УДК 539.3

А.А.Каминский, Л.А.Кипнис,
В.А.Колмакова

О МОДЕЛИ ДАГДЕЙЛА ДЛЯ ТРЕЩИНЫ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА РАЗЛИЧНЫХ СРЕД

В рамках плоской статической задачи проводится расчет начальной пластической зоны вблизи конца трещины, расположенной на границе раздела двух различных однородных изотропных сред, модули Юнга и коэффициенты Пуассона которых равны E_1, E_2 и ν_1, ν_2. Следуя известной гипотезе локализации [7], начальная пластическая зона моделируется пластической полосой, исходящей из конца трещины и соответствует модели Дагдейла. Предполагается, что мматериалы контактирующих тел значительно жестче, чем более пластичный материал связующего (клея), вследствие чего пластическая полоса также расположена на границе раздела сред. Берега трещины свободны от напряжений. В пластической зоне допускается разрыв лишь нормального смещения, а нормальное напряжение равно пределу σ_s текучести на растяжение. Поскольку длина пластической зоны значительно меньше длины L трещины и всех других размеров тела, а напряженно-деформированное состояние исследуется лишь вблизи пластической зоны, в качестве решения соответствующей краевой задачи будем использовать решение статической задачи для упругой плоскости, составленной из двух различных полуплоскостей, содержащей на границе раздела сред полубесконечную трещину и пластическую зону (линию) длиной l, исходящую из ее конца. На бесконечности главные члены разложений напряжений в асимптотические ряды представляют собой удовлетворяющее условию затухания напряжений асимптотически наибольшее решение аналогичной задачи без пластической зоны. Это решение [6] определяется с точностью до двух произвольных постоянных — коэффициентов интенсивности напряжений. Оно имеет осциллирующий характер вблизи конца трещины. Указанные коэффициенты интенсивности напряжений считаются заданными по условию. Они характеризуют интенсивность внешнего поля и устанавливаются из решения внешней задачи. В подобной постановке в [3] решена задача о линии скольжения в конце трещины на границе раздела различных сред.

Граничные условия задачи имеют следующий вид:

$$\theta = \pm\pi;\ \ \sigma_\theta = \tau_{r\theta} = 0;\ \ \theta = 0;\ \ \langle\sigma_\theta\rangle = \langle\tau_{r\theta}\rangle = 0;\ \ \langle u_r\rangle = 0; \tag{1}$$

$$\theta = 0;\ \ r < l;\ \ \sigma_\theta = \sigma_s;\ \ \theta = 0;\ \ r > l;\ \ \langle u_\theta\rangle = 0; \tag{2}$$

$$\theta = 0;\ \ r \to \infty;\ \ \sigma_\theta = F(r) + \overline{F(r)} + o\left(\frac{1}{r}\right); \tag{3}$$

$$F(r) = e'(K_{\rm I} + iK_{\rm II})L^{-i\omega}r^{-1/2+i\omega};$$

$$e' = \frac{\kappa_1 + e + 1 + \kappa_2 e}{4\sqrt{2\pi}(\kappa_1 + e)(1 + \kappa_2 e)};\ \ \omega = \frac{1}{2\pi}\ln\frac{\kappa_1 + e}{1 + \kappa_2 e};$$

$$\kappa_{1,2} = 3 - 4\nu_{1,2};\ \ e = \frac{E_1(1 + \nu_2)}{E_2(1 + \nu_1)}.$$

S U M M A R Y . Calculation of the initial plastic zone at the end of the crack on the interface of different media is presented. The plastic zone is modeled by the Leonov-Panasyuk-Dugdail plastic strip, emerging from the end of the crack and also located on the interface of different media. An exact acolution of the corresponding plane static problem of the theory of elasticity is constructed by the Wiener-Hopf method.

1. *Гахов Ф.Д.* Краевые задачи. — М.: Наука, 1977. — 640 с.
2. *Каминский А.А., Кипнис Л.А., Дякон В.Н.* Об интенсивности напряжений вблизи конца трещины, образовавшейся при пересечении линий скольжения // Прикл. механика. — 1996. — 32, № 12. — С. 90 — 95.
3. *Каминский А.А., Кипнис Л.А., Колмакова В.А.* Линия скольжения в конце разреза на границе раздела различных сред // Там же. — 1995. — 31, № 6. — С. 86 — 91.
4. *Каминский А.А., Кипнис Л.А., Колмакова В.А.* Расчет пластической зоны в конце трещины в рамках модели «трезубец» // Там же. — 1997. — 33, № 5. — С. 70 — 76.
5. *Кипнис Л.А.* Равновесие полупространства с несимметричной трещиной // Там же. — 1980. — 16, № 8. — С. 113 — 116.
6. *Кортен Х.Т.* Механика разрушения композитов. Разрушение. Т.7. — Ч. 1. — М.: Мир, 1976. — С. 367 — 471.
7. *Механика* разрушения и прочность материалов: Справ. пособие в 4-х т. / Под общ. ред. В.В.Панасюка, А.Е.Андрейкив, В.З.Партон. — 1988. — 1988. — 488 с.
8. *Нобл Б.* Применение метода Винера-Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. — М.: Изд-во иностр. лит., 1962. — 279 с.
9. *Партон В.З., Перлин П.И.* Методы математической теории упругости. — М.: Наука, 1981. — 688 с.
10. *Уфлянд Я.С.* Интегральные преобразования в задачах теории упругости. — Л.: Наука, 1967. — 402 с.
11. *Черепанов Г.П.* Механика хрупкого разрушения. — М.: Наука, 1974. — 640 с.

Ин-т механики им. С.П.Тимошенко
НАН Украины, Киев (Украина)
Уманский педагогический ин-т (Украина)

Поступила 06.10.97