_{\min})$ уменьшаются. Если $e_0 \rightarrow e_0^{(3)}$, то $\alpha_{\min} \rightarrow \pi$.

Пусть $e_0 > e_0^{(4)}$. При $0 < \alpha < \alpha_3(e_0)$ ($\lambda_1(\alpha_3) = 0$) угловая точка O не является концентратором напряжений. С увеличением e_0 угол α_3 увеличивается и стремится к $\pi/4$ при $e_0 \rightarrow \infty$. С ростом угла α от $\alpha_3(e_0)$ до $\alpha_{\min}(e_0)$ интенсивность напряжений усиливается, а с ростом его от $\alpha_{\min}(e_0)$ до π — ослабевает. Угол α_{\min} и $\lambda_1(\alpha_{\min})$ уменьшаются с увеличением e_0 , причем $\alpha_{\min} \rightarrow \pi/2$, а $\lambda_1(\alpha_{\min}) \rightarrow -1$ при $e_0 \rightarrow \infty$. Значениям e_0 , равным 2 и 3, соответствуют значения $\alpha_3^0, \alpha_{\min}^0, -\lambda_1(\alpha_{\min})$, равные $42,4^\circ; 109,6^\circ; 0,5270$ и $43,1^\circ; 98,5^\circ; 0,5834$.

При $\alpha^0 \leq 47^\circ$ с ростом e_0 ($0 < e_0 < \infty$) интенсивность напряжений у фронта трещины ослабевает, а при $\alpha^0 \geq 49^\circ$ — усиливается.

РЕЗЮМЕ. Розглянуто плоску симетричну задачу про розрахунок зони передруйнування у кінці тріщини, яка виходить на негладку межу розділу ізотропних пружних середовищ. Зона передруйнування моделюється лініями розриву нормального переміщення, що розташовані на цій межі. Точний розв'язок відповідної задачі теорії пружності побудовано методом Вінера – Хопфа.

1. Бакиров В.Ф., Гольдштейн Р.В. Модель Леонова – Панасюка – Дагдейла для трещины на границе соединения материалов // Прикл. математика и механика. – 2004. – 68, № 1. – С. 170 – 179.
2. Гузь А.Н. Критические явления при движении трещины в границе раздела двух материалов с начальными напряжениями. 1. Постановка задачи. Основные соотношения // Прикл. механика. – 2002. – 38, № 4. – С. 49 – 59.
3. Дудик М.В., Кипнис Л.А., Павленко А.В. Расчет пластических линий скольжения в конце трещины, выходящей на границу раздела различных сред // Прикл. механика. – 2002. – 38, № 2. – С. 90 – 95.
4. Дундурс Дж., Комниноу М. Обзор и перспектива исследования межфазной трещины // Механика композитных материалов. – 1979. – № 3. – С. 387 – 396.
5. Каминский А.А., Кипнис Л.А., Колмакова В.А. О модели Дагдейла для трещины на границе раздела различных сред // Прикл. механика. – 1999. – 35, № 1. – С. 63 – 68.
6. Каминский А.А., Нижник С.Б. Исследование закономерностей изменения пластической зоны у края трещины и характеристик трещиностойкости металлических материалов в зависимости от их структуры (обзор) // Прикл. механика. – 1995. – 31, № 10. – С. 3 – 27.
7. Каминский А.А., Усикова Г.И., Дмитриева Е.А. Экспериментальное исследование распределения пластических деформаций в окрестности вершины трещины при статическом нагружении // Прикл. механика. – 1994. – 30, № 11. – С. 69 – 75.
8. Лобода В.В., Шевелева А.Е. Определение зон предразрушения у края трещины между двумя упругими ортотропными телами // Прикл. механика. – 2003. – 39, № 5. – С. 76 – 82.
9. Нобл Б. Применение метода Винера – Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. – М.: Изд-во иностр. лит., 1962. – 279 с.
10. О поведении напряжений вблизи конца трещины, выходящей на границу раздела различных сред / А.А.Каминский, М.В.Дудик, В.Н.Дякон, Н.И.Затула // Теорет. и прикл. механика. – Харьков: Основа, 2001. – Вып. 32. – С. 103 – 108.
11. Ланаска В.В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. – К.: Наук. думка, 1968. – 246 с.
12. Партон В.З., Перлин П.И. Методы математической теории упругости. – М.: Наука, 1981. – 688 с.
13. Симонов И.В. Трещина на границе раздела в однородном поле напряжений // Механика композитных материалов. – 1985. – № 6. – С. 969 – 976.
14. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. – Л.: Наука, 1967. – 402 с.
15. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, 1974. – 640 с.

16. *Guz A.N., Guz Y.A.* On the Models in the Theory of Stability of Multiwalled Carbon Nanotubes in the Matrix // *Int. Appl. Mech.* – 2006. – **42**, N 6. – P. 617 – 628.
17. *Kaminsky A.A., Dudik M.V., Kipnis L.A.* On the Direction of Development of a Thin Fracture Process Zone at the Tip of an Interfacial Crack between Dissimilar Media // *Int. Appl. Mech.* – 2006. – **42**, N 2. – P. 136 – 144.
18. *Kaminsky A.A., Kipnis L.A., Dudik M.V.* Initial Development of the Prefracture Zone near the Tip of a Crack Reaching the Interface between Dissimilar Media // *Int. Appl. Mech.* – 2004. – **40**, N 2. – P. 176 – 182.
19. *Kaminsky A.A., Kipnis L.A., Khazin G.A.* A Criterion for the Onset of Growth of Two Shear Cracks in an Elastic Body under Plane-Strain Conditions // *Int. Appl. Mech.* – 2006. – **42**, N 4. – P. 439 – 446.
20. *Kaminsky A.A., Dudik M.V., Kipnis L.A.* On the Initial Kinking of an Interface Crack between Elastic Media // *Int. Appl. Mech.* – 2007. – **43**, N 10. – P. 1090 – 1099.
21. *Leblond J.B., Frelat J.* Crack kinking from an interface crack with initial contact between the crack lips // *Europ. Journ. Mech. A / Solids.* – 2001. – **20**. – P. 937 – 951.

Поступила 17.08.2007

Утверждена в номер 05.06.2008