

**Т.Н. АЗИЗОВ, д.т.н., проф., А.В. МЕЛЬНИК, старш. преп., А.С. МЕЛЬНИК, старш. лаборант,** Уманский государственный педагогический университет имени Павла Тычины, (г. Умань, Украина)

## **К РАСЧЕТУ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПОЛОГО СЕЧЕНИЯ С НОРМАЛЬНЫМИ ТРЕЩИНАМИ ПРИ КРУЧЕНИИ**

В статье приводится методика определения напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов полого сечения с нормальными трещинами при действии крутящих моментов. Показано, что крутильная жесткость элементов мостов и перекрытий оказывает существенное влияние на перераспределение усилий между ними.

У статті наводиться методика визначення напружено-деформованого стану залізобетонних елементів порожнистого перерізу з нормальними тріщинами за дії крутних моментів. Показано, що жорсткість при крученні елементів мостів та перекриттів суттєво впливає на перерозподіл зусиль між ними.

Annotation. The article deals with the methodology of defining tensely-deformed state of reinforced concrete elements declivous sections with normal cracks as a result of torque rigidity. Inflexibility at bridges deformation and frameworks influences significantly upon redistribution of efforts between them.

### **Ключові слова:**

Міцність, жорсткість, кручення, нормальні тріщини.

Прочность, жесткость, кручение, нормальные трещины.

Strength, hardness, torsion, normal cracks.

**Постановка задачи и анализ исследований.** Известно, что учет пространственной работы мостовых сооружений и перекрытий обеспечивает существенную экономию материалов и значительно повышает точность определения усилий, действующих в их элементах [5-7]. Исследованиями автора настоящей статьи и других авторов [3,5,11] было показано, что эффект пространственной работы моста или сборного перекрытия при действии локальных нагрузок в значительной степени зависит от крутильной жесткости его элементов. В мостах и перекрытиях из П-образных плит, плит типа Т или ТТ эффект пространственной работы достаточно низок в связи с тем, что сборные плиты упомянутого сечения имеют весьма малую крутильную жесткость. В мостовых сооружениях из балок коробчатого сечения, а также сечения в виде полого треугольника, предложенных автором [4], эффект пространственной работы весьма высок.

Для расчета перекрытий с учетом пространственной работы требуется знание изгибной и крутильной жесткостей составляющих элементов как при наличии различного рода трещин, так и при их отсутствии. Существующие методики определения жесткости на кручение [8,9] касаются только железобетонных элементов с пространственными (спиральными) трещинами. В работе автора [2] предложена методика определения крутильной жесткости элементов прямоугольного сечения с нормальными трещинами. Определению жесткости элементов полого сечения с нормальными и пространственными трещинами не уделено внимания в литературе.

В связи с вышесказанным **целью настоящей статьи** является разработка методики определения НДС железобетонных элементов полого сечения с нормальными трещинами.

**Изложение основного материала.** В работах [2-4] показано, что для определения жесткости элементов прямоугольного сечения при наличии нормальных трещин принимается схема, при которой арматура в трещине мысленно рассекается и из условия равенства перемещений слева и справа от рассечения определяется неизвестная нагельная сила. В такой схеме крутящий момент с одного блока к другому, отделенному нормальной трещиной передается через сжатую зону.

Применим такой же подход для определения крутильной жесткости элемента коробчатого сечения.

Пусть в результате действия изгибающего момента образовалась нормальная трещина и высота сжатой зоны равна толщине полки (в общем случае сжатая зона может заходить в ребра

элемента). После мысленного рассечения арматуры в трещине крутящий момент с одного блока на другой будет передаваться через сжатую от изгиба зону.

Как и в случае прямоугольного сечения, основной задачей будет определение перемещений верхней части блока относительно его нижней части. Для этого воспользуемся схемой определения таких перемещений, приведенной в [2-4] для прямоугольного сечения. Рассечем блок, отделенный нормальными трещинами горизонтальными плоскостями, параллельными продольной оси  $X$  элемента и по высоте сечения проходящей на уровне низа сжатой зоны (рис. 1).

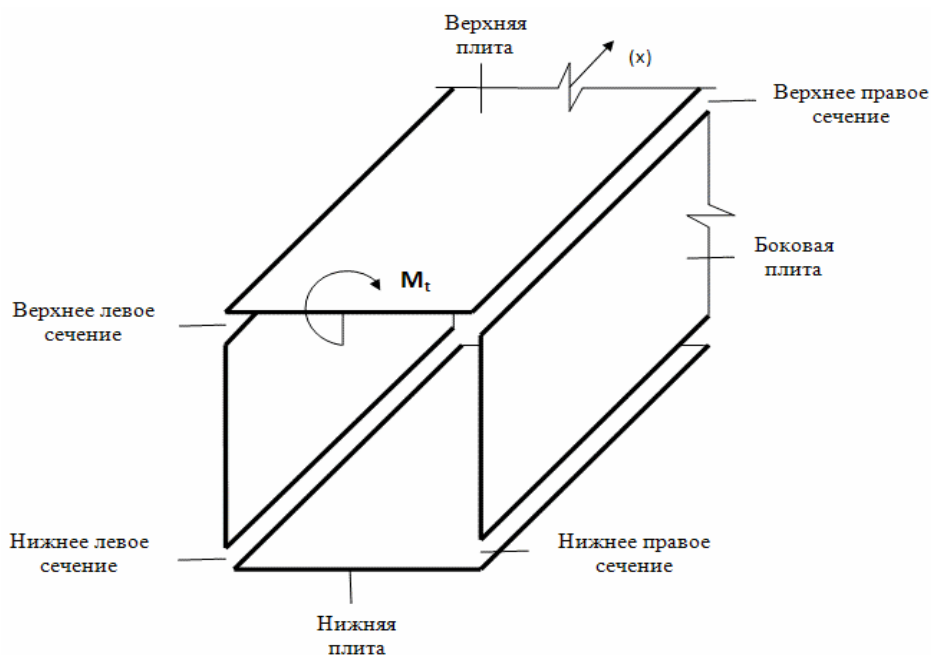


Рис. 1. Схема членения коробчатого элемента на отдельные плиты

В общем случае по плоскости рассечения будут действовать четыре неизвестных функции погонных внутренних усилий (рис. 2): нормальные к ребрам  $S(x)$ ; касательные поперек сечения  $T(x)$ ; касательные вдоль пролета  $H(x)$  и поперечные изгибающие моменты  $m(x)$ . Индексы сверху и снизу на рис. 2 означают:  $r, l$  - соответственно справа и

слева;  $V, n$  - соответственно сверху и снизу коробчатого сечения. Для определения этих внутренних усилий можно составить систему уравнений из условия равенства следующих перемещений: горизонтальных перемещений (вдоль оси  $Y$ ); горизонтальных перемещений вдоль пролета (вдоль оси  $X$ ); вертикальных

перемещений по оси  $Z$ ; углов поворота относительно оси  $X$ . Эти уравнения составляются по аналогии с [3, 11].

К перемещениям, рассмотренным в [11] следует добавить перемещения, вызванные кручением полосы (верхней полки) внешним моментом  $M_t$ . Названные перемещения определяются по методике Б.Е. Улицкого [11], которая заимствована у

П.Ф. Папковича [10]. При этом рассматриваются решения задачи теории упругости для балки-стенки (для усилий в своей плоскости каждой из четырех рассматриваемых пластин) и для плиты (для усилий из плоскости).

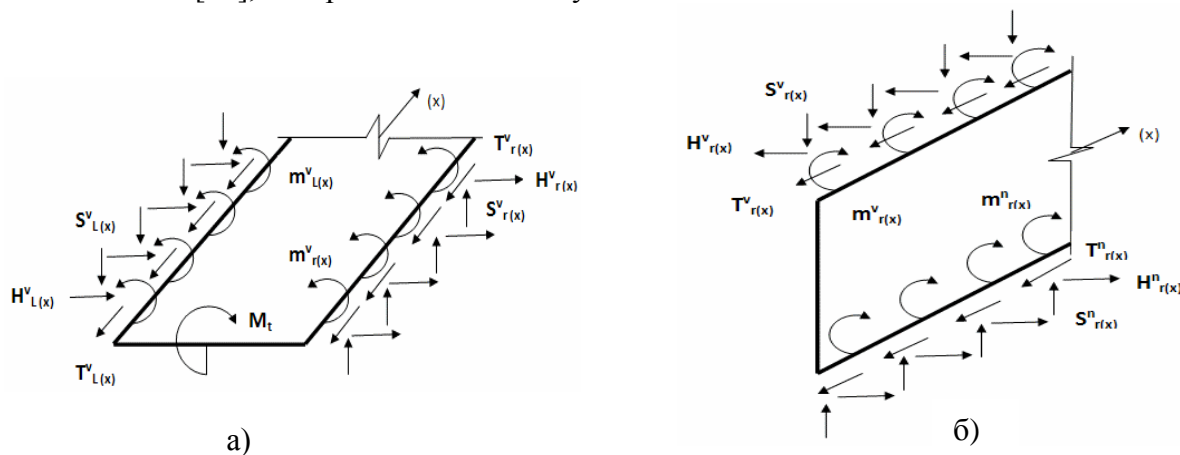


Рис. 2. Схема усилий, действующих по линиям сечения: а) – в верхней плите; б) – в правой боковой плите

Некоторые неудобства методика [11] создает при численной реализации и определенных размерах пластин, т.к. в расчетные формулы входят гиперболические синусы и косинусы, которые (особенно при большом числе пределов суммирования рядов) дают большие числа, что в свою очередь ведет к существенным погрешностям.

Одним из путей устранения таких проблем является возможность определения НДС балок-стенок и плит путем их разбиения на некоторое число балок методом, предложенным в [1,3].

Рассечем балку-стенку на  $n + 1$  полос (балок) путем проведения  $n$  секущих плоскостей (рис. 3).

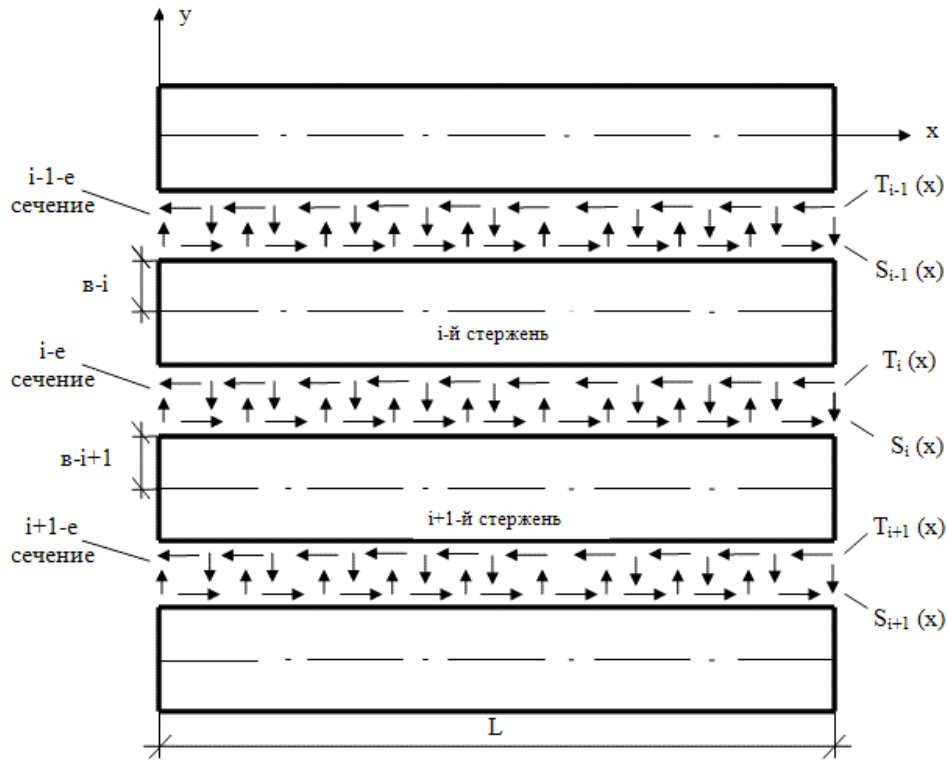


Рис. 3. Схема расчленения балки-стенки на отдельные полосы

По линии рассечения в каждом  $i$ -том сечении будут действовать неизвестные касательные  $T_i(x)$  и вертикальные  $S_i(x)$  усилия. Для нахождения этих неизвестных усилий составляются условия

совместности продольных относительных деформаций и кривизн для верхнего и нижнего (от  $i$ -того сечения) стержней. В результате получена система дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
 & T_i \frac{b_i + b_{i+1}}{G \cdot \delta} + T_{i-1} \left( -\frac{1}{EA_i} + \frac{b_i^2}{EJ_i} \right) + T_i \left( \frac{1}{EA_i} + \frac{b_i^2}{EJ_i} + \frac{1}{EA_{i+1}} + \frac{b_{i+1}^2}{EJ_{i+1}} \right) + T_{i+1} \left( -\frac{1}{EA_{i+1}} + \frac{b_{i+1}^2}{EJ_{i+1}} \right) + \\
 & + M_{S,i-1} \frac{b_i}{EJ_i} + M_{S,i} \left( \frac{b_i}{EJ_i} - \frac{b_{i+1}}{EJ_{i+1}} \right) + M_{S,i+1} \frac{b_{i+1}}{EJ_{i+1}} = M_{q,i} \frac{b_i}{EJ_i} + M_{q,i+1} \frac{b_{i+1}}{EJ_{i+1}} \quad (1) \\
 & M_{S,i}^{IV} \frac{-b_i - b_{i+1}}{EA_{st}} + M_{S,i-1} \frac{1}{EJ_i} + M_{S,i} \left( -\frac{1}{EJ_i} - \frac{1}{EJ_{i+1}} \right) + M_{S,i+1} \frac{1}{EJ_{i+1}} + T_{i-1} \left( -\frac{b_i}{EJ_i} \right) + \\
 & + T \left( -\frac{b_i}{EJ_i} + \frac{b_{i+1}}{EJ_{i+1}} \right) + T_{i+1} \frac{b_{i+1}}{EJ_{i+1}} = -M_{q,i} \cdot \frac{1}{EJ_i} + M_{q,i+1} \cdot \frac{1}{EJ_{i+1}}
 \end{aligned}$$

Уравнения (1) записываются для каждого шва, т.е. для  $i = 1, 2, \dots, n$ , где  $n$  – число сечений.

В уравнениях (1) обозначено:  $G$  – модуль сдвига материала балки-стенки;  $\delta$  – ее толщина;  $EA_i$ ;  $EJ_i$  –

соответственно осевая и изгибная жесткости  $i$ -того стержня;  $M_{S,i}$ ;  $M_{q,i}$  – функции изгибающих моментов соответственно от действия неизвестных усилий  $S_i(x)$  и внешних

нагрузок  $q_i(x)$ .

Неизвестные функции имеют следующие граничные условия:

$$T_i(0) = T_i(l) = 0; T_i''(0) = T_i''(l) = 0;$$

$$M_{s,i}(0) = M_{s,i}(l) = 0; M_{s,i}'(0) = M_{s,i}'(l) = 0$$

После определения неизвестных усилий достаточно просто определяются необходимые перемещения, знание которых позволяет определить усилия по линиям рассечения коробчатой системы (см. рис. 1 и 2).

Отметим, что схема для определения НДС элементов полого треугольного сечения является аналогичной с той лишь разницей, что действующие по линии рассечения усилия раскладываются на составляющие вдоль отсеченных пластин и в направлении, перпендикулярном плоскости пластин по методике [4]. Кроме того, количество сечений для элементов полого треугольного сечения будет равно трем (полый треугольник делится на три отдельные пластины).

После определения неизвестных усилий по линиям, которые делят коробчатое или полое треугольное сечение на отдельные пластины, достаточно просто вычисляются перемещения одной части балки относительно смежной части, отделенной нормальной трещиной. И далее по методике [2] определяется нагельная сила в продольной арматуре. После этого определяется горизонтальное перемещение в трещине и эквивалентная жесткость элемента с трещиной аналогично [2, 3].

Экспериментальными исследованиями сборных систем, проведенными еще в 50-х годах прошлого столетия [7], было показано, что при полосовом нагружении моста или перекрытия нагрузка на одну плиту может в несколько раз превышать

разрушающую нагрузку отдельно работающей плиты. В результате исследований В.Н. Байкова [6] было рекомендовано устраивать шпонки замкнутой формы для повышения эффективности пространственной работы сборных железобетонных систем.

Современные методы расчета железобетонных конструкций мостов и перекрытий учитывают в основном изменение изгибных жесткостей при трещинообразовании. Изменению же крутильных жесткостей практически не уделяется внимание. Это связано, в первую очередь, совершенно малой изученностью данного вопроса, хотя, как было сказано выше, учет этого фактора имеет существенное значение на перераспределение усилий между элементами мостовых конструкций. Рассмотрим для примера условную ребристую систему пролетом 5 м с пятью ребрами 250x250 мм при загрузении среднего (третьего) ребра равномерно распределенной нагрузкой  $q=10$  кН/м. Толщина полок, соединяющих ребра 50 мм. Предположим, что полки соединены с ребрами на уровне центров тяжести последних, а также шарнирное соединение полок (имитация сборной ребристой системы). В таблице 1 приведены значения для пяти разных вариантов крутильных жесткостей первых трех ребер (слева направо) такой ребристой системы. Расчеты произведены по методике [3]. Справа от значения изгибающих моментов приведены погрешности по отношению к базовому варианту, в котором предусмотрена одинаковая жесткость всех ребер ребристой системы.

Таблица 1. Сравнение изгибающих моментов [кН·м] в ребрах ребристой системы при изменении крутильных жесткостей отдельных ребер

№	Значения жесткостей	$M_{1,max}$	$M_{2,max}$	$M_{3,max}$
---	---------------------	-------------	-------------	-------------

	ребер	значение	$\varepsilon, \%$	значение	$\varepsilon, \%$	значение	$\varepsilon, \%$
1	Все ребра одинакового сечения (базовый вариант)	3,194	0	6,688	0	11,498	0
2	Первое ребро имеет крутильную жесткость в 2 раза меньше	3,015	6	6,802	1,7	11,540	0,3
3	Первое ребро имеет крутильную жесткость в 4 раза меньше	2,711	18	6,995	4,5	11,611	1
4	Второе ребро имеет крутильную жесткость в 4 раза меньше	1,085	294	6,486	3,1	12,978	12,8
5	Второе и четвертое ребра имеют крутильную жесткость в 4 раза меньше	1,184	269	7,083	5,9	14,729	28,1

Как видим, при уменьшении крутильной жесткости только одного ребра в 4 раза (что в полнее возможно в реальных железобетонных балках) изгибающие моменты могут изменяться в несколько раз, что накладывает существенный отпечаток на напряженно-деформированное состояние рассматриваемой балки. Таким образом, на простом примере мы показали, на сколько важно учитывать изменение крутильных жесткостей в балках мостов при образовании в них различного рода трещин.

**Выводы и перспективы исследований.** Предложен подход к определению крутильных жесткостей железобетонных элементов полого сечения с нормальными трещинами. Этот подход

позволяет определять крутильные жесткости железобетонных элементов разной формы. Показано существенное влияние крутильных жесткостей на пространственную работу мостовых балок при действии локальных полосовых нагрузок.

В перспективе предложенный подход требует дальнейшего развития и экспериментальной проверки.

Исследователям следует иметь в виду, что проблема определения крутильных жесткостей балочных конструкций мостов при трещинообразовании не менее важна, чем проблема определения их изгибных жесткостей, которой уделялось до настоящего времени значительно большее внимание.

### Литература

1. Азізов Т.Н. Метод стрижневих кінцевих елементів для розрахунку балок-стінок // Вісник Сумського державного аграрного університету. Вип. 2. – Суми, 1998. – С. 82-83.
2. Азізов Т.Н. Определение крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами // Дороги і мости. Збірник наукових праць. Вип. 7. Том 1. - Київ: ДерждорНДІ, 2007. - С. 3-8.

3. Азизов Т.Н. Пространственная работа железобетонных перекрытий. Теория и методы расчета: Дисс. ... докт. техн. наук: 05.23.01 / Полтавский национальный технический университет. – Полтава, 2006. – 406 с.
4. Азізов Т.Н., Мельник О.С. Залізобетонні балки з підвищеною жорсткістю при крученні // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Вип. 19., – Рівне: Нац. ун-т водного господарства та природокористування, 2009. – С. 55-60.
5. Айвазов Р.Л. Сборное панельное перекрытие, опёртое по контуру: Сб.тр. МИСИ. – М., 1971. – Вып. 90. – Пространственная работа железобетонных конструкций.
6. Байков В.Н. Исследование совместной работы сборных железобетонных элементов в системах плоских и пространственных конструкций: Дис ... докт. техн. наук. – М., 1967.
7. Горнов В.Н. Исследование прочности и жесткости промышленных конструкций жилых домов. – М.: Госстройиздат, 1954. – 240 с.
8. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.
9. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами. – М.: Стройиздат, 1976. – 208 с.
10. Папкович П.Ф. Теория упругости. – М.: Оборонгиз, 1939.
11. Улицкий Б.Е., Потапкин А.А, Руденко В.И., Сахарова И.Д., Егорушкин Ю.М. Пространственные расчёты мостов. – М.: Транспорт, 1967. – 404 с.