

Азізов Т.Н., д.т.н., професор, Мельник О.С., старш.лабор., Мельник О.В., старш. викл. (Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини)

## РОЗРАХУНОК ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОРОБЧАТИХ БАЛОК ПРИ КРУЧЕННІ

У статті наведена методика розрахунку балок порожнистого перерізу з нормальними тріщинами при прикладенні крутного моменту до верхньої полиці. Показано, що запропонована методика дозволяє без застосування методу кінцевих елементів визначати НДС таких балок з урахуванням зміни жорсткостей від тріщиноутворення.

### Ключові слова:

Міцність, жорсткість, кручення, нормальні тріщини.  
Прочность, жесткость, кручение, нормальные трещины.  
Strength, hardness, torsion, normal cracks.

**Постановка проблеми.** Відомо, що просторова робота суттєво змінює напружено-деформований стан залізобетонних перекриттів. Відомо також [1,2], що на просторову роботу залізобетонних збірних та монолітних перекриттів суттєво впливають згинальні та крутні жорсткості їх елементів. Визначенню міцності та деформативності коробчатих залізобетонних елементів за дії згину присвячено достатньо наукових робіт. В той же час дослідженню напружено-деформованого стану таких балок за дії згину с крученням присвячено замало робіт [2, 3]. Особливо багато питань виникає при розрахунку балок з порожнім поперечним перерізом, коли крутний момент прикладений до стиснутої від згину полицки. Тому удосконалення методики розрахунку балок з порожнім поперечним перерізом за дії кручення є актуальним завданням, рішення якого дозволяє отримати економічний ефект з одночасним підвищенням надійності конструкцій.

**Метою даної статті** є вдосконалення методики розрахунку залізобетонних балок з порожнистим перерізом за дії крутних моментів.

Викладення основного матеріалу. Розглянемо коробчаті залізобетонні балку, до верхньої полицки якої прикладений крутний момент  $M_t$ .

Для розрахунку розділимо коробчаті балку на окремі пластини (рис. 1). По лініях розтину в загальному випадку будуть діяти невідомі зусилля (рис. 2):

вертикальні  $S(x)$  (вздовж осі  $Z$ ); горизонтальні  $T(x)$  вздовж прольоту (вздовж осі  $X$ ); горизонтальні  $H(x)$  поперек прольоту (вздовж осі  $Y$ ) і поперечні згинальні моменти  $m(x)$ . Індокси зверху и знизу на рис. 2

означають:  $r, l$  - відповідно зправа і зліва;  $V, n$  - відповідно зверху і знизу коробчатого перерізу.

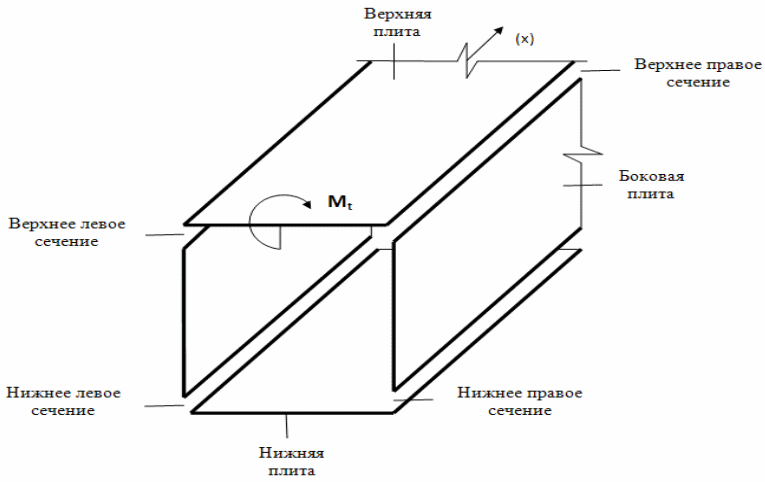


Рис. 1. Схема розділення коробчатої балки на окремі пластини

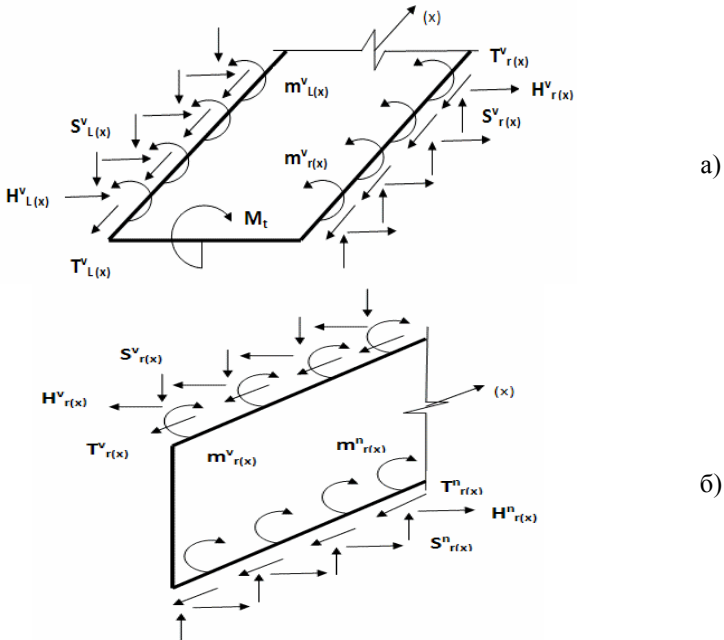


Рис. 2. Схема зусиль, які діють по лініях розтину:

а) – в пластині зверху; б) – в боковій пластині зправа.

Невідомі зусилля визначаються з умови сумісності деформацій по лініях розтину. Розглянемо одну з пластин, наприклад, верхню. Переміщення в інших пластинах визначаються по аналогічній схемі. Прийmemo наступні позначення для переміщень:

$U_T, U_H$  – поздовжні переміщення (вздовж осі  $X$  на рис. 2) від зусиль відповідно  $T(x)$  та  $H(x)$  з рішення задачі для балки-стінки;

$V_T, V_H$  – поперечні переміщення (вздовж осі  $Y$ ) відповідно від сил  $T(x)$  і  $H(x)$ ;

$W_S, W_m$  – вертикальні переміщення від зусиль  $S(x)$  та моментів  $m(x)$  відповідно;

$\varphi_S, \varphi_m$  – кути повороту пластини від зусиль  $S(x)$  та моментів  $m(x)$  відповідно.

Переміщення  $U_T, U_H; V_T, V_H$  – визначаються з рішення плоскої задачі теорії пружності, наприклад, за методом [2].

Переміщення  $W_S; W_m$  та кути повороту  $\varphi_S, \varphi_m$  визначаються з рішення задачі про згин пластини з навантаженням на крайках, наприклад за методиками [1,2].

Крім вказаних вище переміщень в пластинах з'являються переміщення та кути повороту від кручення зовнішнім моментом (для верхньої пластини) та моментами  $m(x)$  і силами  $S(x)$ .

Ці переміщення визначаються з рішення задачі кручення стрижня у вигляді вузького прямокутника. Прийmemo для цих переміщень наступні позначення:

$U_S^\varphi; U_m^\varphi; U_{M_t}^\varphi$  – подовжні переміщення від кручення відповідно силами  $S(x)$ , моментами  $m(x)$  і зовнішнім крутним моментом  $M_t$ ;

$W_S^\varphi; W_m^\varphi; W_{M_t}^\varphi$  – вертикальні переміщення від кручення зусиллями  $S(x)$ , моментами  $m(x)$  і зовнішнім моментом  $M_t$ . Ці переміщення визначаються за методикою[4];

$\varphi_S^\varphi; \varphi_m^\varphi; \varphi_{M_t}^\varphi$  – кути повороту від кручення відповідно силами  $S(x)$ , моментами  $m(x)$  і зовнішнім моментом  $M_t$ .

Для рішення задачі невідомі зусилля  $T(x), S(x), H(x)$  і моменти  $m(x)$  зручно розкласти у ряди Фур'є по синусах:

$$\begin{aligned} T(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} T_n \cdot \text{Sin} \alpha x \\ S(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} S_n \cdot \text{Sin} \alpha x \\ H(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} H_n \cdot \text{Sin} \alpha x \\ m(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} m_n \cdot \text{Sin} \alpha x \end{aligned} \quad (1)$$

де  $T_n, S_n, H_n, m_n$  – коефіцієнти Фур'є, які підлягають визначенню з рішення рівнянь сумісності переміщень;

$$\alpha = \pi \cdot n / l; \quad l - \text{проліт балки.}$$

Переміщення визначаються по відомих формулах теорії пружності. Так, наприклад, поздовжні переміщення  $U_T$  визначаються за формулою:

$$u_T = \int \frac{1}{E} (\sigma_x - \mu \cdot \sigma_y) dx, \quad (2)$$

де  $\sigma_x, \sigma_y$  – відповідно напруження вздовж осі  $x$  та  $y$ ;  $\mu$  – коефіцієнт Пуасона матеріалу пластини (балки).

Напруження  $\sigma_x, \sigma_y$  визначаються з рішення Файлона [2,3].

Переміщення  $U_T$  для крайки пластини  $y=b/2$  (права крайка на рис. 2, де  $b$  – ширина пластини) з застосуванням рішення Файлона будуть визначатись з виразу [2]:

$$U_T = -\frac{1}{2E} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{l}{\pi \cdot n} \cdot \left[ T_{np}^n (\theta_n + \bar{\theta}_n) - T_{ln}^n (\theta_n - \bar{\theta}_n) \right] \cdot \cos \frac{\pi \cdot n}{l} \cdot x \quad (3)$$

де  $\theta_n$  і  $\bar{\theta}$  – параметри, які визначаються з застосування рішення Файлона, котрі для виключення складності тут не приводяться і котрі можна визначити за [2].

$T_{np}^n, T_{ln}^n$  – коефіцієнти Фур'є зусиль  $T(x)$  відповідно на крайках зправа та зліва пластини.

Рівняння для визначення невідомих складаються для кожної лінії розтину. Так, наприклад, рівняння сумісності для правого верхнього кута коробчатої балки буде виглядати:

$$U_{T,V} + U_{H,V} + U_{S,V}^{\circ} + U_{m,V}^{\circ} + W_{M,V}^{\circ} = U_{T,\sigma} + U_{S,\sigma} + U_{H,\sigma}^{\circ} + U_{m,\sigma}^{\circ} \quad (4)$$

В кожне подібне рівняння слід включати ті сили, які додають розглядуване переміщення. Так, в виразі (4) на поздовжні переміщення верхньої пластини впливають зусилля  $T(x), H(x)$  (як переміщення балки стінки), зусилля  $S(x), m(x)$  і зовнішній момент  $M_t$  (як переміщення від кручення верхньої пластини). Відмітимо, що тут немає складаючі переміщень від згину верхньої пластини зусиллями  $S(x)$  та моментами  $m(x)$ , тому що згин пластини не додає переміщень в напрямку осі  $X$ .

Переміщення в напрямку осі  $Y$  (переміщення  $V$ ) будуть додавати наступні сили:

для верхньої пластини: сили  $T(x), H(x)$  – як переміщення балки-стінки; сили  $S(x), m(x)$  і  $M_t$  – як переміщення від кручення цими силами;

для бокової пластини:

сили  $S(x)$ ,  $T(x)$  – як переміщення балки-стілки; сили  $H(x)$  і  $m(x)$  – як переміщення від кручення цими силами;

сили  $H(x)$  та  $m(x)$  – як переміщення від згину пластини.

В рівняння типу (4) з врахуванням (3) будуть входити невідомі коефіцієнти Фур'є (1). Враховуючи, що в загальному випадку в чотирьох перерізах діють по чотири невідомі зусилля, кількість рівнянь типу (4) буде 16. При цьому система рівнянь повинна вирішуватись  $k$  разів, де,  $k$  – верхня межа сумування рядів (1). 10-15 членів ряду цілком достатньо для отримання хорошої точності.

Схема визначення НДС елементів порожнистого трикутного перерізу є аналогічною з різницею, що діючі по лініях розтину зусилля розкладаються на зусилля вздовж відсічених пластин і зусиль в напрямку, перпендикулярному пластинам за методикою [5]. Крім того, кількість січень для елементів порожнистого трикутника буде дорівнювати трьом (порожнистий трикутник ділиться на три окремі пластини)

Наведена методика вигідно відрізняється від методу кінцевих елементів, застосування якого при проектуванні складних перекриттів є громіздкою задачею. Особливо це проявляється при розрахунку з врахуванням зміни жорсткості пластин від тріщиноутворення.

Задача розрахунку залізобетонної коробчатої балки вирішується ітераційно. На  $k$ -й ітерації за вищеописаним методом визначаються невідомі зусилля  $T(x)$ ,  $S(x)$ ,  $H(x)$  і  $m(x)$ . Кожна пластина окремо під дією зовнішнього навантаження і визначених зусиль розраховується з застосуванням відомих методів розрахунку залізобетонних пластин, наприклад, методом М.І. Карпенка з врахуванням тріщиноутворення. Далі приймається еквівалентна жорсткість умовно пружної пластини і знов вирішується вищенаведена задача. Еквівалентна жорсткість визначається з умови рівності переміщень реальної пластини з врахуванням тріщин і умовної пружної пластини. Далі визначаються нові значення внутрішніх зусиль по лініях розтину коробчатої балки і знову розраховується кожна окрема пластина. Ітерації повторюються до тих пір, поки зусилля на двох останніх ітераціях не будуть рівними (з врахуванням прийнятої похибки).

**Висновки та перспективи досліджень.** Наведена методика дозволяє розраховувати коробчасті залізобетонні балки з врахуванням зміни жорсткості від тріщиноутворення без застосування МКЕ. У перспективі слід експериментально перевірити розроблену методику.

1. Азизов Т.Н. Теория пространственной работы перекрытий. – Киев: Науковий світ, 2001. – 276 с. 2. Улицкий Б.Е., Потапкин А.А, Руденко В.И., Сахарова И.Д., Егорушкин Ю.М. Пространственные расчёты мостов. – М.: Транспорт, 1967. – 404 с. 3. Папкович П.Ф. Теория упругости. – М.: Оборонгиз, 1939. 4. Азизов Т.Н. Определение крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами // Дороги і мости. Збірник наукових праць. Вип. 7. Том 1. - Київ: ДерждорНДІ, 2007. - С. 3-8. 5. Азизов Т.Н., Мельник О.С. Залізобетонні балки з підвищеною жорсткістю при

крученні // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Вип. 19., – Рівне: Нац. ун-т водного господарства та природокористування, 2009. – С. 55-60.