

**УДК 624.012.45**

**ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНИЙ МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОРОБЧАТОГО ПЕРЕРІЗУ З НОРМАЛЬНИМИ ТРИЩИНАМИ**

**ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННО - ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОРОБЧАТОГО СЕЧЕНИЯ С НОРМАЛЬНЫМИ ТРЕЩИНАМИ**

**NUMERICAL-ANALYTICAL METHOD OF STRESS-STRAIN OF CONCRETE ELEMENTS BOX-SHAPED SECTION WITH NORMAL CRACKS**

**Мельник О.В., к.т.н. старший викладач** (Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини, м. Умань)

**Мельник А.В., к.т.н. старший преподаватель** (Уманский государственный педагогический университет имени Павла Тычины, г. Умань)

**Melnik A.V. candidate of technical sciences, senior lecturer** (Uman State Pedagogical University named Paul Tychynty, Uman)

Наведена чисельно-аналітична методика розрахунку напружено-деформованого стану в елементах коробчастого перерізу, в яких крутний момент прикладений до верхньої полиці елемента. Наведені переваги методики в порівнянні з методом скінчених елементів.

Приведена численно-аналитическая методика расчета напряженно-деформированного состояния в элементах коробчатого сечения, в которых крутящий момент приложен к верхней полке элемента. Приведены преимущества методики по сравнению с методом конечных элементов.

The article presents a numerical-analytical method for calculating the stress-strain state in the box-shaped element section in which the torque is applied to the top shelf item. There are present the advantages of method in comparison with the finite element method.

**Ключові слова:**

Міцність, жорсткість, кручення, нормальні тріщини.

Прочность, жесткость, кручение, нормальные трещины.

Strength, hardness, torsion, normal cracks.

### Стан питання та задачі дослідження.

Просторова робота залізобетонних перекриттів, мостів та інших статично невизначених конструкцій значно впливає на їхній напружено-деформований стан. В свою чергу на перерозподіл зусиль між окремими елементами таких систем мають вплив як жорсткість на згин, так і жорсткість на кручення.

Визначенню міцності та деформативності коробчастих залізобетонних елементів за дії згину присвячено багато наукових робіт. В той же час дослідженню напружено-деформованого стану елементів за дії кручення відведено не достатньо уваги [3,4,5].

У працях [1,2] показано, що крутильна жорсткість залізобетонних елементів значною мірою впливає на величину згинальних та крутних моментів в системах, що деформуються просторово. Особливо багато питань виникає під час розрахунку елементів з порожнім поперечним перерізом. Тому, удосконалення методики їх розрахунку за дії кручення є актуальним завданням, рішення якого дозволить отримати економічний ефект з одночасним підвищенням надійності конструкцій.

### Викладення основного матеріалу.

Розглянемо схему залізобетонного елемента з нормальними тріщинами (рис. 1).

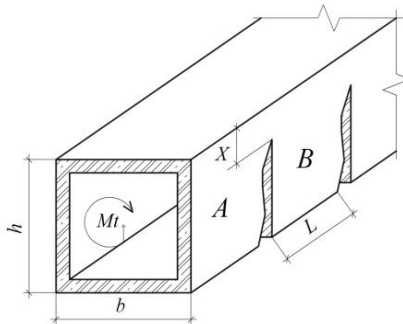


Рис. 1. Схема залізобетонного елемента з нормальними тріщинами, завантаженого крутним моментом

Для визначення жорсткості основним завданням є визначення переміщень точок  $C$  і  $C'$  (рис. 2).

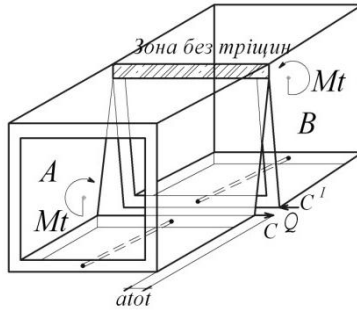


Рис. 2. Переміщення блоку  $A$  відносно блоку  $B$ , відділених нормальною тріщиною

Повороту блоку  $A$ , до якого прикладений крутний момент  $M_t$ , відносно суміжного блоку  $B$  чинить опір не тільки зона без тріщин (рис. 2), а й арматура. Основне завдання для визначення нагельної сили в арматурі  $Q$ , буде полягати у визначенні переміщень блоку  $A$  відносно блоку  $B$  у місці умовного розтину арматури (точки  $C$  і  $C'$ ). Знайшовши переміщення, а потім невідому нагельну силу  $Q$  можна визначити зусилля та напруження у зоні без тріщин.

Для рішення задачі, визначення НДС в елементах коробчастого перерізу з нормальними тріщинами застосуємо теорію запропоновану Б.Е. Уліцким, у якій під час просторових розрахунків прогінних будівель мостів конструкцію умовно розтинають на окремі повздовжні елементи. Подальші етапи розрахунку пов'язані з визначенням деформацій та зусиль, а також переміщення різних частин перерізу.

Використовуючи підхід прийнятий Б.Е. Уліцким розділимо коробчастий елемент на окремі пластини (рис. 3).

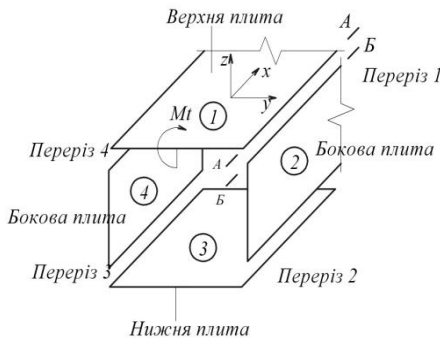


Рис. 3. Схема розділення коробчастого елемента на окремі пластини

По лініях розтину в загальному випадку будуть діяти невідомі зусилля  $S(x)$ ,  $T(x)$ ,  $H(x)$ , та моменти  $m(x)$  (рис. 4,5).

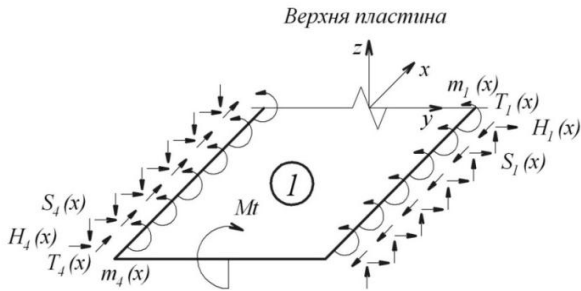


Рис. 4. Схема зусиль, які діють по лініях розтину в верхній пластині

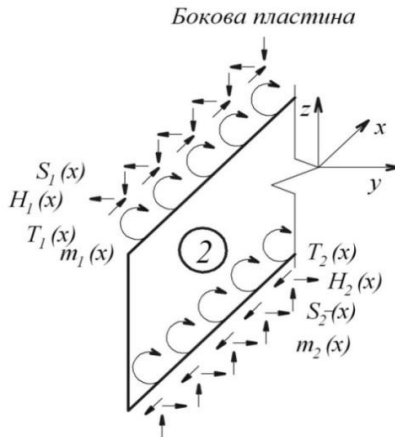


Рис. 5. Схема зусиль, які діють по лініях розтину в боковій пластині

Зовнішній момент  $Mt$ , невідомі зусилля  $T(x)$ ,  $S(x)$ ,  $H(x)$  і моменти  $m(x)$  зручно виразити розклавши їх в ряди Фур'є:

$$\left. \begin{aligned} Mt &= \sum_{n=1}^{\infty} Mt_n \cdot \sin \alpha x; \\ T(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} T_n \cdot \sin \alpha x; \\ S(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} S_n \cdot \sin \alpha x; \\ H(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} H_n \cdot \sin \alpha x; \\ m(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} m_n \cdot \sin \alpha x. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де

$T_n, S_n, H_n, m_n$  – невідомі коефіцієнти Фур'є, визначивши які можна отримати закони зміни невідомих функцій відповідно  $T(x), S(x), H(x)$  та  $m(x)$ .

Для скорочення об'ємних викладок розглянемо вертикальні переміщення для перерізу 1 (рис. 6).

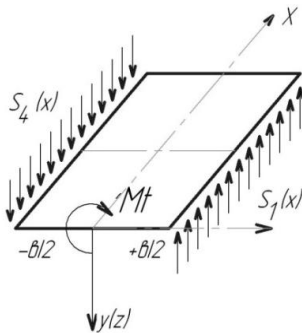
1. Вертикальне переміщення правої кромки пластини 1:

$$W_{np}^1 = W_{np, Mt}^1 - W_{np, S1}^1 - W_{np, S4}^1 - W_{np, m1}^1 + W_{np, m4}^1 \quad (2)$$

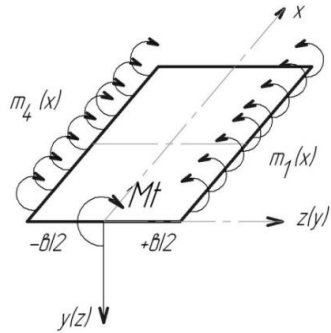
де

-  $W_{np, Mt}^1; W_{np, S1}^1; W_{np, S4}^1; W_{np, m1}^1; W_{np, m4}^1$  - вертикальне переміщення правої кромки пластини 1 від відповідного зовнішнього моменту  $Mt$ ; сил  $S_1, S_4$ , погонних моментів  $m_1, m_4$ .

*Вертикальне  
переміщення*



а)



б)

Рис. 6. Напрямки переміщень: а) від сил  $S_1(x)$ ,  $S_4(x)$ ; б) від моментів  $m_1(x)$ ,  $m_4(x)$ .

2. Вертикальне переміщення правої кромки пластини 2 :

$$W_{np}^2 = W_{np,S1}^2 - W_{np,T1}^2 \quad (3)$$

де

-  $W_{np,S1}^2; W_{np,T1}^2$  - вертикальне переміщення правої кромки пластини 2 від відповідних сил  $S_1$ ,  $T_1$ .

Використовуючи умову сумісності деформацій прирівняємо вертикальні переміщення для пластини 1 і пластини 2.

Кутові, поперечні та поздовжні переміщення визначаються подібно вертикальним. Тоді отримаємо перші чотири рівняння системи для перерізу 1.

$$\begin{aligned} W_{np,Mt}^1 - W_{np,S1}^1 - W_{np,S4}^1 - W_{np,m1}^1 + W_{np,m4}^1 &= W_{np,S1}^2 - W_{np,T1}^2; \\ \varphi_{np,Mt}^1 - \varphi_{np,S1}^1 - \varphi_{np,S4}^1 - \varphi_{np,m1}^1 + \varphi_{np,m4}^1 &= \varphi_{np,m1}^2 - \varphi_{np,m2}^2 - \varphi_{np,H1}^2 - \varphi_{np,H2}^2; \\ V_{np,H1}^1 - V_{np,T1}^1 &= -V_{np,H1}^2 - V_{np,H2}^2 + V_{np,m1}^2 - V_{np,m2}^2; \\ U_{np,H1}^1 - U_{np,T1}^1 &= U_{np,T1}^2 - U_{np,S1}^2. \end{aligned} \quad (4)$$

де

-  $\varphi_{np,Mt}^1; \varphi_{np,S1}^1; \varphi_{np,S4}^1; \varphi_{np,m1}^1; \varphi_{np,m4}^1$  - кутові переміщення правої кромки пластини 1 від відповідного зовнішнього моменту  $Mt$ , сил  $S_1$ ,  $S_4$ , погонних моментів  $m_1$ ,  $m_4$ ;

-  $\varphi_{np,m1}^2; \varphi_{np,m2}^2; \varphi_{np,H1}^2; \varphi_{np,H2}^2$  - кутові переміщення правої кромки пластини 2 від погонних моментів  $m_1$ ,  $m_2$ , сил  $H_1$ ,  $H_2$ ;

-  $V_{np,H1}^1; V_{np,T1}^1$  - поперечні переміщення правої кромки пластини 1 від відповідних сил  $H_1$ ,  $T_1$ ;

-  $V_{np,H1}^2; V_{np,H2}^2; V_{np,m1}^2; V_{np,m2}^2$  - поперечні переміщення правої кромки пластини 2 від відповідних сил  $H_1$ ,  $H_2$ , погонних моментів  $m_1$ ,  $m_2$ ;

-  $U_{np,H1}^1; U_{np,T1}^1$  - поздовжні переміщення правої кромки пластини 1 від відповідних сил  $H_1$ ,  $T_1$ ;

-  $U_{np,T1}^2; U_{np,S1}^2$  - поздовжні переміщення правої кромки пластини 2 від відповідних сил  $T_1$ ,  $S_1$ .

Вертикальні, поздовжні, поперечні та кутові переміщення для перерізів 2,3,4 визначаються аналогічно як для перерізу 1.

Складові системи рівнянь визначаються за методикою Б.Е. Улицького.

Підставляючи константи у ряди, а ряди в рівняння, прирівнюючи відповідні члени рядів в лівих і правих частинах цих рівнянь отримаємо систему шістнадцятьох лінійних алгебраїчних рівнянь для невідомих коефіцієнтів Фур'є шуканих зусиль. Система рівнянь без особливої складності вирішується за допомогою програмного комплексу Mathcad.

Зворотна підстановка знайдених числових значень коефіцієнтів  $s_n, t_n, h_n, m_n$  в ряди визначає шукані функції зусиль  $S(x), T(x), H(x)$ , та моментів  $m(x)$ , які можна дослідити.

Перевагою даного методу є те, що чисельний розв'язок системи рівнянь може бути отриманий за різних геометричних та фізичних параметрів задачі.

Недоліком даного методу є те, що врахування нелінійних властивостей бетону та різного виду тріщин є неможливим, тому що теорія Б.Е. Улицького передбачає, що окремі елементи на які умовно розтинається блок між нормальними тріщинами розраховується за методами теорії пружності як суцільне ізотропне тіло.

**Висновки та перспективи досліджень.** Наведена методика дозволяє розраховувати деформативність залізобетонних елементів коробчастого перерізу без використання МСЕ та програмних комплексів, таких як «Ліра», «Скад» та ін. Вона відрізняється від методу скінчених елементів тим, що є простою і не громіздкою, що в свою чергу дуже спрощує рішення такої задачі.

**У перспективі** передбачається експериментальна перевірка розробленої методики та її розвиток на елементи іншого перерізу.

1. Азизов, Т. Н. К расчету железобетонных элементов полого сечения с нормальными трещинами при кручении : материалы международной научно-технической конференции "Мости та тунелі: теорія, дослідження, практика" / Т. Н. Азизов, А. В. Мельник, А. С. Мельник // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. – Дніпропетровськ, 2010 – Вип. 33. – С. 10-14.

2. Азизов, Т. Н. Общий подход к определению крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами / Т. Н. Азизов // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. – Рівне : Нац. ун-т водного господарства та природокористування, 2008. – Вип. 17. – С. 92-99.

3. Пространственные расчёты мостов. / [ Б. Е. Улицкий, А. А. Потапкин, В. И. Руденко [и др.]. – М. : Транспорт, 1967. – 404 с.

4. Улицкий, Б. Е. Влияние ползучести и усадки на пространственную работу разрезных мостов / Б. Е. Улицкий, К. И. Львович // Бетон и железобетон. – 1970. – № 3. – С. 139-147.

5. Улицкий, Б. Е. Пространственные расчёты балочных мостов / Улицкий Б. Е. – М. : Автотрансиздат, 1962. – 180 с.