

О. В. Мельник

**ЖОРСТКІСТЬ ТА МІЦНІСТЬ КОРОБЧАСТИХ
ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ЗА ДІЇ ДЕФОРМАЦІЙ
КРУЧЕННЯ**

Монографія

Умань
Видавець «Сочінський М.М»
2016

УДК 624.012.45+539.385

ББК 38.53

М 48

Рекомендовано до друку Вченою радою Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини
(протокол № 6 від 29 листопада 2016 р.)

Рецензенти:

Клименко Є. В. – доктор технічних наук, професор проректор з наукової роботи, завідувач кафедри будівельних конструкцій Одеської державної академії будівництва та архітектури, заслужений діяч науки і техніки України,

Семко О. В. – доктор технічних наук, професор завідувач кафедри архітектури та міського будівництва Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка,

Азізов Т. Н. – доктор технічних наук, професор завідувач кафедри техніко-технологічних дисциплін, охорони праці та безпеки життєдіяльності Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини,

Мовний редактор: **Цимбал Н. А.** – кандидат філологічних наук, доцент, завдувач кафедри практичного мовознавства УДПУ імені Павла Тичини.

М 48 Мельник, О. В. Жорсткість та міцність коробчастих залізобетонних елементів з нормальними тріщинами за дії деформації кручення : монографія / О. В. Мельник. – Умань : Видавець «Сочінський М.М» – 2016. – 116 с.

ISBN 978-966-304-179-7

У монографії описані теоретичні дослідження на основі існуючих методик чисельно-аналітичним, чисельним методом з використанням програмних комплексів, які реалізують метод скінченних елементів та експериментальні дослідження на фізичних зразках.

Досліджений вплив зміни жорсткості на кручення коробчастих залізобетонних елементів внаслідок утворення нормальних тріщин на характер та величини внутрішніх зусиль.

Монографія буде корисною для підготовки фахівців навчальних закладів різного рівня акредитації з дисципліни «Технічна механіка».

УДК 624.012.45+539.385

ББК 38.53

ISBN 978-966-304-179-7

© Мельник О. В., 2016

| | |
|--|----|
| ЗМІСТ | |
| Вступ..... | 4 |
| Розділ 1. Теоретичні та експериментальні дослідження впливу крутильної жорсткості залізобетонних елементів з тріщинами на просторову роботу прольотних конструкцій та мостів..... | 5 |
| 1.1. Залізобетонні конструкції коробчастого перерізу..... | 5 |
| 1.2. Вплив жорсткісних параметрів на просторову роботу перекриттів та мостів коробчастого перерізу..... | 7 |
| 1.3. Експериментальні та теоретичні дослідження жорсткості та міцності залізобетонних елементів на згин і кручення | 9 |
| Розділ 2. Дослідження жорсткості залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами..... | 18 |
| 2.1. Чисельно-аналітичні методи визначення напружено-деформованого стану залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами | 18 |
| 2.2. Чисельні дослідження по методу скінченних елементів жорсткості залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами з використанням програмного комплексу «Ліра»..... | 41 |
| Розділ 3. Експериментальні дослідження крутильної жорсткості та міцності залізобетонних елементів коробчастого перерізу..... | 45 |
| 3.1. Конструкція стенду, методика досліджень та прилади..... | 45 |
| 3.2. Аналіз напружено-деформованого стану та міцності залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами | 51 |
| Розділ 4. Пропозиції до розрахунку залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами | 63 |
| 4.1. Визначення жорсткості залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами при крученні з врахуванням нелінійних деформацій | 63 |
| 4.2. Розрахунок міцності залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами за дії крутного моменту | 69 |
| 4.3. Порівняння експериментальних даних з розрахунковими по запропонованій методиці | 75 |
| Висновки..... | 78 |
| Список використаних джерел..... | 79 |
| Додатки..... | 96 |

ВСТУП

Відомо, що на теперішній час у будівельній сфері широко застосовують сучасні матеріали та нові конструкції, натомість будівельні конструкції із залізобетону залишають за собою провідне місце в різних напрямках будівництва завдяки своїм фізичним та технічним характеристикам.

Особливою відмінністю залізобетонних конструкцій є те, що внаслідок дії постійних та тимчасових навантажень на прольотні конструкції мостів, естакади та на інші перекриття в них можуть утворюватись тріщини, які в свою чергу суттєво впливають не тільки на напружено-деформований стан та жорсткісні характеристики окремих їхніх елементів а й на перерозподіл зусиль між ними.

Широке та багатоцільове використання залізобетону у будівельній сфері ставить перед науковцями завдання подальшого розвитку теорії та удосконалення методів розрахунку залізобетонних конструкцій.

Визначенню міцності та деформативності залізобетонних балок за дії згину присвячено багато наукових робіт. В той же час дослідженню напружено-деформованого стану елементів за дії кручення обмежена кількість та й в основному роботи присвячені елементам з просторовими спіральними тріщинами. Але крім зазначених тріщин за дії згинальних моментів можуть розкриватись і нормальні тріщини, які в свою чергу суттєво впливають, як на жорсткість на згин так і на жорсткість на кручення та на співвідношення між їхніми величинами.

Методика визначення напружено-деформованого стану залізобетонних елементів з нормальними тріщинами за дії кручення знаходиться на початковому етапі свого розвитку і стосується в основному елементів прямокутного та таврового перерізу. Особливо багато питань виникає під час розрахунків елементів з порожнистим, зокрема корбчастим поперечним перерізом.

Розробка методики розрахунку елементів коробчастого поперечного перерізу за дії деформації кручення є актуальним завданням, рішення якого дозволить інженерам-проектувальникам враховувати жорсткість та міцність на кручення в елементах зазначеного перерізу.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ КРУТИЛЬНОЇ ЖОРСТКОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ З ТРІЩИНАМИ НА ПРОСТОРОВУ РОБОТУ ПРОЛЬОТНИХ КОНСТРУКЦІЙ ТА МОСТІВ

Залізобетонні конструкції займають провідне місце в різних напрямках будівництва завдяки своїм позитивним характеристикам та якостям.

На відміну від інших будівельних матеріалів за своїми природними, фізичними та технічними властивостями вони відрізняються особливістю тріщиноутворення, що суттєво впливає на напружено-деформований стан та жорсткісні характеристики матеріалів, а також веде до перерозподілу зусиль в статично невизначених конструкціях.

Загальну теорію деформації залізобетону з тріщинами вперше розробив і впровадив в життя М.І. Карпенко [98], в якій є рішення переважної кількості задач деформування залізобетонних елементів з тріщинами.

На початку ХХ століття теорію розрахунку залізобетонних елементів конструкцій з тріщинами запропонував В.І. Мурашев [133], яка в подальшому набула значного розвитку у дослідженнях О.О. Гвоздева, С.А. Дмитрієва, С.М. Крилова.

Праці А.Я. Барашикова, В.М. Бондаренка, М.І. Карпенка, А.Л. Козака, О.Ф. Яременка [43,51,52,96,98,116,183] дали змогу проводити розрахунки залізобетонних перекриттів з урахуванням тріщиноутворення.

У розрахунках залізобетонних конструкцій, які перебувають в складному напруженому стані, достатньо ефективною є методика С.Ф. Клованіча [111-113], з використанням просторових скінченних елементів.

В сучасному будівництві під час проектування різноманітних залізобетонних конструкцій, враховується просторова робота, що значно підвищує точність визначення зусиль, які виникають в їхніх окремих елементах.

Якщо раніше із конструкції будь-якої споруди чи її елемента (перекриття, каркас та ін.) брались для розрахунків окремі плоскі елементи (одна плита із перекриття, одна балка із каркаса будівлі), то на теперішній час майже всі вище зазначені конструкції розраховуються з урахуванням взаємодії їх елементів між собою.

В працях [3,9,26] показано, що перерозподіл локального навантаження однаковою мірою залежить як від жорсткості на згин, так і від жорсткості на кручення, яку необхідно враховувати під час проведення розрахунків різноманітних конструкцій.

1.1. Залізобетонні конструкції коробчастого перерізу

Коробчастий переріз в залізобетонних конструкціях зустрічаються вельми часто, як в окремих елементах – балках, так і у складі конструкцій –

залізобетонних балочних мостів (рис. 1.1), які в свою чергу складають більше $\frac{3}{4}$ загальної протяжності усіх автодорожніх мостів.

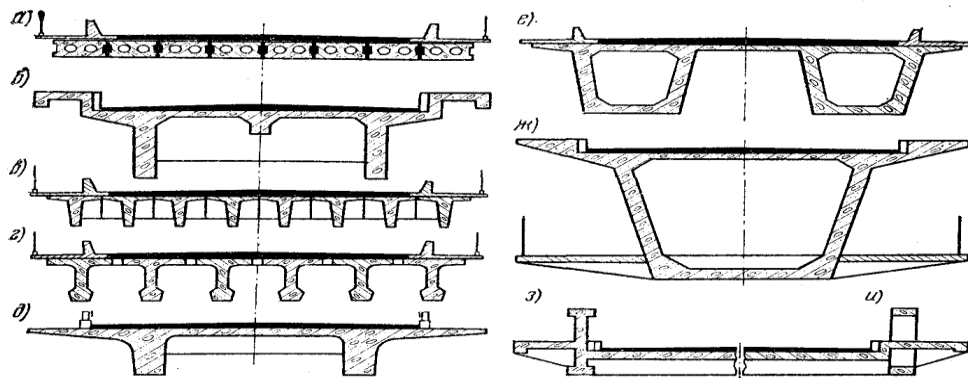


Рис. 1.1. Поперечний переріз прольотних конструкцій балочних мостів:
а) - плитних; б), в), г) - ребристих; д) - плитно-ребристих;
е), ж) - коробчастих; з) – із суцільними головними балками з їздою по низу; и) – із скрізними головними балками з їздою по низу.

Балки коробчастого перерізу, які мають достатньо велику жорсткість на кручення, перспективні для автодорожніх мостів великих прольотів.

На рис. 1.2 показано приклад застосування коробчастих елементів в мосту, який був збудований із збірних конструкцій прольотом 305 метрів.

Кожна арка окремо була зібрана з 108 збірних блоків-коробок і 19 діафрагм, виготовлених із звичайного залізобетону (бетон М-400).

Різноманіття форм тонкостінних оболонок робить їх незамінним засобом архітектурної виразності будівель з великими прольотами.

У залізобетонних конструкціях кручення елементів у чистому вигляді майже не зустрічається, але у поєднанні зі згином - досить часто. Опір залізобетонних елементів на згин значно більший ніж на кручення, тому у конструкціях, не дивлячись на відносно невеликі по абсолютному значенню крутні моменти необхідно їх обов'язково враховувати.

Використання коробчастих настилів з керамзитобетону і керамзитоперлітобетону дозволить додатково знизити сумарне навантаження від покриття на 7 - 15%.

Широке застосування в естакадах та шляхопроводах складної конфігурації нашли коробчасті пролітні конструкції, які мають підвищену жорсткість на кручення.

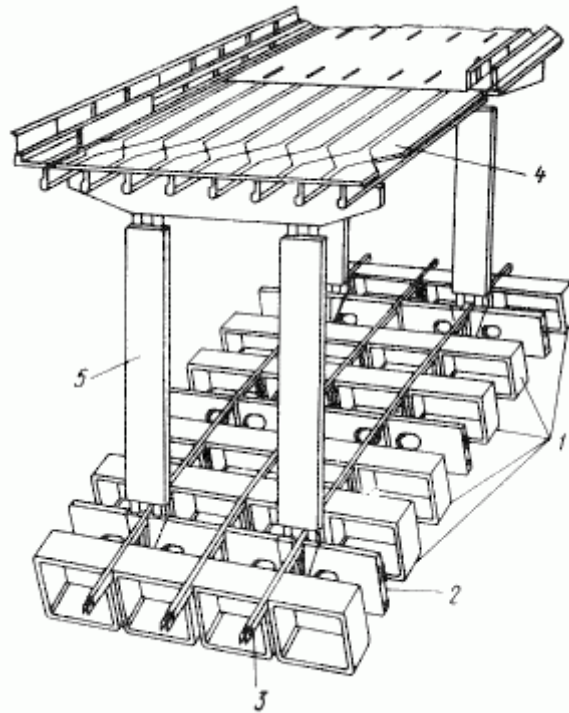


Рис. 1.2. Конструкція прольотної будови моста:

1 - коробчасті блоки; 2 - діафрагми; 3 - поздовжні ребра; 4 - блоки прольотної будови; 5 – стійки.

Балки коробчастого перерізу мають багато переваг в порівнянні з відкритими балками. До них відносяться: більш висока несуча здатність конструкцій або їх елементів при роботі на згин в двох площинах та на кручення. Матеріал в замкнених перерізах розташовується в основному в периферійних зонах по відношенню до центру ваги, це зумовлює збільшення моментів інерції та опору, а також моменту інерції на кручення.

Резюме: коробчасті балки використовуються, але їх жорсткість на тріщиностійкість за дії крутних моментів необхідно досліджувати та враховувати під час проектування конструкцій.

1.2. Вплив жорсткісних параметрів на просторову роботу перекриттів та мостів коробчастого перерізу

Слід зазначити, що врахування просторової роботи залізобетонних перекриттів значно впливає на перерозподіл внутрішніх зусиль, що в свою чергу призводить до значної економії будівельних матеріалів.

В працях [21,26,27,31,32,33,34,39-42,45,55,57,59,60,61,63,65,66,67,68, 118,119,121-123,124,136,137,139,144,149-154,163,165-167,168,175,176,177,201, 205] досліджено вплив просторової роботи монолітних і збірних елементів перекриття на напружено-деформований стан їх окремих елементів.

О.С. Семченков [148,150,151,154] експериментально встановив, що жорсткість і міцність плити, завантаженої в складі збірного перекриття, значно вища, ніж жорсткість та міцність плити, дослідженої по балковій схемі. Неврахування спільної роботи плит іде в запас їх міцності, а від поздовжніх тріщин можливі руйнування перекриття по поздовжнім перерізам.

Досліджуючи сумісну роботу багатополюх переднапружених плит прогоном 9 метрів у порівнянні з балковими плитами [130], В. И. Лишак встановив, що урахування сумісної роботи перших дозволяє скоротити їхнє розрахункове армування на 23 %.

Експериментально-теоретичні дослідження просторової роботи мостів, проведені Б.Е. Уліцким [142,165-167], І.А. Тріфоновим [163,164], В.Г. Квашей, І.Г. Іваником [107-110] показали, що перерозподіл зусиль між мостовими балками змінюється при тріщиноутворенні в полках і ребрах таврових балкових елементів мостів.

В зазначених та інших працях наведені різні методики розрахунків залізобетонних перекриттів та прогонних конструкцій мостів з урахуванням їх просторової роботи.

Існуючі методики визначення жорсткості елементів на кручення [94] стосуються тільки залізобетонних елементів з просторовими (спіральними) тріщинами, хоч експериментальними дослідженнями [159, 160] встановлений суттєвий вплив нормальних тріщин на жорсткість залізобетонних елементів, які зазнають деформації кручення.

У працях [88-90], Б.В. Карабанов використовуючи експериментальні дослідження В.Н. Горнова [60,61] зробив висновок, що під час утворення тріщин жорсткість на кручення залізобетонних елементів зменшується швидше ніж жорсткість на згин, але теоретично цей факт не обґрунтований.

Вищенаведений огляд теоретичних та експериментальних досліджень дозволяє зробити висновок про те, що при усіх перевагах просторового розрахунку плитно-ребристих систем, в розглянутих роботах показано що внаслідок утворення тріщин змінюються тільки жорсткості на згин, а на кручення залишаються без змін, або змінюються пропорційно згинальним.

Виключенням є праці [1-30], в яких чітко показана залежність впливу зміни жорсткості при крученні на згинальну, а також праці [111-113], в яких для розрахунку використовується метод скінченних елементів.

У своїй праці [146] С.Д. Семенюк також зазначає, що в багатьох конструкціях, не дивлячись на відносно невеликі по абсолютному значенню крутні моменти, вплив їх необхідно враховувати, адже кручення в залізобетоні – досить складний процес, для опису якого необхідно допущення ланок гіпотез, підтверджених експериментом.

Таким чином, вплив зміни жорсткості при крученні на перерозподіл зусиль плитно-ребристих систем, які деформуються просторово залишається не достатньо вивченим.

1.3. Експериментальні та теоретичні дослідження жорсткості та міцності залізобетонних елементів на згин і кручення

Аналіз зазначених вище праць дозволяє зробити висновок, що під час просторової роботи плитно-ребристих систем на перерозподіл зусиль між їхніми окремими елементами суттєво впливають як жорсткість на згин, так і жорсткість на кручення.

Необхідно зазначити, що при достатньому вивченню жорсткості на згин залізобетонних елементів [43,51,61,66,110,182,183] розрахункове визначення жорсткості на кручення (особливо за наявності нормальних тріщин) залишається достатньо важким завданням, особливо для елементів порожнистого перерізу.

Праці Е.Г. Елагіна, М.І. Карпенка [70-73,97] присвячені вивченню жорсткості стрижневих залізобетонних елементів з просторовими тріщинами, однак питання визначення жорсткості елементів з нормальними тріщинами не розглядалися.

В даний час для визначення напружено-деформованого стану різних елементів при складних навантаженнях використовуються як правило числові методи, насамперед метод скінченних елементів, що не завжди є зручним, особливо при врахуванні впливу різного виду тріщин.

Багатьма дослідниками проводилися науково-дослідні роботи, що стосувалися розробки методів розрахунку міцності залізобетонних конструкцій, які зазнавали деформації кручення із згином.

Перші наукові праці, присвячені дослідженню міцності залізобетонних стрижнів за дії крутних моментів були проведені в Німеччині Ц. Бахом, О. Графом [185-187,195].

Використовуючи рівновагу граничних зусиль А.А. Гвоздєв та Н.Н. Лессиг [125-129] запропонували формули для розрахунку міцності залізобетонних елементів прямокутного перерізу, які зазнавали деформацій кручення та згину із крученням.

Дослідження, проведені П.І. Бурлаченко, І.М. Ляліним і Ю.В. Чиненковим свідчать про дійсність метода А.А. Гвоздєва – М.М. Лессиг для розрахунку міцності елемента прямокутного перерізу [53,125,126,131,173,174].

У подальшому Г.В. Мурашкін, А.В. Белубєкян, Д.Х. Касаєв, Р.А.Складнева, М.І. Тімофєєв, [46,99,102,103,105,134,135,155,162], показали, що запропонована методика Н.Н. Лессиг може бути розповсюджена також для дослідження міцності попередньо напружених залізобетонних елементів прямокутного перерізу, що зазнають кручення та згину з крученням.

У [206] показано, що за дії крутних моментів та зсувних зусиль на тонкостінні попередньо напружені пустотілі залізобетонні балки їхня міцність різко не змінювалась, а був присутній пластичний характер їх руйнування.

За кордоном подібні дослідження проводилися – А. Vishara, R.H. Evans, H.GangaRao, H. Gesund, P.R. Mukherjee, P. Zia та ін. [189,191,192,193,194,202-204,207].

У технічному університеті м. Будапешт [190] були проведені дослідження залізобетонних експериментальних балок розмірами 130x130x2000 мм, які зазнавали деформацій згину з крученням.

У п'ятнадцяти експериментальних зразках змінювалось співвідношення армування у поздовжньому та поперечному напрямку. Залежність "крутний момент – кут закручування" будувалась автоматично за показниками приладів з допомогою графобудувача. Під час утворення тріщин жорсткість на кручення експериментальних зразків значно зменшувалась, а графік залежності "крутний момент – кут закручування" ставав більш пологим.

Пропозиції в розробку розрахункової моделі стосовно до елементів прямокутного перерізу були внесені В.Н. Байковим. Він встановив, що напруження в поздовжній і поперечній арматурі визначається із умови їх сумісного деформування при поступальному розкритті похилих тріщин. До цієї теорії були занесені уточнення та поправки на підставі експериментальних досліджень, проведених В.О. Вернигора, В.І. Поповим, та В.І. Фомічевим [56, 140,172].

Визначенням міцності елементів кільцевого перерізу при згині з крученням займалися В.А. Зубков та В.К. Ягодин [86,181].

Проведення експериментальних досліджень по визначенню деформацій залізобетону та сталевібробетону в елементах кільцевого перерізу при дії короткочасних і малоциклових навантажень експлуатаційних та високих рівнів належать Є.М. Бабичу [35].

Метод розрахунку міцності елементів кільцевого перерізу з напруженою та ненапруженою арматурою впровадив Е.Г. Елагін [69].

У праці [180] приводяться результати експериментальних досліджень залізобетонних балок, їхніх деформацій при випробуваннях, але питання розрахунку деформативності та жорсткості на кручення не розглядаються.

Як наслідок такого недоліку досліджень в діючих нормах [47,141] наведені формули для розрахунку міцності залізобетонних елементів, що зазнають деформацій згину з крученням, однак не зазначено рекомендацій та вимог з визначення деформативності таких елементів.

Найбільш ефективним та достовірним методом розрахунку балок, що працюють на згин з крученням є метод запропонований С.Ф. Клованічем [111-113], в якому використовуються просторові скінченні елементи. Недоліком такого методу є відносна складність створення розрахункових схем та велика кількість невідомих, що в свою чергу ускладнює розрахунки, складних просторових схем. Крім цього, арматуру не розміщують дискретно, а враховують по усьому елементу скінченного елемента [84].

Результати наукових праць [125,126,128,132,173,174,179] вперше ввійшли до СНиП [157,158], як рекомендації по розрахунку і конструюванню звичайних армованих елементів прямокутного перерізу, які працюють на косий згин з крученням.

У подальшому результати досліджень [100,101,127,129,138,170] були включені до нової редакції СНиП [156], відповідно до якої проводяться розрахунки на міцність зазначених вище елементів.

Розрахункові передумови закладені в основу [156] та [158], виходячи із умови, що площа зони без тріщин розміщується по лінії, яка з'єднує кінці похилих тріщин руйнування на протилежних гранях перетину, а також із того, що при визначенні несучої здатності поперечного перерізу елемента враховується повздовжня робоча арматура і лише одна гілка поперечної арматури, що розміщена біля грані, протилежній розміщенню зони без тріщин.

Дослідженнями залізобетонних елементів на згин з крученням займались багато учених: Є.М. Бабич, А.Я. Барашиков, З.Я. Бліхарський, В.М. Бондаренко, П.Ф. Вахненко, М.С. Жорняк, О.С. Залесов, М.І. Карпенко, Д.Х. Касаєв, О.М. Клюка, Г. Коуен, А.М. Кузьменко, О.Н. Печеник, А.Г. Сафонов, О.В. Семко, Л.В. Фалєєв, В.К. Юдин, Т.С.Hsu Thomas та інші [36-38,44,50,52,54,75-80,81-85,91-98,99-105,114,115,117,120,138,145,147,169,178,196-200].

У зазначених дослідженнях викладені як загальні пропозиції щодо врахування роботи залізобетонних конструкцій на згин з крученням, так і конкретні пропозиції з практичного їх розрахунку на міцність.

Недавно Т.Н. Азізов та його учні запропонували методику визначення жорсткості на кручення залізобетонних елементів з нормальними тріщинами [1,2,4,9,10,13-16,18,19,22-24,29,30], в якій розглядаються залізобетонні елементи прямокутного та таврового перерізу.

Дослідження проведені Н.Н. Срібняк [2,4,159], В.І. Стадник [29,30,160] з достатньою точністю відповідають розробленій ними методиці визначення жорсткості на кручення залізобетонних елементів відповідно прямокутного та таврового перерізу з нормальними тріщинами.

Зазначена методика перебуває на початковому етапі та потребує більш досконального вивчення, удосконалення та розвитку на елементи іншого перерізу, в тому числі і коробчастого перерізу.

Відомо, що важливою відмінністю залізобетонних елементів є утворення в них нормальних тріщин. У розглянутих вище дослідженнях та працях показано, що утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах призводить до зміни їх жорсткості на кручення, яка в свою чергу суттєво впливає на величину згинальних та крутних моментів в системах, що деформуються просторово.

Т.Н. Азізов у своїй праці [20] вперше запропонував методику визначення жорсткості на кручення залізобетонних елементів з нормальними тріщинами.

Об'єктом дослідження був залізобетонний елемент з нормальною тріщиною прямокутного перерізу, до якого прикладений крутний зовнішній момент M_t (рис. 1.3).

Поставлена задача вирішувалась шляхом умовного розсічення поздовжньої арматури у місці виникнення нормальної тріщини.

При цьому крутний момент від блока A до блока B передавався через

зону без тріщин висотою x (рис. 1.3).

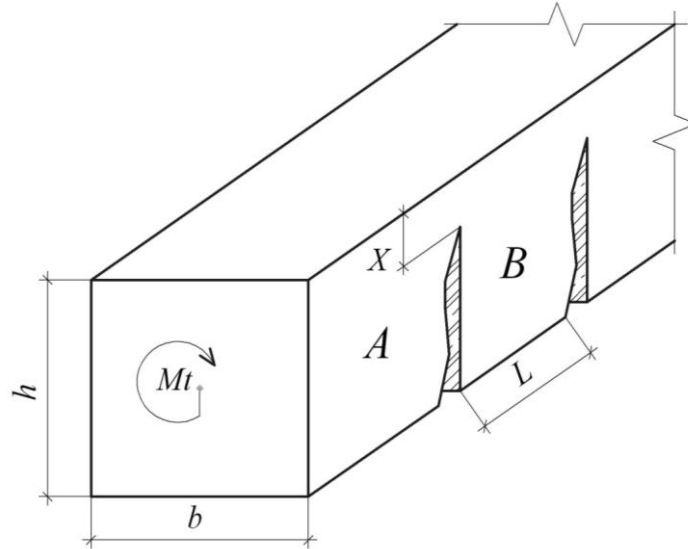


Рис. 1.3. Схема залізобетонного елемента з нормальними тріщинами, завантаженого крутним моментом

Показано, що для визначення жорсткості на кручення залізобетонного елемента спочатку розраховується нагельна сила Q (опір арматури взаємному повороту двох суміжних блоків, відділених нормальною тріщиною), використовуючи умову рівності горизонтальних переміщень суміжних точок в місці умовного розтину арматури.

У розглянутому перерізі з тріщиною арматура умовно розтинається і розглядається переміщення одного блоку відносно іншого (рис. 1.4).

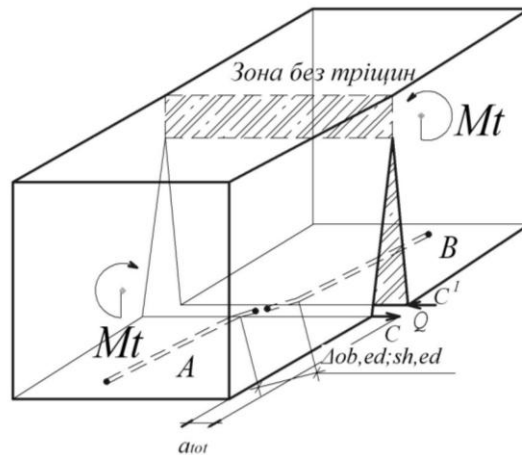


Рис. 1.4. Схема деформування арматури та взаємного повороту блоків

Нагельну силу Q пропонується визначати за наступною формулою:

$$Q = \frac{\Delta_{ver}^{Mt} - \Delta_{T,S}^{Mt}}{\Delta_{ver,ed}^Q + \Delta_{cel,ed}^Q - \Delta_{TS,ed}^Q + \Delta_{ob,ed} + \Delta_{sh,ed}} \quad (1.1)$$

де

$\Delta_{ob,ed}$; $\Delta_{sh,ed}$ – переміщення від змінання бетону та зсуву арматури внаслідок дії одиничної нагельної сили $\bar{Q}=1$, визначається як переміщення

стрижня, внаслідок його спирання в пружню суцільну основу;

Δ_{ver}^{Mt} – переміщення точки C від кручення верхньої частини, тобто зони без тріщин, яка сприймає зовнішній момент M_t (рис. 1.6);

$\Delta_{T,S}^{Mt}$ – переміщення точки C^I , тобто нижньої частини, від дії внутрішніх зусиль $Q_{S_i}(x)$ і $T_i(x)$, що виникають в площині, яка проходить на рівні низу зони без тріщин, від кручення зовнішнім моментом M_t ;

$\Delta_{ver,ed}^Q$ – переміщення точки C від кручення верхньої частини крутним моментом, створеним одиничною силою в арматурі $\bar{Q} = 1$;

$\Delta_{TS,ed}^Q$ – переміщення точки C^I , тобто нижньої частини від дії внутрішніх зусиль $S_i(x)$ і $T_i(x)$, що виникають в площині, яка проходить на рівні низу зони без тріщин, від кручення одиничною силою $\bar{Q} = 1$;

$\Delta_{cel,ed}^Q$ – переміщення точки C^I від кручення блока з повною висотою перерізу в результаті дії одиничної сили $\bar{Q} = 1$.

Після знаходження невідомої сили Q можна знайти повне переміщення в тріщині a_{tot} .

Для визначення жорсткості на кручення елемента з нормальною тріщиною пропонується визначити кут повороту умовного суцільного (без тріщин) елемента:

$$\varphi_{ekv} = \frac{a_e}{r} \quad (1.2)$$

де

a_e - переміщення від кручення елемента без тріщин на довжині l_{cr} (відстань між тріщинами елемента);

r - радіус повороту, тобто відстань від центральної осі елемента до точки визначення переміщення блоку.

Відношення кута повороту елемента з нормальною тріщиною до еквівалентного, визначеного по (1.2), дає відношення жорсткості суцільного без тріщин елемента до жорсткості елемента з нормальною тріщиною.

Складові переміщень, які входять до виразу (1.1), визначаються із умови повороту верхньої частини кожного блоку (зони без тріщин) відносно її нижньої частини.

Передача крутного моменту від блока A до блока B (рис. 1.4) відбувається через зону без тріщин.

При цьому схема прикладання крутного моменту до блока B має вигляд, як показано на рис. 1.5.

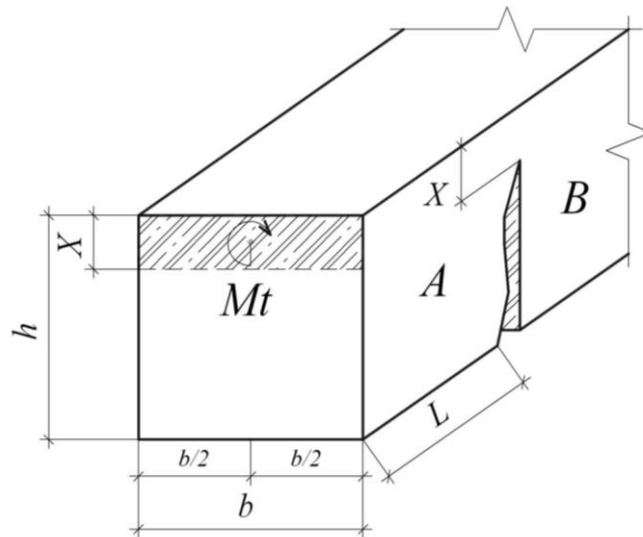


Рис. 1.5. Схема передачі крутного моменту через зону без тріщин

Відомо, що задача теорії пружності про кручення стрижня прямокутного перерізу, вирішується в припущенні, що торець стрижня рівномірно завантажений дотичними силами, рівнодіюча яких приводиться до крутного моменту M_t . Якщо зовнішній момент M_t прикладений до частини перерізу по схемі (рис. 1.6), то напруження та переміщення не можуть бути визначені за формулами кручення опору матеріалів.

Задачу визначення повороту верхньої частини блоку (заштрихована на рис. 1.6) до її нижньої Т.Н. Азізов запропонував визначити декількома способами.

Перший спосіб – за допомогою метода скінченних елементів (МСЕ) [58,62] з застосуванням об'ємних скінченних елементів. Але при розрахунках з врахуванням нелінійних властивостей бетону застосування програмних комплексів (таких, як «Ліра», «Скад» та ін) дуже ускладнює рішення такої задачі. Ці ускладнення загальновідомі, тим більше, що дана задача є частковою у рішенні більш загальної задачі з визначення жорсткості на кручення залізобетонного елемента з тріщиною, тобто частина рішення задачі повинна бути підпрограмою при рішенні загальної задачі, що теоретично можливо.

Другий спосіб – використання як підпрограми прямих методів рішення просторової задачі теорії пружності [12,13,25,28]. Створення таких підпрограм дало б можливість більш точно розв'язувати клас подібних задач.

Рішення зазначеної просторової задачі можна було б вирішити чисельно – аналітичним методом використовуючи метод М.М. Філоненко – Бородича «Про рівновагу пружного паралепіпеда» [171], в якому використовується варіаційний метод Кастільяно та тензор напруг, запропонований П. Ф. Попковичем. Проте її розв'язок призводить до великих математичних, а саме тригонометричних викладок та особливої складності.

Третій спосіб полягає в тому, що на основі багатьох розрахунків по МСЕ з використанням об'ємних скінченних елементів у стандартних програмних комплексах, наприклад (Excel) для елементів з різними співвідношеннями висоти зони без тріщин, різної ширини та висоти поперечного перерізу, довжини блока між тріщинами отримують залежності переміщень (поворотів).

Потім роблять апроксимацію і отримують функцію залежності від багатьох факторів, які приймалися до розгляду. Недоліком такого методу є те, що для отримання невідомої функції від числових значень багатьох факторів необхідно зробити багато розрахунків, що є громіздким для рішення часткової, а не загальної задачі. Тим більше, якщо у рішення задачі вводити числове значення фактору, яке суттєво відрізняється від того, що вводилось при апроксимації, то похибка стає значимою, що не може повністю задовольняти інженерний метод розрахунку.

Четвертий спосіб є зручним, адже дає можливість враховувати нелінійні властивості бетону.

Суть його полягає в наступному: блок елемента між нормальними тріщинами розділюється на $n+1$ частин горизонтальними перерізами, кількість яких дорівнює n (рис. 1.6).

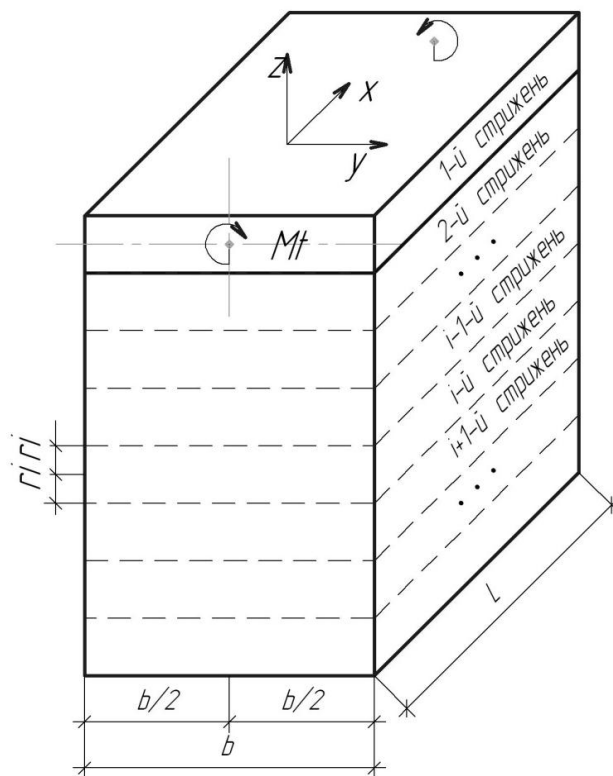


Рис. 1.6. Схема завантаження і ділення блоку на окремі стрижні

З урахуванням симетричних завантажень блоку зовнішнім моментом M_t , як показано на рис. 1.6 схему завантаження з врахуванням по аналогії з [8] можна подати у вигляді, показаному на рис. 1.7. Природа вертикальних зусиль $S_i(x)$ та дотичних $T_i(x)$ пояснюється в [8].

Кількість стрижнів, на які розбивається по висоті блок між тріщинами, підбирається шляхом попередніх розрахунків для отримання збіжності результатів подібно, як це робиться при розрахунку методом скінченних елементів.

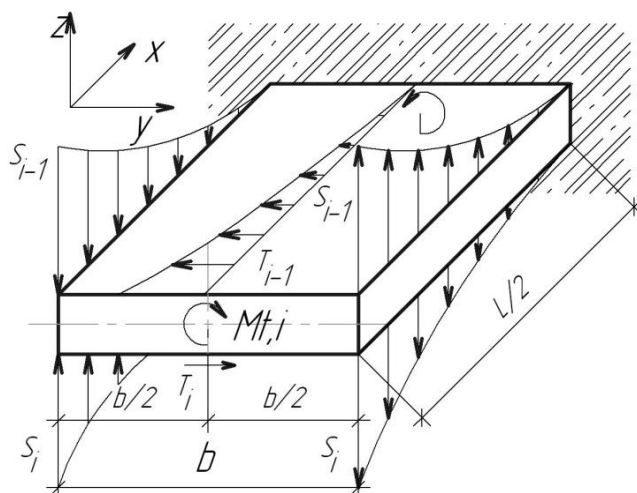


Рис. 1.7. Схема внутрішніх зусиль, що прикладені до i -того відсіченого стрижня

Товщину першого стрижня слід прийняти рівній висоті зони без тріщин (див. рис. 1.7). У схемі, показаній на рис. 1.7 прийняте припущення, що стрижні з'єднані між собою тільки по кромкам.

Під час рішення задачі в кожному i -тому перерізі визначаються невідомі вертикальні $S_i(x)$ та дотичні $T_i(x)$ зусилля (див. рис. 1.8). Для визначення цих зусиль враховуються усі можливі переміщення від них та використовується умова сумісності деформацій по лініям перетину стрижнів. При цьому враховуються усі види деформацій, а саме: згин, кручення, стиск – розтяг відповідно за напрямками осей x, y, z .

Для рішення поставленої задачі (визначення внутрішніх зусиль) $S_i(x), T_i(x)$ нас цікавлять зусилля в першому перерізі для першого (верхнього) стрижня (рис. 1.7), до якого прикладений крутний момент M_t . Знайшовши невідомі зусилля $S_i(x), T_i(x)$ та знаючи величину зовнішнього крутного моменту M_t без особливих складностей визначимо кут повороту даного стрижня, що в дійсності відповідає куту повороту верхньої, завантаженої крутним моментом, частини перерізу блока між тріщинами.

Після визначення одним із наведених вище способів кута повороту верхньої частини блока, за формулою (1.2) розраховуємо кут повороту умовного суцільного (без тріщин елемента) з наступним визначенням дійсної жорсткості залізобетонного елемента з нормальними тріщинами.

Запропонована методика Т.Н. Азізовим була експериментально та теоретично перевірена. Про це свідчать праці: Н.М. Срібняк [2], В.І. Стадник [30] відповідно для прямокутного та таврового перерізу з нормальними тріщинами. Достовірність подібного підходу для елементів коробчастого перерізу, які мають суттєву відмінність від елементів прямокутного та таврового перерізу є предметом окремого дослідження.

Із зазначеного вище матеріалу можна зробити наступний висновок, що вплив жорсткості на кручення для залізобетонних систем, які деформуються просторово, тобто на величину їх крутних та згинальних моментів повинно бути досліджено більш детально. Дослідження, які присвячені крученню

залізобетонних елементів та систем в цілому, спрямовані на визначення їх міцності. Жорсткість залізобетонних елементів при крученні, як правило передбачає утворення просторових тріщин. Жорсткість залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами за дії крутних моментів на даний час не досліджена. Питання міцності при крученні з нормальними тріщинами стосуються також тільки елементів прямокутного [22,23] та таврового [25] перерізів.

РОЗДІЛ 2

ДОСЛІДЖЕННЯ ЖОРСТКОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОРОБЧАТОГО ПЕРЕРІЗУ З НОРМАЛЬНИМИ ТРІЩИНАМИ

2.1. Чисельно-аналітичні методи визначення напружено-деформованого стану залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами

Для визначення деформативності і жорсткості на кручення залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами чисельно-аналітичними методами застосуємо підхід прийнятий у [17] та розглянутий у підрозділі 1.3 першого розділу, в якому зазначено, що повороту блока A , до якого прикладений крутний момент M_b , відносно суміжного блока B (рис. 1.6) чинить опір не тільки зона без тріщин (нетріснувши ділянка елемента), а й арматура.

Для розрахунку невідомого поперечного зусилля Q , арматурний стрижень умовно розтинають та визначають переміщення точки C блока A відносно точки C' блока B використовуючи умову рівності горизонтальних переміщень (рис. 1.4), які в свою чергу складаються із переміщень (складових) формули (1.1).

Визначивши складові формули (1.1) знаходимо невідому нагельну силу Q .

Для визначення жорсткості на кручення елемента з нормальною тріщиною визначаємо кут повороту умовного суцільного (без тріщин) елемента.

Відношення кута повороту елемента з нормальною тріщиною до еквівалентного, визначеного по формулі (1.2) роділу 1, дає відношення жорсткості еквівалентного елемента (без тріщин) до жорсткості елемента з нормальною тріщиною.

Для рішення задачі, визначення напружено-деформованого стану в елементах коробчастого перерізу з нормальними тріщинами застосуємо теорію запропоновану Б.Е. Уліцким в [142], у якій під час просторових розрахунків прогінних будівель мостів конструкцію умовно розтинають на окремі поздовжні елементи. Подальші етапи розрахунку пов'язані з визначенням деформацій та зусиль, а також переміщення різних частин перерізу. Використовуючи вище зазначену теорію розділимо коробчастий елемент на окремі пластини (рис. 2.1).

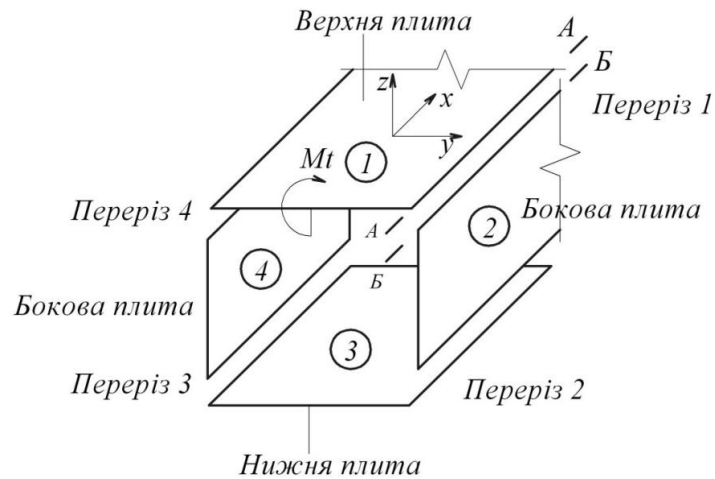


Рис. 2.1. Схема розділення коробчастого елемента на окремі пластини

По лініях розтину А-А, Б-Б в загальному випадку будуть діяти невідомі зусилля (рис. 2.2): вертикальні $S_I(x)$ (вздовж осі Z); горизонтальні $T_I(x)$ (вздовж осі X); горизонтальні $H_I(x)$ (вздовж осі Y) і поперечні згинальні моменти $m_I(x)$ (відносно осі X). Індеси знизу означають: номер коробчастого перерізу відповідних зусиль.

Невідомі зусилля горизонтальної та вертикальної пластин визначаються з умови сумісності деформацій по лініях розтину А-А і Б-Б (рис. 2.1).

Прийmemo наступні позначення для переміщень:

U_T, U_H, U_S – поздовжні переміщення (вздовж осі X) (рис. 2.2) від зусиль відповідно $T(x), H(x)$ та $S(x)$;

V_T, V_H – поперечні переміщення (вздовж осі Y) відповідно від сил $T(x)$ і $H(x)$;

W_{Mt}, W_S, W_T, W_m – вертикальні переміщення від зовнішнього моменту Mt , зусиль $S(x), T(x)$ та моментів $m(x)$ відповідно;

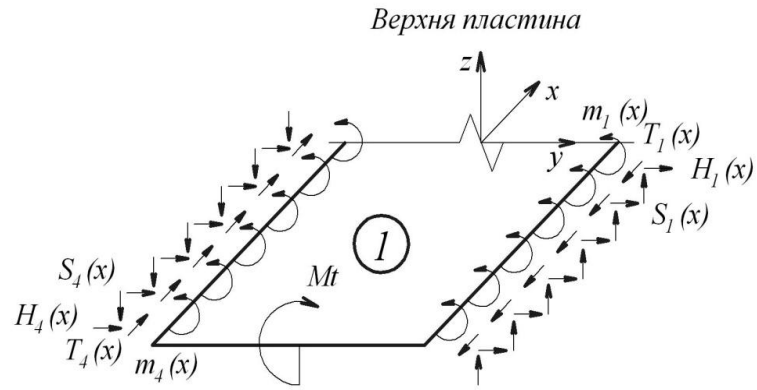
$\varphi_{Mt}, \varphi_S, \varphi_H, \varphi_m$ – кути повороту пластини від зовнішнього моменту Mt , зусиль $S(x), H(x)$ та моментів $m(x)$ відповідно.

Пронумеруємо пластини коробчастого елемента за ходом годинникової стрілки, починаючи з верхньої (рис. 2.1).

Для пластин 1, 3 поздовжні переміщення U та поперечні переміщення V – визначаються з рішення плоскої задачі теорії пружності, за методикою розділу 2, §4 [142]. Вертикальні переміщення W , кути повороту φ – визначаються з рішення задачі про згин за методикою розділу 2, §5 [142].

Для пластин 2, 4 поздовжні переміщення U та вертикальні переміщення W – визначаються з рішення плоскої задачі теорії пружності, наприклад, за методикою розділу 2, §4 [142]. Поперечні переміщення V , кути повороту φ – визначаються з рішення задачі про згин за методикою розділу 2, §5 [142].

а)



б)

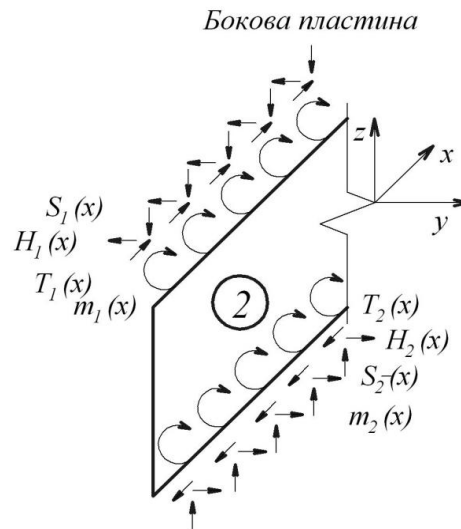


Рис. 2.2. Схема зусиль, які діють по лініях розтину:
а) – в верхній пластині; б) – в боковій пластині.

Зовнішній момент Mt , невідомі зусилля $T(x)$, $S(x)$, $H(x)$ і моменти $m(x)$ зручно виразити через ряди Фур'є по синусах:

$$\left. \begin{aligned} Mt &= \sum_{n=1}^{\infty} Mt_n \cdot \sin \alpha x; \\ T(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} T_n \cdot \sin \alpha x; \\ S(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} S_n \cdot \sin \alpha x; \\ H(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} H_n \cdot \sin \alpha x; \\ m(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} m_n \cdot \sin \alpha x. \end{aligned} \right\} (2.1)$$

де

– $Mt_n = \frac{2 \cdot Mt}{n \cdot \pi} \cdot (1 + \cos n \cdot \pi - 2 \cdot \cos \frac{n \cdot \pi}{2})$, – коефіцієнт Фур'є для розкладання

зовнішнього моменту Mt ;

– T_n, S_n, H_n, m_n – коефіцієнти Фур'є невідомих функцій, які підлягають визначенню з рішення рівнянь сумісності переміщень;

– $\alpha = \pi \cdot n / l$;

– l – довжина прольоту елемента.

Переміщення визначаються по відомим формулам теорії пружності.

1. Для плоского напруженого стану пластини:

– U_T, U_H, U_S – поздовжні переміщення (вздовж осі X);

– V_T, V_H – поперечні переміщення (вздовж осі Y).

$$\left. \begin{aligned} U_T &= \int \frac{1}{E} (\sigma_x - \mu \cdot \sigma_y) dx; \\ U_H &= \int \frac{1}{E} (\sigma_x - \mu \cdot \sigma_y) dx; \\ U_S &= \int \frac{1}{E} (\sigma_x - \mu \cdot \sigma_y) dx; \\ V_T &= \int \frac{1}{E} (\sigma_y - \mu \cdot \sigma_x) dx; \\ V_H &= \int \frac{1}{E} (\sigma_y - \mu \cdot \sigma_x) dx. \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

де σ_x, σ_y – відповідно напруження вздовж осі x та y; μ – коефіцієнт Пуассона матеріалу пластини (коробчастого елемента).

Напруження σ_x, σ_y визначаються з рішення Файлона [142].

Усі розглянуті переміщення виходячи із граничних умов для граней верхньої і нижньої пластин, $y = \pm b/2$ де (b – ширина верхньої та нижньої пластини), для граней бокових пластин, $y = \pm h/2$ де (h – висота бокової пластини) з застосуванням рішення Файлона будуть визначатись з виразу (2.3):

$$\left. \begin{aligned} (U_T)_{y=\pm 0.5b} &= -\frac{1}{2E} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{l}{\pi \cdot n} \cdot \\ &\left[\gamma_{np} \left(\theta_{(n,\pm 0.5b)} + \bar{\theta}_{(n,\pm 0.5b)} \right) - \gamma_{lp} \left(\theta_{(n,\pm 0.5b)} - \bar{\theta}_{(n,\pm 0.5b)} \right) \right] \cdot \cos \frac{\pi \cdot n}{l} \cdot x; \\ (U_H)_{y=\pm 0.5b} &= -\frac{1}{2E} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{l}{\pi \cdot n} \cdot \left[\beta_{np} \left(\eta_{(n,\pm 0.5b)} + \bar{\eta}_{(n,\pm 0.5b)} - (\mu \pm \mu) \right) + \right. \\ &\left. \beta_{lp} \left(\eta_{(n,\pm 0.5b)} - \bar{\eta}_{(n,\pm 0.5b)} - (\mu \mp \mu) \right) \right] \cdot \cos \frac{\pi \cdot n}{l} \cdot x; \\ (U_S)_{y=\pm 0.5b} &= -\frac{1}{2E} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{l}{\pi \cdot n} \cdot \left[\beta_{np} \left(\eta_{(n,\pm 0.5b)} + \bar{\eta}_{(n,\pm 0.5b)} - (\mu \pm \mu) \right) + \right. \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

$$\left. \begin{aligned}
& \beta_n \left(\eta_{(n,\pm 0.5b)} - \bar{\eta}_{(n,\pm 0.5b)} - (\mu \mp \mu) \right) \cdot \cos \frac{\pi \cdot n}{l} \cdot x; \\
& (V_T)_{y=\pm 0.5b} = -\frac{1}{2E} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{l}{\pi \cdot n} \cdot \left[\gamma_{np} \left(\eta_{(n,\pm 0.5b)} + \bar{\eta}_{(n,\pm 0.5b)} - (\mu \pm \mu) \right) + \right. \\
& \gamma_n \left(\eta_{(n,\pm 0.5b)} - \bar{\eta}_{(n,\pm 0.5b)} - (\mu \mp \mu) \right) \left. \right] \cdot \sin \frac{\pi \cdot n}{l} \cdot x; \\
& (V_H)_{y=\pm 0.5b} = \frac{1}{2E} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{l}{\pi \cdot n} \cdot \left[\beta_{np} \left(\frac{\partial \eta}{\partial y_{(n,\pm 0.5b)}} + \frac{\partial \eta}{\partial y_{(n,\pm 0.5b)}} \right) + \right. \\
& \left. \beta_n \left(\frac{\partial \eta}{\partial y_{(n,\pm 0.5b)}} - \frac{\partial \eta}{\partial y_{(n,\pm 0.5b)}} \right) \right] \cdot \sin \frac{\pi \cdot n}{l} \cdot x.
\end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

Значення величин: $\theta_{(n,\pm 0.5b)}$, $\bar{\theta}_{(n,\pm 0.5b)}$, $\eta_{(n,\pm 0.5b)}$, $\bar{\eta}_{(n,\pm 0.5b)}$, $\frac{\partial \eta}{\partial y_{(n,\pm 0.5b)}}$, $\frac{\partial \eta}{\partial y_{(n,\pm 0.5b)}}$

відповідно [142] запишемо у вигляді:

$$\left. \begin{aligned}
\theta_{(n,\pm 0.5b)} &= \frac{4ch^2 u_n}{sh2u_n + 2u_n}; \\
\bar{\theta}_{(n,\pm 0.5b)} &= \pm \frac{4sh^2 u_n}{sh2u_n - 2u_n}; \\
\eta_{(n,\pm 0.5b)} &= \frac{sh2u_n - 2u_n}{sh2u_n + 2u_n}; \\
\bar{\eta}_{(n,\pm 0.5b)} &= \pm \frac{sh2u_n + 2u_n}{sh2u_n - 2u_n}; \\
\frac{\partial \eta}{\partial y_{(n,\pm 0.5b)}} &= \frac{4sh^2 u_n}{sh2u_n + 2u_n}; \\
\frac{\partial \eta}{\partial y_{(n,\pm 0.5b)}} &= \frac{4ch^2 u_n}{sh2u_n - 2u_n}.
\end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

2. В стані згину:

Зазначені вище переміщення W_S , W_m та кути повороту φ_S , φ_H , φ_m – від зусиль $S(x)$, $H(x)$, та моментів $m(x)$ будуть визначатися за методикою [142] із рішення задачі про згин:

$$\left. \begin{aligned}
(W_s)_{y=\pm 0.5b} &= \frac{1}{2D} \sum_{n=1}^{\infty} 2 \left(\frac{l}{n\pi} \right)^3 \left[\Delta_2 (g_{np} + g_n) + \bar{\Delta}_2 (\pm g_{np} \mp g_n) \right] \sin \frac{n\pi x}{l}; \\
(W_m)_{y=\pm 0.5b} &= \frac{1}{2D} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{l}{n\pi} \right)^2 \left[\Delta_1 (m_{np} + m_n) + \bar{\Delta}_1 (\pm m_{np} \mp m_n) \right] \sin \frac{n\pi x}{l}; \\
(\varphi_S)_{y=\pm 0.5b} &= \frac{1}{2D} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{l}{n\pi} \right)^2 \left[\Delta_5 (g_{np} + g_n) + \bar{\Delta}_5 (\pm g_{np} \mp g_n) \right] \sin \frac{n\pi x}{l}; \\
(\varphi_H)_{y=\pm 0.5b} &= \frac{1}{2D} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{l}{n\pi} \right)^2 \left[\Delta_5 (g_{np} + g_n) + \bar{\Delta}_5 (\pm g_{np} \mp g_n) \right] \sin \frac{n\pi x}{l}; \\
(\varphi_m)_{y=\pm 0.5b} &= \frac{1}{2D} \sum_{n=1}^{\infty} 2 \frac{l}{n\pi} \left[\Delta_4 (m_{np} + m_n) + \bar{\Delta}_4 (\pm m_{np} \mp m_n) \right] \sin \frac{n\pi x}{l}.
\end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

Значення величин: $\Delta_1, \bar{\Delta}_1, \Delta_2, \bar{\Delta}_2, \Delta_4, \bar{\Delta}_4, \Delta_5, \bar{\Delta}_5$ при умові, що $\Delta_1 = \Delta_5, \bar{\Delta}_1 = \bar{\Delta}_5$ відповідно [142] мають вигляд:

$$\left. \begin{aligned}
\Delta_1 &= \frac{sh 2u_n \left(\frac{1+\mu}{2} \right) - u_n (1-\mu)}{\left[sh 2u_n \left(\frac{3+\mu}{2} \right) - u_n (1-\mu) \right] (1-\mu)}; \\
\bar{\Delta}_1 &= \frac{sh 2u_n \left(\frac{1+\mu}{2} \right) + u_n (1-\mu)}{\left[sh 2u_n \left(\frac{3+\mu}{2} \right) + u_n (1-\mu) \right] (1-\mu)}; \\
\Delta_2 &= \frac{ch^2 u_n}{\left[sh 2u_n \left(\frac{3+\mu}{2} \right) - u_n (1-\mu) \right] (1-\mu)}; \\
\bar{\Delta}_2 &= \frac{sh^2 u_n}{\left[sh 2u_n \left(\frac{3+\mu}{2} \right) + u_n (1-\mu) \right] (1-\mu)}; \\
\Delta_4 &= \frac{sh^2 u_n}{\left[sh 2u_n \left(\frac{3+\mu}{2} \right) - u_n (1-\mu) \right] (1-\mu)}; \\
\bar{\Delta}_4 &= \frac{ch^2 u_n}{\left[sh 2u_n \left(\frac{3+\mu}{2} \right) + u_n (1-\mu) \right] (1-\mu)}.
\end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

Використовуючи теорію Уліцкого [142] складемо перші чотири рівняння для перерізу 1.

Прийняті наступні знаки переміщень:

- позитивні переміщення для осей X, Y – за напрямом осі; для осі Z – проти напрямку осі;

- позитивні кутові переміщення - за годинниковою стрілкою.

Умовна спільна лінія розтину для верхньої та бокової пластин перерізу 1 (рис. 2.1), від зазначених вище зусиль $S_1(x), H_1(x), T_1(x)$ та моментів $m_1(x)$ зазнає відповідних вертикальних, кутових, горизонтальних та поздовжніх переміщень.

Для зручності складання рівнянь приймемо наступні умовні позначення:

1. Вертикальні переміщення:

плита 1:

- W_{np}^1 - вертикальне переміщення правої кромки пластини 1;
- $W_{np, Mt}^1$ - вертикальне переміщення від зовнішнього моменту Mt ;
- $W_{np, S1}^1$ - вертикальне переміщення від сил S_1 ;
- $W_{np, S4}^1$ - вертикальне переміщення від сил S_4 ;
- $W_{np, m1}^1$ - вертикальне переміщення від моментів m_1 ;
- $W_{np, m4}^1$ - вертикальне переміщення від моментів m_4 .

плита 2:

- W_{np}^2 - вертикальне переміщення правої кромки пластини 2;
- $W_{np, S1}^2$ - вертикальне переміщення від сил S_1 ;
- $W_{np, T1}^2$ - вертикальне переміщення від сил T_1 .

2. Кути повороту:

плита 1:

- φ_{np}^1 - кут повороту правої кромки пластини 1;
- $\varphi_{np, Mt}^1$ - кут повороту від зовнішнього моменту Mt ;
- $\varphi_{np, S1}^1$ - кут повороту від сил S_1 ;
- $\varphi_{np, S4}^1$ - кут повороту від сил S_4 ;
- $\varphi_{np, m1}^1$ - кут повороту від моментів m_1 ;
- $\varphi_{np, m4}^1$ - кут повороту від моментів m_4 .

плита 2:

- φ_{np}^2 - кут повороту правої кромки пластини 2;
- $\varphi_{np, m1}^2$ - кут повороту від моментів m_1 ;
- $\varphi_{np, m2}^1$ - кут повороту від моментів m_2 ;
- $\varphi_{np, H1}^2$ - кут повороту від сил H_1 ;
- $\varphi_{np, H2}^1$ - кут повороту від сил H_2 .

3. Горизонтальні переміщення:

плита 1:

- V_{np}^1 - горизонтальне переміщення правої кромки пластини 1;
- $V_{np, H1}^1$ - горизонтальне переміщення від сил H_1 ;
- $V_{np, T1}^1$ - горизонтальне переміщення від сил T_1 .

плита 2:

- V_{np}^2 - горизонтальне переміщення правої кромки пластини 2;
- $V_{np,H1}^2$ - горизонтальне переміщення від сил H_1 ;
- $V_{np,H2}^2$ - горизонтальне переміщення від сил H_2 ;
- $V_{np,m1}^2$ - горизонтальне переміщення від моментів m_1 ;
- $V_{np,m2}^2$ - горизонтальне переміщення від моментів m_2 .

4. Поздовжні переміщення:

плита 1:

- U_{np}^1 - поздовжнє переміщення правої кромки пластини 1;
- $U_{np,H1}^1$ - поздовжнє переміщення від сил H_1 ;
- $U_{np,T1}^1$ - поздовжнє переміщення від сил T_1 .

плита 2:

- U_{np}^2 - поздовжнє переміщення правої кромки пластини 2;
- $U_{np,T1}^2$ - поздовжнє переміщення від сил T_1 ;
- $U_{np,S1}^2$ - поздовжнє переміщення від сил S_1 .

Використовуючи позначення для зазначених вище переміщень складемо наступні рівняння перерізу 1:

1. Вертикальне переміщення правої кромки пластини 1 (рис. 2.3):

$$W_{np}^1 = W_{np,Mt}^1 - W_{np,S1}^1 - W_{np,S4}^1 - W_{np,m1}^1 + W_{np,m4}^1 \quad (2.7)$$

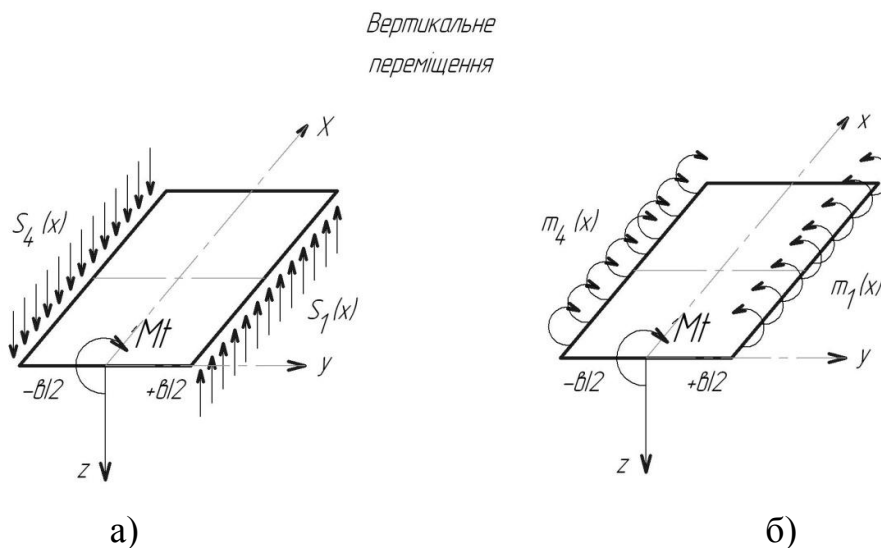


Рис. 2.3. Напрямки переміщень:
а) - від сил $S_1(x)$, $S_4(x)$; б) - від моментів $m_1(x)$, $m_4(x)$.

2. Вертикальне переміщення правої кромки пластини 2 (рис. 2.4):

$$W_{np}^2 = W_{np,S1}^2 - W_{np,T1}^2 \quad (2.8)$$

*Вертикальне
переміщення*

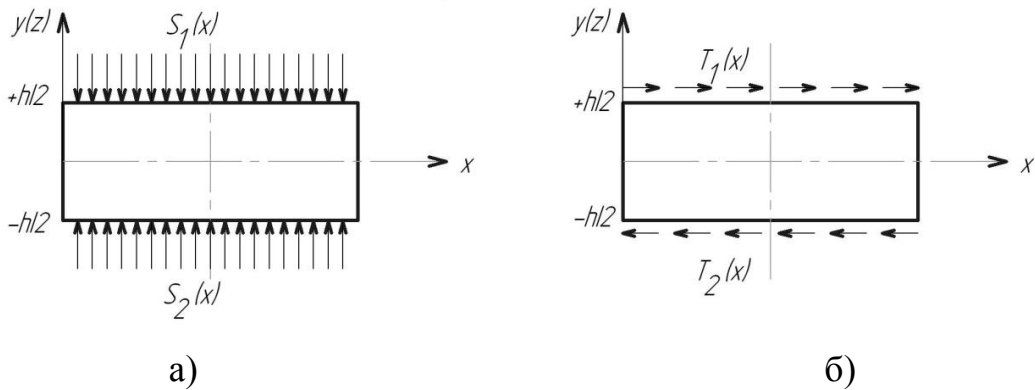


Рис. 2.4. Напрямки переміщень:
а) - від сил $S_1(x)$, $S_2(x)$; б) - від сил $T_1(x)$, $T_2(x)$.

3. Кутове переміщення правої кромки пластини 1 (рис. 2.5):

$$\varphi_{np}^1 = \varphi_{np,Mt}^1 - \varphi_{np,S1}^1 - \varphi_{np,S4}^1 - \varphi_{np,m1}^1 + \varphi_{np,m4}^1 \quad (2.9)$$

*Кутове
переміщення*

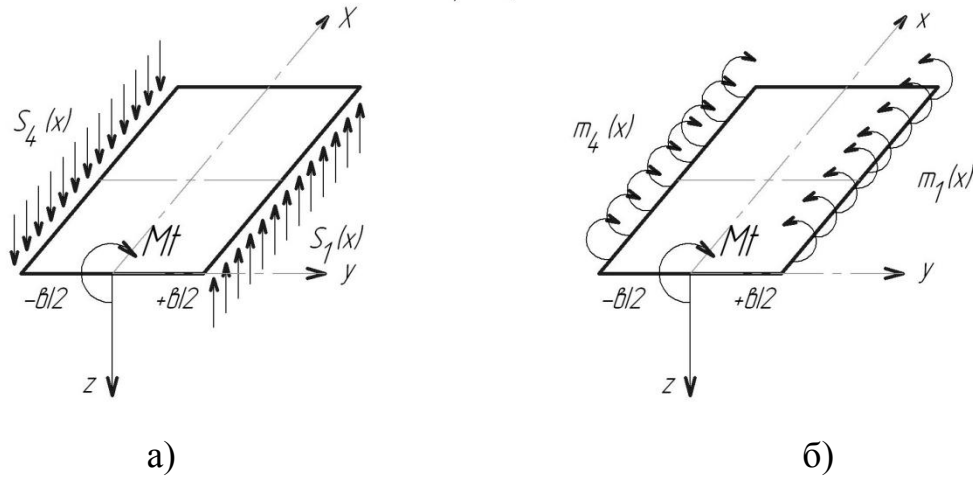


Рис. 2.5. Напрямки переміщень:
а) - від сил $S_1(x)$, $S_4(x)$; б) - від моментів $m_1(x)$, $m_4(x)$.

4. Кутове переміщення правої кромки пластини 2 (рис. 2.6):

$$\varphi_{np}^2 = \varphi_{np,m1}^2 - \varphi_{np,m2}^2 - \varphi_{np,H1}^2 - \varphi_{np,H2}^2 \quad (2.10)$$

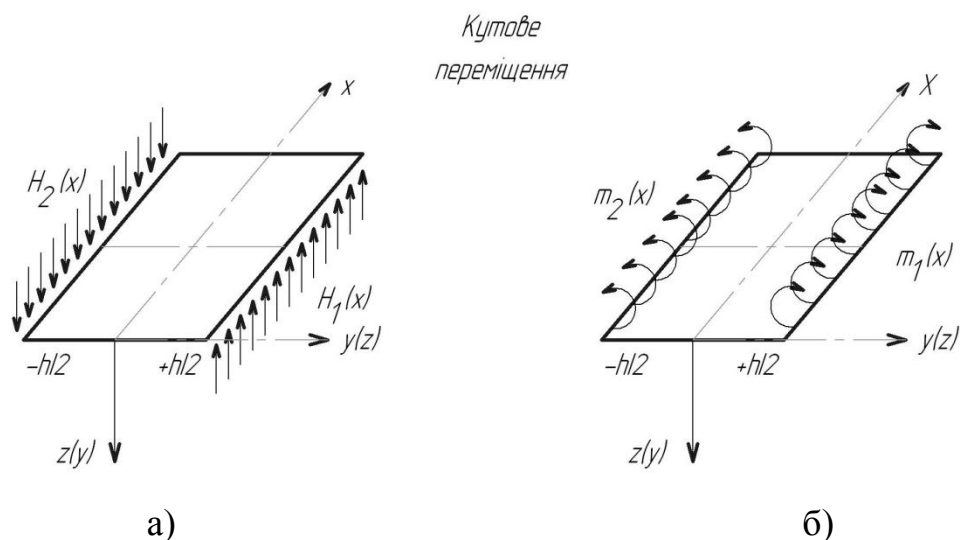


Рис. 2.6. Напрямки переміщень:
а) - від сил $H_1(x)$, $H_2(x)$; б) - від моментів $m_1(x)$, $m_2(x)$.

5. Горизонтальне переміщення правої кромки пластини 1 (рис. 2.7):

$$V_{np}^1 = V_{np,H1}^1 - V_{np,T1}^1 \quad (2.11)$$

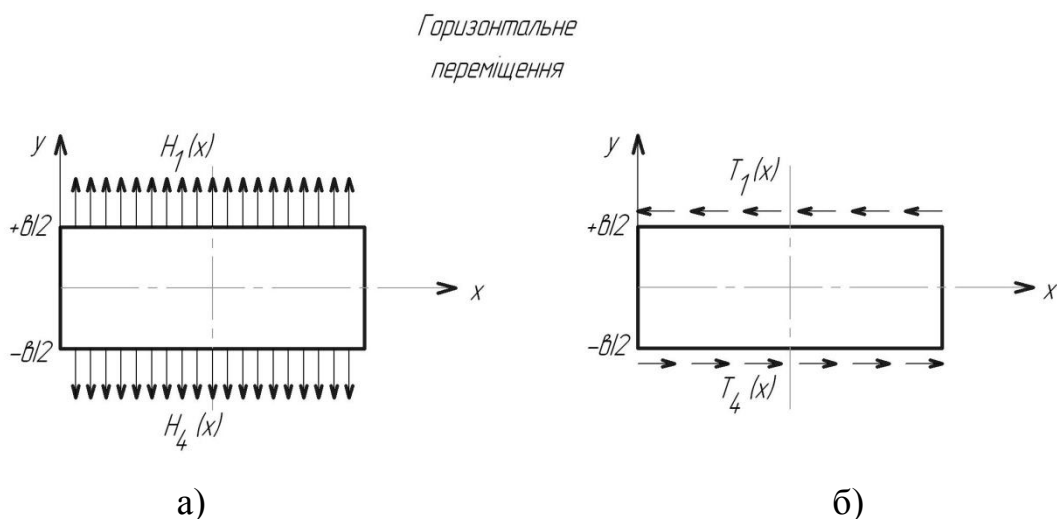


Рис. 2.7. Напрямки переміщень:
а) - від сил $H_1(x)$, $H_4(x)$; б) - від сил $T_1(x)$, $T_4(x)$.

6. Горизонтальне переміщення правої кромки пластини 2 (рис. 2.8):

$$V_{np}^2 = -V_{np,H1}^2 - V_{np,H2}^2 + V_{np,m1}^2 - V_{np,m2}^2 \quad (2.12)$$

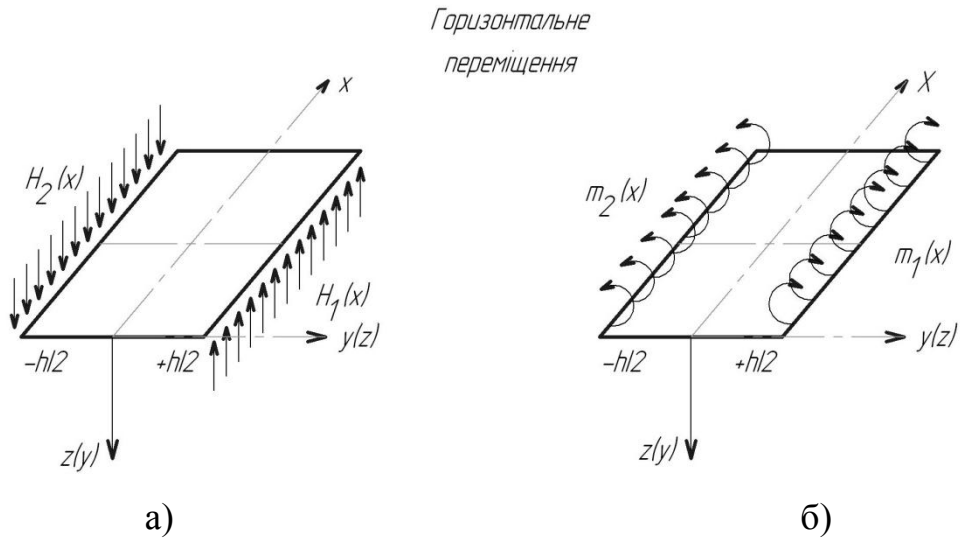


Рис. 2.8. Напрямки переміщень:
а) - від сил $H_1(x)$, $H_2(x)$; б) - від моментів $m_1(x)$, $m_2(x)$.

7. Поздовжнє переміщення правої кромки пластини 1 (рис. 2.9):

$$U_{np}^1 = -U_{np,T1}^1 + U_{np,H1}^1 \quad (2.13)$$

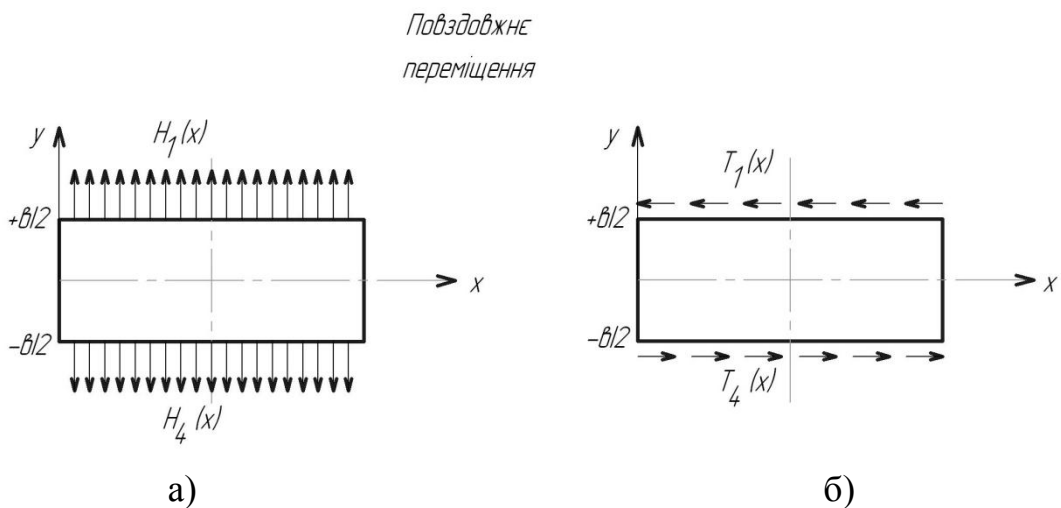


Рис. 2.9. Напрямки переміщень:
а) - від сил $H_1(x)$, $H_4(x)$; б) - від сил $T_1(x)$, $T_4(x)$.

8. Поздовжнє переміщення правої кромки пластини 2 (рис. 2.10):

$$U_{np}^2 = U_{np,T1}^2 - U_{np,S1}^2 \quad (2.14)$$

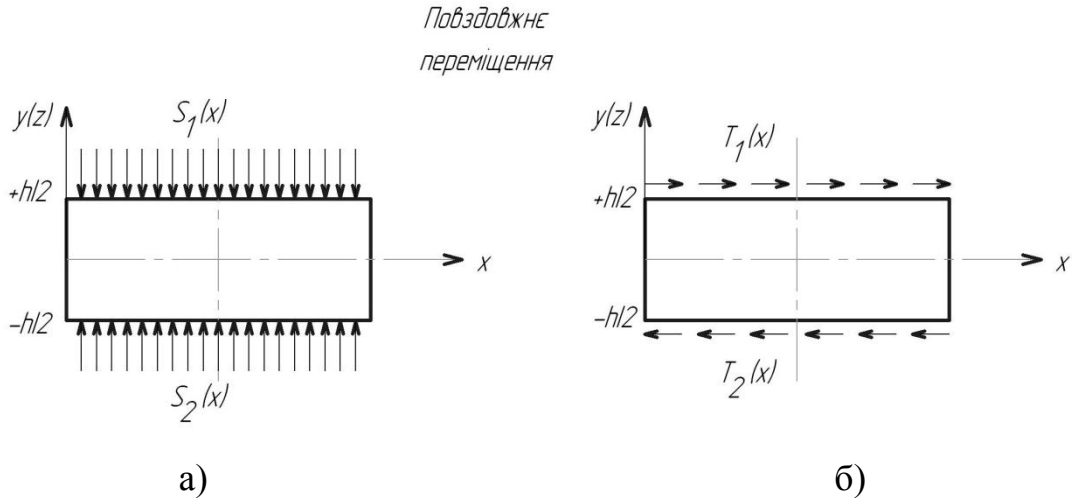


Рис. 2.10. Напрямки переміщень:
а) - від сил $S_1(x)$, $S_2(x)$; б) - від сил $T_1(x)$, $T_2(x)$.

Використовуючи умову сумісності деформацій прирівнюємо зазначені вище переміщення (2.7-2.14) першої і другої плити перерізу 1 та отримаємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{aligned} W_{np,Mt}^1 - W_{np,S1}^1 - W_{np,S4}^1 - W_{np,m1}^1 + W_{np,m4}^1 &= W_{np,S1}^2 - W_{np,T1}^2; \\ \varphi_{np,Mt}^1 - \varphi_{np,S1}^1 - \varphi_{np,S4}^1 - \varphi_{np,m1}^1 + \varphi_{np,m4}^1 &= \varphi_{np,m1}^2 - \varphi_{np,m2}^2 - \varphi_{np,H1}^2 - \varphi_{np,H2}^2; \\ V_{np,H1}^1 - V_{np,T1}^1 &= -V_{np,H1}^2 - V_{np,H2}^2 + V_{np,m1}^2 - V_{np,m2}^2; \\ U_{np,H1}^1 - U_{np,T1}^1 &= U_{np,T1}^2 - U_{np,S1}^2. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Для розв'язку системи рівнянь (2.15) складові із шуканими величинами S_1 , S_4 , m_1 , m_2 , m_4 , T_1 , H_1 , H_2 , перенесемо у ліву частину рівнянь, а відому величину Mt у праву частину, тоді отримаємо:

$$\begin{aligned} W_{np,S1}^1 + W_{np,S4}^1 + W_{np,m1}^1 - W_{np,m4}^1 + W_{np,S1}^2 - W_{np,T1}^2 &= W_{np,Mt}^1; \\ \varphi_{np,S1}^1 + \varphi_{np,S4}^1 + \varphi_{np,m1}^1 - \varphi_{np,m4}^1 + \varphi_{np,m1}^2 - \varphi_{np,m2}^2 - \varphi_{np,H1}^2 - \varphi_{np,H2}^2 &= \varphi_{np,Mt}^1; \\ V_{np,H1}^1 - V_{np,T1}^1 + V_{np,H1}^2 + V_{np,H2}^2 - V_{np,m1}^2 + V_{np,m2}^2 &= 0; \\ U_{np,H1}^1 - U_{np,T1}^1 - U_{np,T1}^2 + U_{np,S1}^2 &= 0. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Аналогічним чином отримаємо, ще 12 рівнянь сумісності деформацій на лініях розтину 2,3,4:

$$\begin{aligned}
& W_{np,S2}^3 + W_{np,S3}^3 + W_{np,m2}^3 - W_{np,m3}^3 + W_{l,S2}^2 + W_{l,T2}^2 = 0; \\
& \varphi_{np,S2}^3 + \varphi_{np,S3}^3 + \varphi_{np,m2}^3 - \varphi_{np,m3}^3 - \varphi_{l,m1}^2 + \varphi_{l,m2}^2 + \varphi_{l,H1}^2 + \varphi_{l,H2}^2 = 0; \\
& -V_{np,H2}^3 + V_{np,T2}^3 - V_{l,H2}^2 - V_{l,H1}^2 - V_{l,m2}^2 + V_{l,m1}^2 = 0; \\
& -U_{np,H2}^3 + U_{np,T2}^3 + U_{l,T2}^2 + U_{l,S2}^2 = 0; \\
& W_{l,S2}^3 + W_{l,S3}^3 + W_{l,m2}^3 - W_{l,m3}^3 + W_{l,S3}^4 + W_{l,T3}^4 = 0; \\
& \varphi_{l,S2}^3 + \varphi_{l,S3}^3 + \varphi_{l,m2}^3 - \varphi_{l,m3}^3 - \varphi_{l,m3}^4 + \varphi_{l,m4}^4 - \varphi_{l,H3}^4 - \varphi_{l,H4}^4 = 0; \\
& V_{l,H3}^3 + V_{l,T3}^3 + V_{l,H3}^4 + V_{l,H4}^4 + V_{l,m3}^4 - V_{l,m4}^4 = 0; \\
& -U_{l,H3}^3 - U_{l,T3}^3 - U_{l,S3}^4 - U_{l,T3}^4 = 0; \\
& W_{l,S1}^1 + W_{l,S4}^1 + W_{l,m1}^1 - W_{l,m4}^1 + W_{np,S4}^4 - W_{np,T4}^4 = W_{l,Mt}^1; \\
& \varphi_{l,S1}^1 + \varphi_{l,S4}^1 + \varphi_{l,m1}^1 - \varphi_{l,m4}^1 + \varphi_{np,m3}^4 - \varphi_{np,m4}^4 + \varphi_{np,H4}^4 + \varphi_{np,H3}^4 = \varphi_{l,Mt}^1; \\
& -V_{l,H4}^1 - V_{l,T4}^1 - V_{l,H3}^4 - V_{np,H4}^4 - V_{np,m3}^4 + V_{np,m4}^4 = 0; \\
& U_{l,H4}^1 + U_{l,T4}^1 + U_{np,T4}^4 - U_{np,S4}^4 = 0.
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Вирази (2.3, 2.5) з врахуванням номера пластини та відповідних зусиль для перерізу 1 будуть мати вигляд:

$$\begin{aligned}
\varphi_{np,Mt}^1 &= \frac{l \cdot Mt}{J \cdot G} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{l \cdot Mt_n}{J \cdot G} \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
W_{np,Mt}^1 &= \frac{b}{2} \cdot \varphi_{np,Mt}^1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{l \cdot b \cdot Mt_n}{2 \cdot J \cdot G} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
W_{np,S1}^1 &= \frac{1}{2 \cdot D_1} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\alpha_n^3} \cdot (\Delta_2 + \bar{\Delta}_2) \cdot s_{1n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
W_{np,S4}^1 &= \frac{1}{2 \cdot D_1} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\alpha_n^3} \cdot (\Delta_2 - \bar{\Delta}_2) \cdot s_{4n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
W_{np,m1}^1 &= \frac{1}{2 \cdot D_1} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2} \cdot (\Delta_1 + \bar{\Delta}_1) \cdot m_{1n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
W_{np,m4}^1 &= \frac{1}{2 \cdot D_1} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2} \cdot (\Delta_1 - \bar{\Delta}_1) \cdot m_{4n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
W_{np,S1}^2 &= \frac{1}{2 \cdot E} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n} \cdot (\eta_1 + \eta_2) \cdot s_{1n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
W_{np,T1}^2 &= -\frac{1}{2 \cdot E} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n} \cdot \left[\eta(n, \frac{h}{2}) + \bar{\eta}(n, \frac{h}{2}) - 2 \cdot \mu \right] \cdot t_{1n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
\varphi_{np,m1}^1 &= \frac{1}{2 \cdot D_1} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\alpha_n} \cdot (\Delta_4 + \bar{\Delta}_4) \cdot m_{1n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
\varphi_{np,m4}^1 &= \frac{1}{2 \cdot D_1} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\alpha_n} \cdot (\Delta_4 - \bar{\Delta}_4) \cdot m_{4n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l};
\end{aligned} \tag{2.18}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_{np,S1}^1 &= \frac{1}{2 \cdot D_1} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2} \cdot (\Delta_1 + \bar{\Delta}_1) \cdot s_{1n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
\varphi_{np,S4}^1 &= \frac{1}{2 \cdot D_1} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2} \cdot (\Delta_1 - \bar{\Delta}_1) \cdot s_{4n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
\varphi_{np,m1}^2 &= \frac{1}{2 \cdot D_2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\alpha_n} \cdot (\delta_4 + \bar{\delta}_4) \cdot m_{1n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
\varphi_{np,m2}^2 &= \frac{1}{2 \cdot D_2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\alpha_n} \cdot (\delta_4 - \bar{\delta}_4) \cdot m_{2n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
\varphi_{np,H1}^2 &= \frac{1}{2 \cdot D_2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2} \cdot (\Delta_{1h} + \bar{\Delta}_{1h}) \cdot h_{1n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
\varphi_{np,H2}^2 &= \frac{1}{2 \cdot D_2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2} \cdot (\Delta_{1h} - \bar{\Delta}_{1h}) \cdot h_{2n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
V_{np,H1}^1 &= -\frac{1}{2 \cdot E} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n} \cdot \left[\frac{\partial \eta}{\partial y} \left(n, \frac{b}{2} \right) + \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial y} \left(n, \frac{b}{2} \right) \right] \cdot h_{1n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
V_{np,T1}^1 &= -\frac{1}{2 \cdot E} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n} \cdot \left[\eta \left(n, \frac{b}{2} \right) + \bar{\eta} \left(n, \frac{b}{2} \right) - 2 \cdot \mu \right] \cdot t_{1n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
V_{np,H1}^2 &= \frac{1}{2 \cdot D_2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\alpha_n^3} \cdot (\Delta_{2h} + \bar{\Delta}_{2h}) \cdot h_{1n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
V_{np,H2}^2 &= \frac{1}{2 \cdot D_2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\alpha_n^3} \cdot (\Delta_{2h} - \bar{\Delta}_{2h}) \cdot h_{2n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
V_{np,m1}^2 &= \frac{1}{2 \cdot D_2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2} \cdot (\Delta_{1h} + \bar{\Delta}_{1h}) \cdot m_{1n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
V_{np,m2}^2 &= \frac{1}{2 \cdot D_2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2} \cdot (\Delta_{1h} - \bar{\Delta}_{1h}) \cdot m_{2n} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
U_{np,H1}^1 &= -\frac{1}{2 \cdot E} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n} \cdot \left[\eta \left(n, \frac{b}{2} \right) + \bar{\eta} \left(n, \frac{b}{2} \right) - 2 \cdot \mu \right] \cdot h_{1n} \cdot \cos \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
U_{np,T1}^1 &= -\frac{1}{2 \cdot E} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n} \cdot \left[\theta \left(n, \frac{b}{2} \right) + \bar{\theta} \left(n, \frac{b}{2} \right) \right] \cdot t_{1n} \cdot \cos \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
U_{np,T1}^2 &= -\frac{1}{2 \cdot E} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n} \cdot \left[\theta \left(n, \frac{h}{2} \right) + \bar{\theta} \left(n, \frac{h}{2} \right) \right] \cdot t_{1n} \cdot \cos \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}; \\
U_{np,S1}^2 &= -\frac{1}{2 \cdot E} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n} \cdot \left[\eta \left(n, \frac{h}{2} \right) + \bar{\eta} \left(n, \frac{h}{2} \right) - 2 \cdot \mu \right] \cdot s_{1n} \cdot \cos \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l}.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Враховуючи вирази (2.4, 2.6), у виразах (2.18) використані наступні позначення:

$$\begin{aligned}
\Delta_{1h(b)} &= \frac{sh2u_{h(b)}\left(\frac{1+\mu}{2}\right) - u_{h(b)}(1-\mu)}{\left[sh2u_{h(b)}\left(\frac{3+\mu}{2}\right) - u_{h(b)}(1-\mu)\right](1-\mu)}; \\
\bar{\Delta}_{1h(b)} &= \frac{sh2u_{h(b)}\left(\frac{1+\mu}{2}\right) + u_{h(b)}(1-\mu)}{\left[sh2u_{h(b)}\left(\frac{3+\mu}{2}\right) + u_{h(b)}(1-\mu)\right](1-\mu)}; \\
\Delta_{2h(b)} &= \frac{ch^2u_{h(b)}}{\left[sh2u_{h(b)}\left(\frac{3+\mu}{2}\right) - u_{h(b)}(1-\mu)\right](1-\mu)};
\end{aligned} \tag{2.19}$$

$$\bar{\Delta}_{2h(b)} = \frac{sh^2u_{h(b)}}{\left[sh2u_{h(b)}\left(\frac{3+\mu}{2}\right) + u_{h(b)}(1-\mu)\right](1-\mu)};$$

$$\Delta_{4h(b)} = \frac{sh^2u_{h(b)}}{\left[sh2u_{h(b)}\left(\frac{3+\mu}{2}\right) - u_{h(b)}(1-\mu)\right](1-\mu)};$$

$$\bar{\Delta}_{4h(b)} = \frac{ch^2u_{h(b)}}{\left[sh2u_{h(b)}\left(\frac{3+\mu}{2}\right) + u_{h(b)}(1-\mu)\right](1-\mu)};$$

$$\theta_{h(b)} = \frac{4ch^2u_{h(b)}}{sh2u_{h(b)} + 2u_{h(b)}} = \theta\left(n, \pm \frac{h(b)}{2}\right);$$

$$\bar{\theta}_{h(b)} = \frac{4sh^2u_{h(b)}}{sh2u_{h(b)} - 2u_{h(b)}} = \bar{\theta}\left(n, \frac{h(b)}{2}\right) = -\bar{\theta}\left(n, -\frac{h(b)}{2}\right);$$

$$\eta_{h(b)} = \frac{sh2u_{h(b)} - 2u_{h(b)}}{sh2u_{h(b)} + 2u_{h(b)}} = \eta\left(n, \pm \frac{h(b)}{2}\right);$$

$$\bar{\eta}_{h(b)} = \frac{sh2u_{h(b)} + 2u_{h(b)}}{sh2u_{h(b)} - 2u_{h(b)}} = \bar{\eta}\left(n, \frac{h(b)}{2}\right) = -\bar{\eta}\left(n, -\frac{h(b)}{2}\right);$$

$$\eta_{1h(b)} = \frac{4sh^2u_{h(b)}}{sh2u_{h(b)} + 2u_{h(b)}} = \frac{\partial \eta}{\partial y}\left(n, \pm \frac{h(b)}{2}\right);$$

$$\bar{\eta}_{2h(b)} = \frac{4ch^2u_{h(b)}}{sh2u_{h(b)} - 2u_{h(b)}} = \frac{\partial \bar{\eta}_n}{\partial y}\left(n, \frac{h(b)}{2}\right) = -\frac{\partial \bar{\eta}_n}{\partial y}\left(n, -\frac{h(b)}{2}\right);$$

∂e

$$u_h = \frac{n \cdot \pi \cdot h}{l};$$

$$u_b = \frac{n \cdot \pi \cdot b}{l}.$$

(2.19)

$s_{1n}, s_{4n}, t_{1n}, t_{2n}, h_{1n}, h_{2n}, m_{1n}, m_{2n}, m_{4n}$ – коефіцієнти розкладання сил $S_I(x)$, $S_4(x)$, $T_1(x)$, $T_2(x)$, $H_1(x)$, $H_2(x)$ та моментів $m_1(x)$, $m_2(x)$, $m_4(x)$ в ряди Фу'ре;
 $J \cdot G$ - крутильна жорсткість на кручення верхньої плити (плита №1).

Для перерізів 2, 3, 4 вирази (2.18) складаються так, як для перерізу 1.

Підставляючи ряди (2.1) і (2.18) в рівняння (2.16, 2.17), прирівняємо відповідні члени рядів в лівих і правих частинах цих рівнянь та прийдемо до системи шістнадцятьох лінійних алгебраїчних рівнянь для невідомих коефіцієнтів рядів Фу'ре шуканих зусиль:

$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{\Delta_{2b} + \bar{\Delta}_{2b}}{D_1 \cdot \alpha_n^3} \cdot S_{1n} + \frac{\eta_{1h} + \eta_{2h}}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot S_{1n} + \frac{\Delta_{2b} - \bar{\Delta}_{2b}}{D_1 \cdot \alpha_n^3} \cdot S_{4n} + \frac{\Delta_{1b} + \bar{\Delta}_{1b}}{2 \cdot D_1 \cdot \alpha_n^2} \cdot m_{1n} - \\
 & \frac{\Delta_{1b} - \bar{\Delta}_{1b}}{2 \cdot D_1 \cdot \alpha_n^2} \cdot m_{4n} + \frac{\eta_h + \bar{\eta}_h - 2 \cdot \mu}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot t_{1n} = \frac{l \cdot b \cdot Mt_n}{2 \cdot J \cdot G}; \\
 & \frac{\Delta_{1b} + \bar{\Delta}_{1b}}{2 \cdot D_1 \cdot \alpha_n^2} \cdot S_{1n} + \frac{\Delta_{1b} - \bar{\Delta}_{1b}}{2 \cdot D_1 \cdot \alpha_n^2} \cdot S_{4n} + \frac{\Delta_{4b} + \bar{\Delta}_{4b}}{D_1 \cdot \alpha_n} \cdot m_{1n} - \frac{\Delta_{4b} - \bar{\Delta}_{4b}}{D_1 \cdot \alpha_n} \cdot m_{4n} + \\
 & \frac{\Delta_{4h} + \bar{\Delta}_{4h}}{D_2 \cdot \alpha_n} \cdot m_{1n} - \frac{\Delta_{4h} - \bar{\Delta}_{4h}}{D_2 \cdot \alpha_n} \cdot m_{2n} - \frac{\Delta_{1h} + \bar{\Delta}_{1h}}{2 \cdot D_2 \cdot \alpha_n^2} \cdot h_{1n} - \frac{\Delta_{1h} - \bar{\Delta}_{1h}}{2 \cdot D_2 \cdot \alpha_n^2} \cdot h_{2n} = \\
 & \frac{l \cdot Mt_n}{J \cdot G}; \\
 & \frac{\Delta_{2b} + \bar{\Delta}_{2b}}{D_1 \cdot \alpha_n^3} \cdot S_{2n} + \frac{\Delta_{2b} - \bar{\Delta}_{2b}}{D_1 \cdot \alpha_n^3} \cdot S_{3n} + \frac{\Delta_{1b} + \bar{\Delta}_{1b}}{2 \cdot D_1 \cdot \alpha_n^2} \cdot m_{2n} - \frac{\Delta_{1b} - \bar{\Delta}_{1b}}{2 \cdot D_1 \cdot \alpha_n^2} \cdot m_{3n} + \\
 & \frac{\eta_{1h} + \eta_{2h}}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot S_{2n} - \frac{\eta_h + \bar{\eta}_h - 2 \cdot \mu}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot t_{2n} = 0; \\
 & \frac{\Delta_{1b} + \bar{\Delta}_{1b}}{2 \cdot D_1 \cdot \alpha_n^2} \cdot S_{2n} + \frac{\Delta_{1b} - \bar{\Delta}_{1b}}{2 \cdot D_1 \cdot \alpha_n^2} \cdot S_{3n} + \frac{\Delta_{4b} + \bar{\Delta}_{4b}}{D_1 \cdot \alpha_n} \cdot m_{2n} - \frac{\Delta_{4b} - \bar{\Delta}_{4b}}{D_1 \cdot \alpha_n} \cdot m_{3n} - \\
 & \frac{\Delta_{4h} - \bar{\Delta}_{4h}}{D_2 \cdot \alpha_n} \cdot m_{1n} + \frac{\Delta_{4h} + \bar{\Delta}_{4h}}{D_2 \cdot \alpha_n} \cdot m_{2n} + \frac{\Delta_{1h} - \bar{\Delta}_{1h}}{2 \cdot D_2 \cdot \alpha_n^2} \cdot h_{1n} + \frac{\Delta_{1h} + \bar{\Delta}_{1h}}{2 \cdot D_2 \cdot \alpha_n^2} \cdot h_{2n} = 0; \\
 & \frac{\Delta_{2b} - \bar{\Delta}_{2b}}{D_1 \cdot \alpha_n^3} \cdot S_{1n} + \frac{\eta_{1h} + \eta_{2h}}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot S_{4n} + \frac{\Delta_{2b} + \bar{\Delta}_{2b}}{D_1 \cdot \alpha_n^3} \cdot S_{4n} + \frac{\Delta_{1b} - \bar{\Delta}_{1b}}{2 \cdot D_1 \cdot \alpha_n^2} \cdot m_{1n} - \\
 & \frac{\Delta_{1b} + \bar{\Delta}_{1b}}{2 \cdot D_1 \cdot \alpha_n^2} \cdot m_{4n} + \frac{\eta_h + \bar{\eta}_h - 2 \cdot \mu}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot t_{4n} = \frac{l \cdot b \cdot Mt_n}{2 \cdot J \cdot G}; \\
 & \frac{\Delta_{1b} - \bar{\Delta}_{1b}}{2 \cdot D_1 \cdot \alpha_n^2} \cdot S_{1n} + \frac{\Delta_{1b} + \bar{\Delta}_{1b}}{2 \cdot D_1 \cdot \alpha_n^2} \cdot S_{4n} + \frac{\Delta_{4b} - \bar{\Delta}_{4b}}{D_1 \cdot \alpha_n} \cdot m_{1n} - \frac{\Delta_{4b} + \bar{\Delta}_{4b}}{D_1 \cdot \alpha_n} \cdot m_{4n} + \\
 & \frac{\Delta_{4h} - \bar{\Delta}_{4h}}{D_2 \cdot \alpha_n} \cdot m_{3n} - \frac{\Delta_{4h} + \bar{\Delta}_{4h}}{D_2 \cdot \alpha_n} \cdot m_{4n} + \frac{\Delta_{1h} - \bar{\Delta}_{1h}}{2 \cdot D_2 \cdot \alpha_n^2} \cdot h_{3n} + \frac{\Delta_{1h} + \bar{\Delta}_{1h}}{2 \cdot D_2 \cdot \alpha_n^2} \cdot h_{4n} = \\
 & \frac{l \cdot Mt_n}{J \cdot G};
 \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\Delta_{2b} - \bar{\Delta}_{2b}}{D_1 \cdot \alpha_n^3} \cdot S_{2n} + \frac{\Delta_{2b} + \bar{\Delta}_{2b}}{D_1 \cdot \alpha_n^3} \cdot S_{3n} + \frac{\Delta_{1b} - \bar{\Delta}_{1b}}{2 \cdot D_1 \cdot \alpha_n^2} \cdot m_{2n} - \frac{\Delta_{1b} + \bar{\Delta}_{1b}}{2 \cdot D_1 \cdot \alpha_n^2} \cdot m_{3n} + \\
& \frac{\eta_{1h} + \eta_{2h}}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot S_{3n} - \frac{\eta_h + \bar{\eta}_h - 2 \cdot \mu}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot t_{3n} = 0; \\
& \frac{\Delta_{1b} - \bar{\Delta}_{1b}}{2 \cdot D_1 \cdot \alpha_n^2} \cdot S_{2n} + \frac{\Delta_{1b} + \bar{\Delta}_{1b}}{2 \cdot D_1 \cdot \alpha_n^2} \cdot S_{3n} + \frac{\Delta_{4b} - \bar{\Delta}_{4b}}{D_1 \cdot \alpha_n} \cdot m_{2n} - \frac{\Delta_{4b} + \bar{\Delta}_{4b}}{D_1 \cdot \alpha_n} \cdot m_{3n} - \\
& \frac{\Delta_{4h} + \bar{\Delta}_{4h}}{D_2 \cdot \alpha_n} \cdot m_{3n} + \frac{\Delta_{4h} - \bar{\Delta}_{4h}}{D_2 \cdot \alpha_n} \cdot m_{4n} - \frac{\Delta_{1h} + \bar{\Delta}_{1h}}{2 \cdot D_2 \cdot \alpha_n^2} \cdot h_{3n} - \frac{\Delta_{1h} - \bar{\Delta}_{1h}}{2 \cdot D_2 \cdot \alpha_n^2} \cdot h_{4n} = 0; \\
& \frac{\eta_{1b} + \eta_{2b}}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot h_{1n} + \frac{\eta_b + \bar{\eta}_b - 2 \cdot \mu}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot t_{1n} + \frac{\Delta_{2h} + \bar{\Delta}_{2h}}{D_2 \cdot \alpha_n^3} \cdot h_{1n} + \frac{\Delta_{2h} - \bar{\Delta}_{2h}}{D_2 \cdot \alpha_n^3} \cdot h_{2n} - \\
& \frac{\Delta_{1h} + \bar{\Delta}_{1h}}{2 \cdot D_2 \cdot \alpha_n^2} \cdot m_{1n} + \frac{\Delta_{1h} - \bar{\Delta}_{1h}}{2 \cdot D_2 \cdot \alpha_n^2} \cdot m_{2n} = 0; \\
& - \frac{\eta_b + \bar{\eta}_b - 2 \cdot \mu}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot h_{1n} - \frac{\eta_h + \bar{\eta}_h - 2 \cdot \mu}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot S_{1n} + \frac{\theta_b + \bar{\theta}_b}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot t_{1n} + \frac{\theta_h + \bar{\theta}_h}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot t_{1n} = 0; \\
& - \frac{\eta_{1b} + \eta_{2b}}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot h_{2n} - \frac{\eta_b + \bar{\eta}_b - 2 \cdot \mu}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot t_{2n} - \frac{\Delta_{2h} - \bar{\Delta}_{2h}}{D_2 \cdot \alpha_n^3} \cdot h_{1n} - \frac{\Delta_{2h} + \bar{\Delta}_{2h}}{D_2 \cdot \alpha_n^3} \cdot h_{2n} + \\
& \frac{\Delta_{1h} - \bar{\Delta}_{1h}}{2 \cdot D_2 \cdot \alpha_n^2} \cdot m_{1n} - \frac{\Delta_{1h} + \bar{\Delta}_{1h}}{2 \cdot D_2 \cdot \alpha_n^2} \cdot m_{2n} = 0; \\
& \frac{\eta_b + \bar{\eta}_b - 2 \cdot \mu}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot h_{2n} - \frac{\eta_h + \bar{\eta}_h - 2 \cdot \mu}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot S_{2n} - \frac{\theta_b + \bar{\theta}_b}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot t_{2n} + \frac{\theta_h + \bar{\theta}_h}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot t_{2n} = 0; \\
& - \frac{\eta_{1b} + \eta_{2b}}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot h_{4n} + \frac{\eta_b + \bar{\eta}_b - 2 \cdot \mu}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot t_{4n} - \frac{\Delta_{2h} - \bar{\Delta}_{2h}}{D_2 \cdot \alpha_n^3} \cdot h_{3n} - \frac{\Delta_{2h} + \bar{\Delta}_{2h}}{D_2 \cdot \alpha_n^3} \cdot h_{4n} - \\
& \frac{\Delta_{1h} - \bar{\Delta}_{1h}}{2 \cdot D_2 \cdot \alpha_n^2} \cdot m_{3n} + \frac{\Delta_{1h} + \bar{\Delta}_{1h}}{2 \cdot D_2 \cdot \alpha_n^2} \cdot m_{4n} = 0; \\
& - \frac{\eta_b + \bar{\eta}_b - 2 \cdot \mu}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot h_{4n} + \frac{\eta_h + \bar{\eta}_h - 2 \cdot \mu}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot S_{4n} + \frac{\theta_b + \bar{\theta}_b}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot t_{4n} - \frac{\theta_h + \bar{\theta}_h}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot t_{4n} = 0; \\
& \frac{\eta_{1b} + \eta_{2b}}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot h_{3n} - \frac{\eta_b + \bar{\eta}_b - 2 \cdot \mu}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot t_{3n} + \frac{\Delta_{2h} + \bar{\Delta}_{2h}}{D_2 \cdot \alpha_n^3} \cdot h_{3n} + \frac{\Delta_{2h} - \bar{\Delta}_{2h}}{D_2 \cdot \alpha_n^3} \cdot h_{4n} + \\
& \frac{\Delta_{1h} + \bar{\Delta}_{1h}}{2 \cdot D_2 \cdot \alpha_n^2} \cdot m_{3n} - \frac{\Delta_{1h} - \bar{\Delta}_{1h}}{2 \cdot D_2 \cdot \alpha_n^2} \cdot m_{4n} = 0; \\
& \frac{\eta_b + \bar{\eta}_b - 2 \cdot \mu}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot h_{3n} + \frac{\eta_h + \bar{\eta}_h - 2 \cdot \mu}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot S_{3n} - \frac{\theta_b + \bar{\theta}_b}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot t_{3n} - \frac{\theta_h + \bar{\theta}_h}{2 \cdot E \cdot \alpha_n} \cdot t_{3n} = 0.
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Система рівнянь (2.20) без особливої складності вирішується за допомогою програми Mathcad.

Чисельний розв'язок цієї системи може бути отриманий за різних параметрів задачі. Зворотня підстановка знайдених числових значень

коефіцієнтів s_n, t_n, h_n, m_n в ряди (2.1) визначає шукані функції зусиль $S(x)$, $T(x)$, $H(x)$, та моментів $m(x)$, які можна дослідити.

Перевагою даного методу є те, що чисельний розв'язок системи рівнянь може бути отриманий за різних геометричних та фізичних параметрів задачі.

Недоліком даного методу є те, що врахування нелінійних властивостей бетону та різного виду тріщин є неможливим, тому що теорія Б.Е. Уліцкого передбачає, що окремі елементи на які умовно розтинається блок між нормальними тріщинами розраховується за методами теорії пружності як суцільне ізотропне тіло.

В даний час для визначення НДС використовуються, як правило, чисельні методи, насамперед МСЕ з застосуванням програмних комплексів (таких, як «Ліра», «Скад» та ін), але врахування різного виду тріщин та нелінійних властивостей бетону дуже ускладнює рішення такої задачі.

Для спрощення рішення задачі з врахуванням впливу тріщиноутворення застосуємо підхід, прийнятий у [20], де для визначення напружено-деформованого стану плитних конструкцій приймається стрижнева апроксимація. Для її рішення розділимо коробчастий елемент горизонтальними паралельними площинами, вздовж осі X на окремі пластини.

У загальному випадку по лінії розтину (переріз 1) діятимуть чотири невідомі функції зусиль (рис. 2.11). Це дотичні зусилля $T_i(x)$ (зусилля, діючі вздовж осі X), вертикальні погонні зусилля $S_i(x)$ (вздовж осі Z), погонні поперечні згинальні моменти $m_i(x)$ (поворот відносно осі X), погонні горизонтальні сили розпору $H_i(x)$ (зусилля, діючі вздовж осі Y), індекс вказує порядковий номер перерізу елемента.

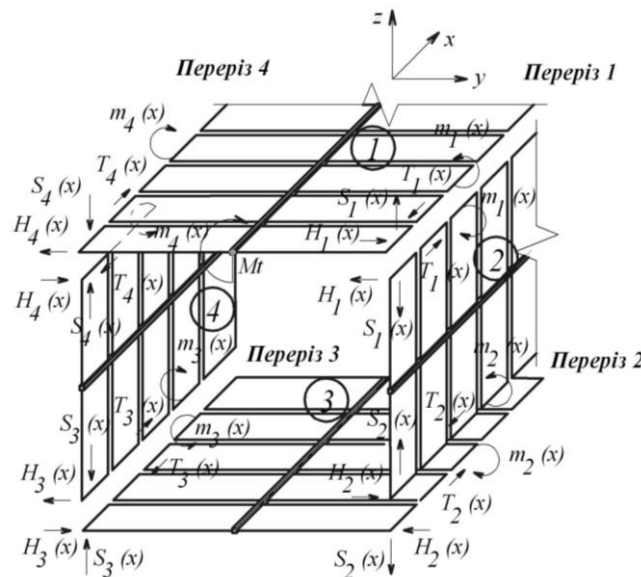


Рис. 2.11. Схема зусиль, які діють по лініях розтину коробчастого елемента

Дотичні зусилля $T(x)$ є сумарними зусиллями зсуву, пов'язаними з погонними дотичними зусиллями, $\tau(x)$ залежністю :

$$T(x) = \int_0^x \tau(x) dx \quad (2.21)$$

Погонні вертикальні зусилля $S(x)$ можуть бути замінені згинальними моментами від цих зусиль $MS(x)$, зв'язаними відомою диференціальною залежністю опору матеріалів:

$$S(x) = \pm MS''(x) \quad (2.22)$$

У кожному із чотирьох перерізів, як зазначалось вище, будуть діяти чотири невідомі функції зусиль, які підлягають визначенню. Таким чином, для розглянутого елемента ставиться завдання у визначенні шістнадцяти невідомих функцій зусиль. Для рішення цієї задачі необхідною і достатньою умовою буде складання шістнадцяти диференціальних рівнянь із шістнадцятьма функціональними невідомими з подальшим їх розв'язанням.

Для скорочення об'ємних викладок розглянемо для прикладу лише верхній правий переріз (переріз 1) і складемо перші чотири диференціальні рівняння. Прийняті наступні знаки переміщень:

- позитивні переміщення для осей X, Y – за напрямом осі; для осі Z – проти напрямку осі;

- позитивні кутові переміщення - за годинниковою стрілкою.

Спільна лінія для верхньої та бокової пластини верхнього правого перерізу від зазначених вище зусиль $S_1(x), H_1(x), T_1(x)$, та моментів $m_1(x)$ зазнає відповідних вертикальних, горизонтальних, поздовжніх та кутових переміщень.

1. Кривизни в вертикальному напрямку (друга похідна вертикального переміщення) для верхньої плити (див. рис. 2.2,а):

а) від зовнішнього крутного моменту M_t

$$z'' = \frac{M_t'}{GJt_1} \cdot b \quad (2.23)$$

б) від кручення силами S_1 та S_4

$$z'' = -\frac{b^2 \cdot MS_1''}{GJt_1} - \frac{b^2 \cdot MS_4''}{GJt_1} \quad (2.24)$$

в) від кручення моментами m_1 та m_4

$$z'' = -\frac{b \cdot m_1}{GJt_1} + \frac{b \cdot m_4}{GJt_1} \quad (2.25)$$

г) від згину плити (умовних стрижнів одиничної ширини) в поперечному напрямку силою S_1

$$z'' = -\frac{b^3 \cdot MS_1^{IV}}{3D_{Z,1}} \quad (2.26)$$

д) від згину плити (умовних стрижнів одиничної ширини) в поперечному напрямку моментами m_1

$$z'' = -\frac{b^2 \cdot m_1''}{2D_{Z,1}} \quad (2.27)$$

е) від згину плити в вертикальному напрямку (як елемента) силами S_1, S_4

$$z'' = -\frac{MS_1}{EJz_1} + \frac{MS_4}{EJz_1} \quad (2.28)$$

2. Другі похідні вертикальних переміщень для бокової плити (рис. 2,б):

а) від згину плити в вертикальному напрямку силами S_1, S_2

$$z'' = \frac{MS_1}{EJz_2} - \frac{MS_2}{EJz_2} \quad (2.29)$$

б) від згину плити дотичними силами T_1, T_2

$$z'' = -\frac{h \cdot T_1}{EJz_2} - \frac{h \cdot T_2}{EJz_2} \quad (2.30)$$

в) від стиску - розтягу силами S_1

$$z'' = \frac{h \cdot MS_1^{IV}}{EFz_{z,2}} \quad (2.31)$$

Умову сумісності переміщень будь-якої точки, що лежить на лінії перерізу 1, отримуємо прирівнявши вирази переміщень (іх других похідних) для верхньої та бокової плити. Таким чином отримуємо перше диференціальне рівняння системи:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{b \cdot M_t^I}{GJt_1} - \frac{b^2 \cdot MS_1^{II}}{GJt_1} - \frac{b^2 \cdot MS_4^{II}}{GJt_1} - \frac{b \cdot m_1}{GJt_1} + \frac{b \cdot m_4}{GJt_1} - \frac{b^3 \cdot MS_1^{IV}}{3Dz_1} - \frac{b^2 \cdot m_1^{II}}{2Dz_1} - \frac{MS_1}{EJz_1} + \\ & \frac{MS_4}{EJz_1} = \frac{MS_1}{EJz_2} - \frac{MS_2}{EJz_2} - \frac{h \cdot T_1}{EJz_2} - \frac{h \cdot T_2}{EJz_2} + \frac{h \cdot MS_1^{IV}}{EFz_{z,2}} \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

В виразах (2.23-2.31) позначено:

M_t – зовнішній крутний момент;

GJt_1 – жорсткість на кручення верхньої плити (плита 1);

b, h – половина ширини відповідно верхньої та бокової плит;

MS_1, MS_4 – згинальні моменти, що виникають від погонних вертикальних зусиль S_1 та S_4 відповідно в перерізах 1 та 4;

m_1, m_4 – погонні поперечні згинальні моменти відповідно в перерізах 1 та 4;

Dz_1 – згинальна жорсткість в напрямку осі Z умовного поперечного стрижня одиничної ширини для верхньої плити;

EJz_1, EJz_2 – згинальна жорсткість відповідно верхньої та бокової плити в напрямку осі z ;

$EFz_{z,2}$ – осьова жорсткість умовного стрижня одиничної ширини для бокової плити при розтягу-стиску в напрямку осі z .

Аналогічно склавши вирази для горизонтальних, кутових та поздовжніх переміщень зазначеного вище перерізу, а також для інших перерізів ми отримуємо ще п'ятнадцять рівнянь системи.

Розв'язок системи за аналогією з [142] зручно здійснювати за допомогою розкладання невідомих зусиль у ряди Фур'є по косинусах:

$$\left. \begin{aligned} S(x) &= \sum_{n=1}^m \alpha_n^2 \cdot MS_n \cdot \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right); \\ m(x) &= \sum_{n=1}^m m_n \cdot \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right); \\ H(x) &= \sum_{n=1}^m \alpha_n^2 \cdot MH_n \cdot \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right); \\ \tau(x) &= \sum_{n=1}^m \alpha_n \cdot T_n \cdot \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right). \end{aligned} \right\} \quad (2.33)$$

де

MS_n, m_n, MH_n, T_n - коефіцієнти Фур'є відповідних функцій зусиль, які підлягають визначенню.

$$- \alpha = \frac{\pi \cdot n}{l};$$

- l - довжина прольоту елемента.

Зовнішній момент M_t розкладається в ряд Фур'є по синусах.

Після підстановки (2.33) у систему диференціальних рівнянь та прирівнявши відповідні члени рядів в лівих і в правих частинах цих рівнянь і скоротивши на $\cos(\alpha \cdot x)$, отримуємо систему шістнадцяти лінійних рівнянь, де невідомими будуть коефіцієнти Фур'є MS_n, m_n, MH_n, T_n шуканих невідомих зусиль та моментів.

Для розв'язку системи шукані невідомі величини перенесемо у ліву частину рівнянь, а відому величину Mt у праву, тоді отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} & \left(-\frac{b^2 \cdot \alpha^2}{GJt_1} - \frac{b^3 \cdot \alpha^4}{3Dz_1} - \frac{1}{EJz_1} - \frac{1}{EJz_2} - \frac{h \cdot \alpha^4}{EFz_2} \right) \cdot MS_1 + \left(-\frac{b^2 \cdot \alpha^2}{GJt_1} + \frac{1}{EJz_1} \right) \cdot MS_4 + \\ & \frac{1}{EJz_2} \cdot MS_2 + \left(-\frac{b}{GJt_1} - \frac{b^2 \cdot \alpha^2}{2Dz_1} \right) \cdot m_1 + \frac{b}{GJt_1} \cdot m_4 + \frac{h}{EJz_2} \cdot T_1 + \frac{h}{EJz_2} \cdot T_2 = -\frac{b \cdot \alpha}{GJt_1} \cdot M_t; \\ & \left(\frac{1}{EJy_1} + \frac{b \cdot \alpha^4}{EFy_1} + \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{GJt_2} + \frac{h^3 \cdot \alpha^4}{3Dy_2} + \frac{1}{EJy_2} \right) \cdot MH_1 + \left(\frac{h^2 \cdot \alpha^2}{GJt_2} - \frac{1}{EJy_2} \right) \cdot MH_2 + \\ & \left(-\frac{1}{EJy_1} \right) \cdot MH_4 + \left(-\frac{h}{GJt_2} - \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{2Dy_2} \right) \cdot m_1 + \frac{h}{GJt_2} \cdot m_2 + \left(-\frac{b}{EJy_1} \right) \cdot T_1 + \left(-\frac{b}{EJy_1} \right) \cdot T_4 = 0; \\ & \left(-\frac{1}{GJt_1} - \frac{b \cdot \alpha^2}{Dz_1} - \frac{1}{GJt_2} - \frac{h \cdot \alpha^2}{Dy_2} \right) \cdot m_1 + \frac{1}{GJt_2} \cdot m_2 + \left(-\frac{b \cdot \alpha^2}{GJt_1} - \frac{b^2 \cdot \alpha^4}{2 \cdot Dz_1} \right) \cdot MS_1 + \\ & \left(-\frac{b \cdot \alpha^2}{GJt_1} \right) \cdot MS_4 + \frac{1}{GJt_1} \cdot m_4 + \left(\frac{h \cdot \alpha^2}{GJt_2} + \frac{h^2 \cdot \alpha^4}{2Dy_2} \right) \cdot MH_1 + \frac{h \cdot \alpha^2}{GJt_2} \cdot MH_2 = -\frac{\alpha}{GJt_1} \cdot M_t; \\ & \left(-\frac{b^2}{EJy_1} - \frac{b^3 \cdot \alpha^2}{3Dx_1} - \frac{h^2}{EJz_2} - \frac{h^3 \cdot \alpha^2}{3Dx_2} \right) \cdot T_1 + \left(-\frac{b^2}{EJy_1} \right) \cdot T_4 + \left(-\frac{h^2}{EJz_2} \right) \cdot T_2 + \frac{h}{EJz_2} \cdot MS_1 + \\ & \left(-\frac{h}{EJz_2} \right) \cdot MS_2 + \frac{b}{EJy_1} \cdot MH_1 + \left(-\frac{b}{EJy_1} \right) \cdot MH_4 = 0; \end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{b^2 \cdot \alpha^2}{GJt_3} + \frac{b^3 \cdot \alpha^4}{3Dz_3} + \frac{1}{EJz_3} + \frac{1}{EJz_2} + \frac{h \cdot \alpha^4}{EFz_2} \right) \cdot MS_2 + \left(\frac{b^2 \cdot \alpha^2}{GJt_3} - \frac{1}{EJz_3} \right) \cdot MS_3 + \\
& \left(-\frac{1}{EJz_2} \right) \cdot MS_1 + \left(\frac{b}{GJt_3} + \frac{b^2 \cdot \alpha^2}{2Dz_3} \right) \cdot m_2 + \left(-\frac{b}{GJt_3} \right) \cdot m_3 + \frac{h}{EJz_2} \cdot T_1 + \frac{h}{EJz_2} \cdot T_2 = 0; \\
& \left(-\frac{1}{EJy_3} - \frac{b \cdot \alpha^4}{EFy_3} - \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{GJt_2} - \frac{h^3 \cdot \alpha^4}{3Dy_2} - \frac{1}{EJy_2} \right) \cdot MH_2 + \left(-\frac{h^2 \cdot \alpha^2}{GJt_2} + \frac{1}{EJy_2} \right) \cdot MH_1 + \\
& \frac{1}{EJy_3} \cdot MH_3 + \left(-\frac{h}{GJt_2} - \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{2Dy_2} \right) \cdot m_2 + \frac{h}{GJt_2} \cdot m_1 + \frac{b}{EJy_3} \cdot T_2 + \frac{b}{EJy_3} \cdot T_3 = 0; \\
& \left(\frac{1}{GJt_3} + \frac{b \cdot \alpha^2}{Dz_3} + \frac{1}{GJt_2} + \frac{h \cdot \alpha^2}{Dy_2} \right) \cdot m_2 + \left(-\frac{1}{GJt_2} \right) \cdot m_1 + \left(\frac{b \cdot \alpha^2}{GJt_3} + \frac{b^2 \cdot \alpha^4}{2Dz_3} \right) \cdot MS_2 + \\
& \frac{b \cdot \alpha^2}{GJt_3} \cdot MS_3 + \left(-\frac{1}{GJt_3} \right) \cdot m_3 + \left(\frac{h \cdot \alpha^2}{GJt_2} + \frac{h^2 \cdot \alpha^4}{2Dy_2} \right) \cdot MH_2 + \frac{h \cdot \alpha^2}{GJt_2} \cdot MH_1 = 0; \\
& \frac{b^2}{EJy_3} + \frac{b^3 \cdot \alpha^2}{3Dx_3} + \frac{h^2}{EJz_2} + \frac{h^3 \cdot \alpha^2}{3Dx_2} \cdot T_2 + \frac{b^2}{EJy_3} \cdot T_3 + \frac{h^2}{EJz_2} \cdot T_1 - \frac{h}{EJz_2} \cdot MS_1 + \\
& \frac{h}{EJz_2} \cdot MS_2 + \left(-\frac{b}{EJy_3} \right) \cdot MH_2 + \frac{b}{EJy_3} \cdot MH_3 = 0; \\
& \left(-\frac{b^2 \cdot \alpha^2}{GJt_3} - \frac{b^3 \cdot \alpha^4}{3Dz_3} - \frac{1}{EJz_3} - \frac{1}{EJz_4} - \frac{h \cdot \alpha^4}{EFz_4} \right) \cdot MS_3 + \left(-\frac{b^2 \cdot \alpha^2}{GJt_3} + \frac{1}{EJz_3} \right) \cdot MS_2 + \\
& \frac{1}{EJz_4} \cdot MS_4 + \left(\frac{b}{GJt_3} + \frac{b^2 \cdot \alpha^2}{2Dz_3} \right) \cdot m_3 + \left(-\frac{b}{GJt_3} \right) \cdot m_2 + \left(-\frac{h}{EJz_4} \right) \cdot T_3 + \left(-\frac{h}{EJz_4} \right) \cdot T_4 = 0; \\
& \left(\frac{1}{EJy_3} + \frac{b \cdot \alpha^4}{EFy_3} + \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{GJt_4} + \frac{h^3 \cdot \alpha^4}{3Dy_4} + \frac{1}{EJy_4} \right) \cdot MH_3 + \left(\frac{h^2 \cdot \alpha^2}{GJt_4} - \frac{1}{EJy_4} \right) \cdot MH_4 + \\
& \left(-\frac{1}{EJy_3} \right) \cdot MH_2 + \left(\frac{h}{GJt_4} + \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{2Dy_4} \right) \cdot m_3 + \left(-\frac{h}{GJt_4} \right) \cdot m_4 + \frac{b}{EJy_3} \cdot T_3 + \frac{b}{EJy_3} \cdot T_2 = 0; \\
& \left(-\frac{1}{GJt_3} - \frac{b \cdot \alpha^2}{Dz_3} - \frac{1}{GJt_4} - \frac{h \cdot \alpha^2}{Dy_4} \right) \cdot m_3 + \frac{1}{GJt_4} \cdot m_4 + \left(\frac{b \cdot \alpha^2}{GJt_3} + \frac{b^2 \cdot \alpha^4}{2Dz_3} \right) \cdot MS_3 + \\
& \frac{b \cdot \alpha^2}{GJt_3} \cdot MS_2 + \frac{1}{GJt_3} \cdot m_2 + \left(-\frac{h \cdot \alpha^2}{GJt_4} - \frac{h^2 \cdot \alpha^4}{2Dy_4} \right) \cdot MH_3 + \left(-\frac{h \cdot \alpha^2}{GJt_4} \right) \cdot MH_4 = 0; \\
& \left(-\frac{b^2}{EJy_3} - \frac{b^3 \cdot \alpha^2}{3Dx_3} - \frac{h^2}{EJz_4} - \frac{h^3 \cdot \alpha^2}{3Dx_4} \right) \cdot T_3 + \left(-\frac{b^2}{EJy_3} \right) \cdot T_2 + \left(-\frac{h^2}{EJz_4} \right) \cdot T_4 - \frac{h}{EJz_4} \cdot MS_3 + \\
& \frac{h}{EJz_4} \cdot MS_4 + \left(-\frac{b}{EJy_3} \right) \cdot MH_3 + \frac{b}{EJy_3} \cdot MH_2 = 0; \\
& \left(\frac{b^2 \cdot \alpha^2}{GJt_1} + \frac{b^3 \cdot \alpha^4}{3Dz_1} + \frac{1}{EJz_1} + \frac{1}{EJz_4} + \frac{h \cdot \alpha^4}{EFz_4} \right) \cdot MS_4 + \left(\frac{b^2 \cdot \alpha^2}{GJt_1} - \frac{1}{EJz_1} \right) \cdot MS_1 + \left(-\frac{1}{EJz_4} \right) \\
& \cdot MS_3 + \left(-\frac{b}{GJt_1} - \frac{b^2 \cdot \alpha^2}{2Dz_1} \right) \cdot m_4 + \frac{b}{GJt_1} \cdot m_1 + \left(-\frac{h}{EJz_4} \right) \cdot T_4 + \left(-\frac{h}{EJz_4} \right) \cdot T_3 = \frac{b \cdot \alpha}{GJt_1} \cdot M_t;
\end{aligned} \tag{2.34}$$

$$\left. \begin{aligned}
& \left(-\frac{1}{EJy_1} - \frac{b \cdot \alpha^4}{EFy_1} - \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{GJt_4} - \frac{h^3 \cdot \alpha^4}{3Dy_4} - \frac{1}{EJy_4} \right) \cdot MH_4 + \left(-\frac{h^2 \cdot \alpha^2}{GJt_4} + \frac{1}{EJy_4} \right) \cdot MH_3 + \\
& \frac{1}{EJy_1} \cdot MH_1 + \left(\frac{h}{GJt_4} + \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{2Dy_4} \right) \cdot m_4 + \left(-\frac{h}{GJt_4} \right) \cdot m_3 + \left(-\frac{b}{EJy_1} \right) \cdot T_4 + \left(-\frac{b}{EJy_1} \right) \cdot T_1 = 0; \\
& \left(\frac{1}{GJt_1} + \frac{b \cdot \alpha^2}{Dz_1} + \frac{1}{GJt_4} + \frac{h \cdot \alpha^2}{Dy_4} \right) \cdot m_4 + \left(-\frac{1}{GJt_4} \right) \cdot m_3 + \left(-\frac{b \cdot \alpha^2}{GJt_1} - \frac{b^2 \cdot \alpha^4}{2 \cdot Dz_1} \right) \cdot MS_4 + \\
& \left(-\frac{b \cdot \alpha^2}{GJt_1} \right) \cdot MS_1 + \left(-\frac{1}{GJt_1} \right) \cdot m_1 + \left(-\frac{h \cdot \alpha^2}{GJt_4} - \frac{h^2 \cdot \alpha^4}{2Dy_4} \right) \cdot MH_4 + \left(-\frac{h \cdot \alpha^2}{GJt_4} \right) \cdot MH_3 \\
& = -\frac{\alpha}{GJt_1} \cdot M_i; \\
& \left(\frac{b^2}{EJy_1} + \frac{b^3 \cdot \alpha^2}{3Dx_1} + \frac{h^2}{EJz_4} + \frac{h^3 \cdot \alpha^2}{3Dx_4} \right) \cdot T_4 + \frac{b^2}{EJy_1} \cdot T_1 + \frac{h^2}{EJz_4} \cdot T_3 + \left(-\frac{h}{EJz_4} \right) \cdot MS_4 + \\
& \frac{h}{EJz_4} \cdot MS_3 + \frac{b}{EJy_1} \cdot MH_4 + \left(-\frac{b}{EJy_1} \right) \cdot MH_1 = 0.
\end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

Система без особливої складності вирішується за допомогою програми Mathcad. Знайшовши невідомі числові значення коефіцієнтів Фур'є MS_n, m_n, MH_n, T_n та підставивши їх у ряди (2.33) ми отримуємо шукані функції зусиль і моментів $MS(x), m(x), MH(x), T(x)$, які можна дослідити.

На рис. 2.12 показані епюри внутрішніх зусиль в першому перерізі коробчастого елемента з розмірами поперечного перерізу 20x20см. Довжина 40см. Товщина стінки – 1 см. Величина крутного моменту $M_t=10$ кН·см. Одиниці для зусиль H_1, T_1 та S_1 – в кН/см; для моментів m_1 – в кН·см/см.

Епюри внутрішніх зусиль

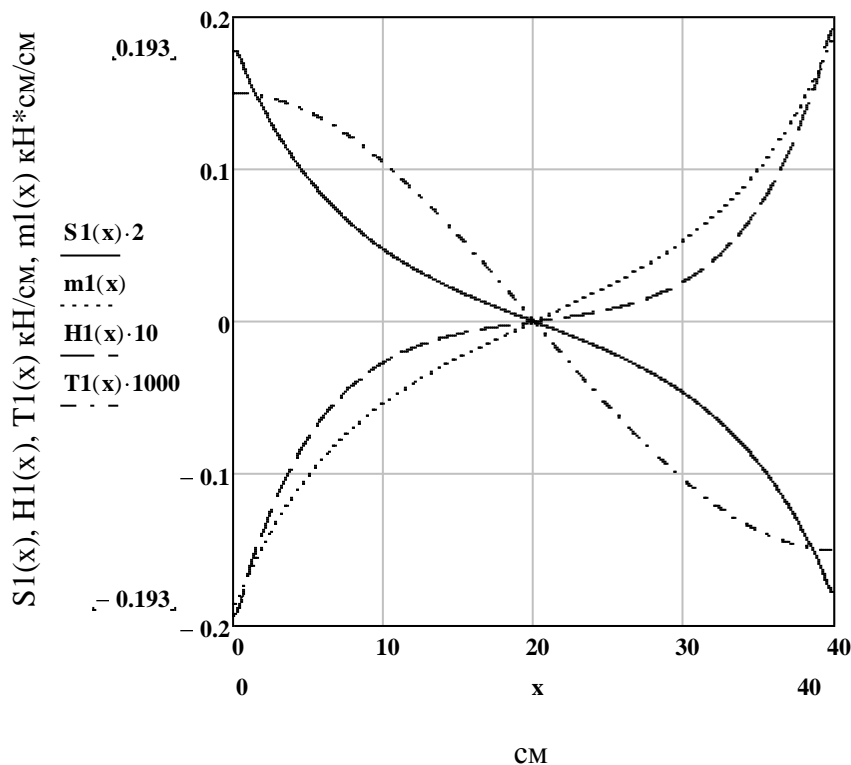


Рис. 2.12. Епюри зусиль в першому перерізі коробчастого елемента

Наведена методика відрізняється від методу скінченних елементів тим, що ця методика є чисельно-аналітичною (МСЕ – це чисельний метод). Методика передбачає стрижневу апроксимацію, тобто кожна з пластин, з яких складається коробчастий елемент, розглядається як набір поздовжніх та поперечних стрижнів [20]. Перевагою даного методу є те, що в розрахунках можна враховувати різні види тріщиноутворення та нелінійні властивості бетону. Недоліком є те, що отримані результати є наближеними у порівнянні із результатами отриманими по чисельній методиці або по методиці запропонованій вище за теорією Б.Е.Уліцкого.

2.2. Чисельні дослідження по методу скінченних елементів елементів жорсткості залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами з використанням програмного комплексу "Ліра"

Розглянемо залізобетонний елемент коробчастого перерізу з нормальною тріщиною, до якого прикладений зовнішній момент Mt (рис. 2.13).

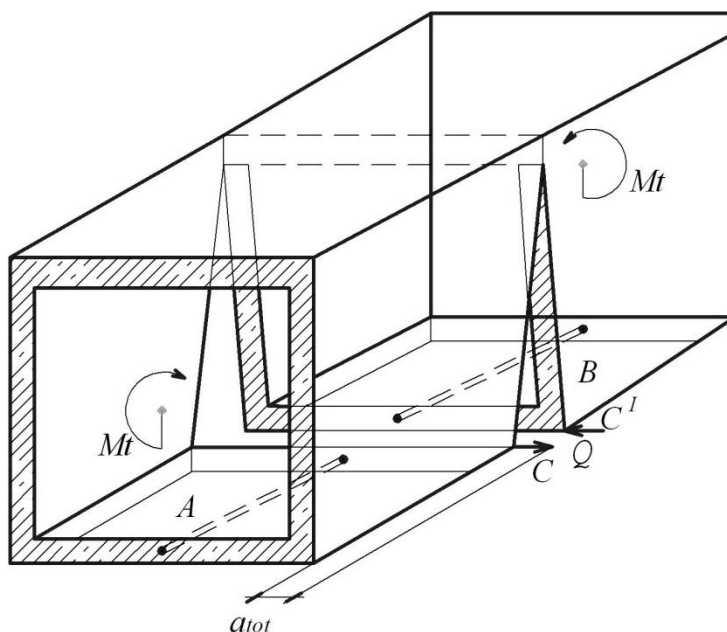


Рис. 2.13. Схема визначення нагельної сили в арматурі при взаємному повороті двох блоків, відділених нормальною тріщиною

Після умовного розсічення поздовжньої арматури нагельна сила Q у ній визначається із умови сумісності деформацій у місці розсічення арматури.

Переміщення елементів у тріщині визначимо за методикою [17].

Розглянемо переміщення Δ_c блока A відносно суміжного блока B (рис. 2.14), де

Δ_{Mt} - переміщення від прикладеного зовнішнього моменту Mt ;

Δ_c - переміщення блока A відносно блока B ;

Δ_Q - переміщення, яке створюється нагельною силою Q ;

Δ_{sm} - переміщення від змінання бетону нагельною силою Q ;

$2acrc$ - ширина тріщини;
 l - довжина арматурного стрижня.

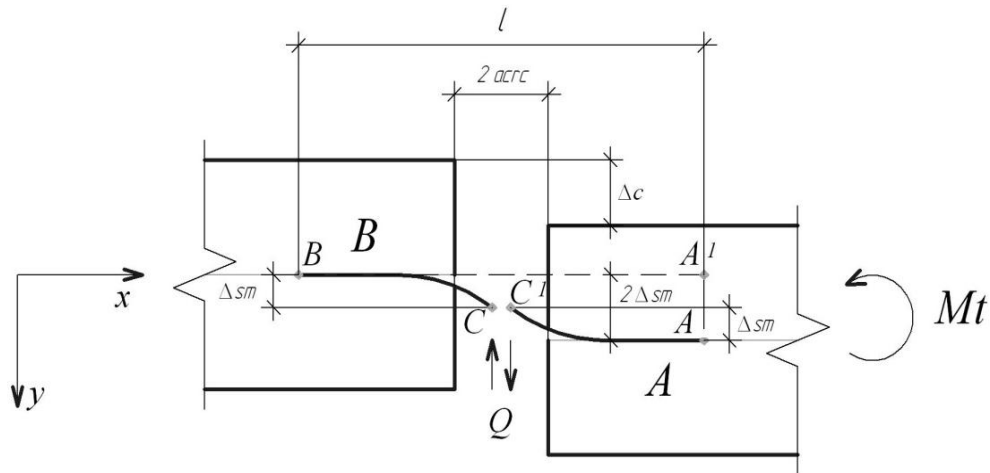


Рис. 2.14. Схема деформування арматури від взаємного повороту блоків, що зазнали крутного моменту

Переміщення блока A відносно блока B буде складатись із різниці переміщення від дії зовнішнього моменту M_t , переміщень визваних внутрішнім моментом, створеним нагельною силою Q в арматурі та змінанням бетону, від дії нагельної сили в арматурі, ця різниця в свою чергу повинна бути рівною нулю:

$$\Delta_c = \Delta_{M_t} - \Delta_Q - \Delta_{sm} = 0 \quad (2.35)$$

де

Δ_{M_t} - переміщення точки C' відносно точки C від кручення зовнішнім моментом M_t ;

Δ_Q - переміщення C' відносно C від кручення нагельною силою Q ;

Δ_{sm} - переміщення C' відносно C від змінання бетону нагельною силою Q .

Враховуючи те, що бетон зминається в обох блоках A і B , які розмежує тріщина $2acrc$ величину Δ_{sm} необхідно помножити на 2 (рис. 2.14). Позначивши розходження точок в результаті дії одиничної нагельної сили $\bar{Q}=1$ від кручення і відповідно від змінання бетону Δ_{Qed} і Δ_{smed} то вираз (2.35) із врахуванням вищезазначеної примітки для Δ_{sm} матиме вигляд:

$$Q = \frac{\Delta_{M_t}}{\Delta_{ed} + 2 \cdot \Delta_{smed}} \quad (2.36)$$

Складові Δ_{M_t} і Δ_{ed} , визначаються за допомогою МСЕ з використанням програмних комплексів та об'ємних кінцевих елементів. Складова Δ_{smed} від змінання нагельною силою \bar{Q} визначається з використанням емпіричних даних [143]:

$$\Delta_{smed} = \varphi_{cc} \left(1000 \frac{\bar{Q}^2}{d_s^3 E_b^2} + \frac{\bar{Q}}{d_s E_b} \right) \quad (2.37)$$

де

$\varphi_{cc} = 1$ - під час короткочасної дії навантаження;

d_s - діаметр арматурного стрижня;

E_b - модуль пружності бетону.

У формулі (2.37) не враховується сила прижимання закладної до бетону, так як вона відсутня, а переміщенням від зсуву арматурного стрижня нехтуємо в зв'язку із малим його значенням (на порядок і більше меншим) ніж переміщення від зминання бетону.

Після визначення невідомої величини Q слід знайти повне переміщення у тріщині a_{tot} (рис 2.13):

$$a_{tot} = 2 \cdot \Delta_{smed} \cdot Q \quad (2.38)$$

Знайшовши повне переміщення a_{tot} розрахуємо коефіцієнт k_r , який являє собою відношення деформативності елемента з нормальною тріщиною до деформативності елемента без тріщин:

$$k_r = \frac{a_{tot} + a_e}{a_e} \quad (2.39)$$

де

a_e - переміщення від кручення елемента без тріщин, яке визначається за формулою:

$$a_e = r \cdot \varphi_e \quad (2.40)$$

де

r - радіус повороту, тобто найкоротша відстань від центральної осі елемента до точки визначення переміщення блоку;

φ_e - кут повороту пружного (без тріщин) елемента довжиною l_{crc} (відстань між тріщинами елемента), який можна визначити за формулою:

$$\varphi_e = \frac{\Delta}{r} \quad (2.41)$$

де

Δ - розраховане за допомогою програмного комплексу "Ліра" переміщення пружного (без тріщин) елемента на відстані l_{crc} .

По відомій формулі опору матеріалів (2.42) та розрахованому φ_e знаходимо J_t :

$$\varphi_e = \frac{M_t \cdot l_{crc}}{GJ_t} \quad (2.42)$$

де

GJ_t - жорсткість на кручення елемента без тріщин, тоді:

$$J_t = \frac{M_t \cdot l_{crc}}{G\varphi_e} \quad (2.43)$$

Визначивши J_t , використовуючи (2.42, 2.40) знаходимо a_e , тоді:

$$a_e = \frac{M_t \cdot l_{crc}}{GJ_t} \cdot r \quad (2.4)$$

Розраховуємо повне теоретичне переміщення:

$$\Delta_{teoret} = a_{tot} + a_e \quad (2.45)$$

Величина k_r являє собою відношення деформативності елемента з тріщиною до деформативності елемента без тріщин, тобто у скільки разів жорсткість елемента з нормальною тріщиною менша за її початкову жорсткість.

Як показано у вище наведених формулах вона залежить від відстані між тріщинами, діаметра арматури та глибини тріщини, від якої залежать величини Δ_{Mt} і Δ_{Qed} . Приклад розрахунку нагельної сили Q та величини k_r для конкретного типу експериментального зразку наведена у додатку А.1

РОЗДІЛ 3

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ КРУТИЛЬНОЇ ЖОРСТКОСТІ ТА МІЦНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОРОБЧАСТОГО ПЕРЕРІЗУ З НОРМАЛЬНИМИ ТРІЩИНАМИ

3.1. Конструкція стенду, методика досліджень та прилади

З метою перевірки достовірності запропонованої методики було проведене експериментальне дослідження залізобетонних зразків коробчастого перерізу з нормальними тріщинами на предмет визначення їхньої жорсткості та міцності на кручення.

Експериментальні зразки були виготовлені в заводських умовах і мали наступні геометричні розміри та характеристики:

| | |
|---|-------------------|
| Довжина | – 1000 мм; |
| Повна висота перерізу (h) | – 200 мм; |
| Ширина перерізу (b) | – 200 мм; |
| Товщина верхньої полки (δ_v) | – 25,35,50 мм; |
| Товщина бокових стінок ($\delta_{бок}$) | – 30,40 мм; |
| Товщина нижньої полки (δ_n) | – 40 мм; |
| Кількість штучних тріщин | – 3; |
| Відстань між нормальними тріщинами | – 200 мм; |
| Відстань від кінців зразка до тріщин | – 300 мм. |
| Клас поздовжньої арматури | – А500С; |
| Діаметр поздовжньої арматури | – 8, 10 та 14 мм; |
| Кубикова міцність бетону по серіям (19,8;22,3;21,1) Мпа. | – |

Залізобетонні зразки мали однаковий зовнішній розмір 1000x200x200 мм, але різну величину внутрішнього отвору відповідно до розмірів поперечного перерізу (рис. 3.1).

Усього було виготовлено 24 зразки шести типів (рис. 3.2), з одним поздовжнім стрижнем з арматури періодичного профілю класу А500С діаметром 8,10 та 14 мм (рис. 3.1).

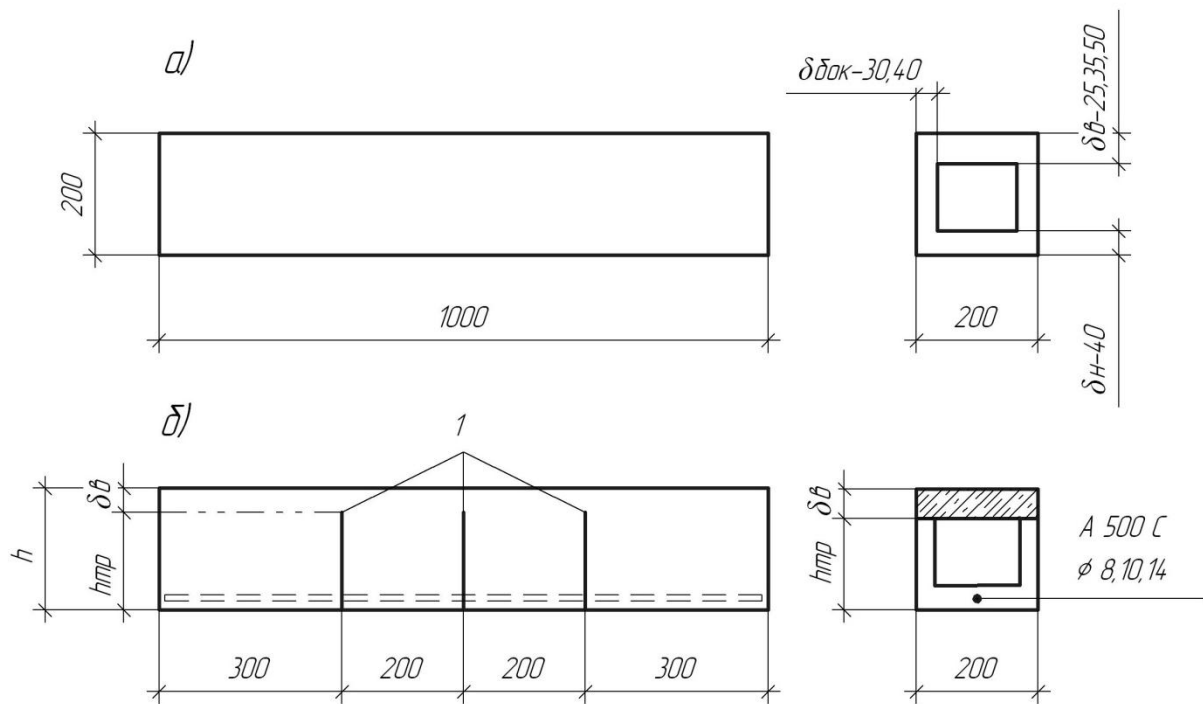


Рис. 3.1. Схема експериментального зразка: а) розміри; б) розбивка експериментального зразка нормальними тріщинами на окремі блоки та схема армування зразків; 1- вставка із пластику.



Рис. 3.2. Експериментальні зразки

Для виготовлення експериментальних зразків коробчастого перерізу було змонтовано шість спеціальних форм: чотири з нормальними тріщинами, дві без них (рис. 3.3).

Зовнішня частина опалубки зроблена із фанери товщиною 15 мм. До торцевих частин форм прикручувались металеві рамки, виготовлені із стрічкової сталі товщиною 5 мм, розмірами відповідно до розмірів поперечного перерізу експериментальних зразків.

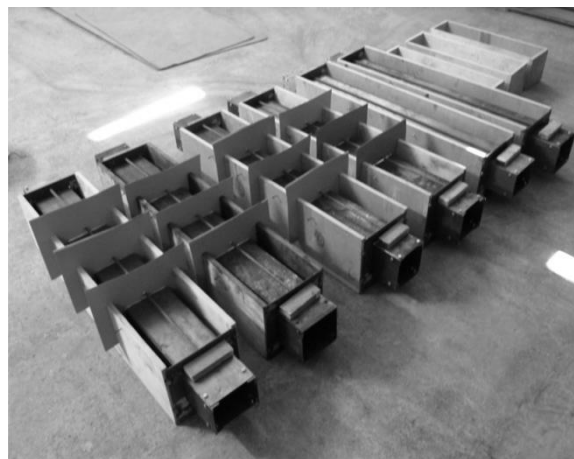


Рис. 3.3. Форми для зразків

В середину металевих рамок монтувались розбірні конструкції із чотирьох кутників 25x25x1250 мм та чотирьох металевих пластин товщиною 1,2 мм довжиною 1250 мм (ширина відповідно величини поперечного перерізу). Опорна частина зразка армувалась сіткою із проволочки $\text{Ø}3$ Вр-1 з ячейками 40x40 мм довжиною 240 мм (рис. 3.4).

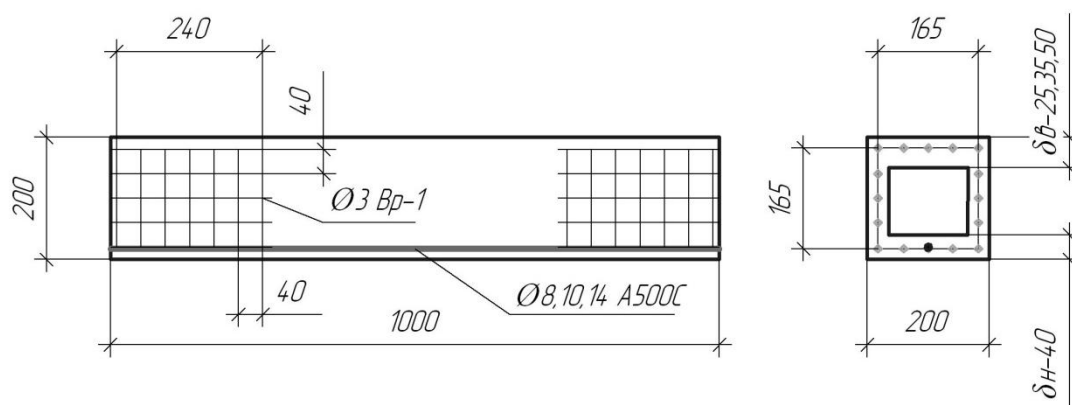


Рис. 3.4. Схема армування експериментальних зразків

Нормальні тріщини імітувались пластиковими вставками товщиною 0,5 мм та розмірами відповідно до величини поперечного перерізу, які монтувались перед укладанням бетону (рис. 3.3). Утворені штучні нормальні тріщини розділяли по довжині експериментальні зразки на чотири окремі блоки.

Усі 24 зразки бетонувались у чотири етапи в кожній серії по шість зразків, дві з яких без тріщин (для порівняння коефіцієнту жорсткості k_r елементів без тріщин та з ними).

Перша серія зразків – випробувальна. Під час роботи з зразками першої серії були набуті практичні навички та методика проведення експерименту. Тому аналіз результатів цих випробувань не враховувався.

Три інших серії були експериментальними. Маркірувались випробувальні та експериментальні зразки відповідно до партії бетонування, розмірів поперечного перерізу та діаметра арматури.

Маркірування експериментальних зразків наведена у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

Маркірування експериментальних зразків

| Марка зразка | Номер серії | Товщина верхньої, бокової та нижньої полки $\delta_B, \delta_G, \delta_H$, мм | Ø Арматури, мм | Наявність тріщини |
|--------------|-------------|--|----------------|-------------------|
| Б-1 | 0 | $\delta_B = 25$ $\delta_G = 30$ $\delta_H = 40$ | 8 | з тріщинами |
| Б-1-1 | 1 | | 8 | |
| Б-2-1 | 2 | | 10 | |
| Б-3-1 | 3 | | 14 | |
| Б-2 | 0 | $\delta_B = 35$ $\delta_G = 30$ $\delta_H = 40$ | 8 | з тріщинами |
| Б-1-2 | 1 | | 8 | |
| Б-2-2 | 2 | | 10 | |
| Б-3-2 | 3 | | 14 | |
| Б-3 | 0 | $\delta_B = 50$ $\delta_G = 30$ $\delta_H = 40$ | 8 | з тріщинами |
| Б-1-3 | 1 | | 8 | |
| Б-2-3 | 2 | | 10 | |
| Б-3-3 | 3 | | 14 | |
| Б-4 | 0 | $\delta_B = 35$ $\delta_G = 40$ $\delta_H = 40$ | 8 | з тріщинами |
| Б-1-4 | 1 | | 8 | |
| Б-2-4 | 2 | | 10 | |
| Б-3-4 | 3 | | 14 | |
| Б-5 | 0 | $\delta_B = 35$ $\delta_G = 30$ $\delta_H = 40$ | 8 | без тріщин |
| Б-1-5 | 1 | | 8 | |
| Б-2-5 | 2 | | 10 | |
| Б-3-5 | 3 | | 14 | |
| Б-6 | 0 | $\delta_B = 50$ $\delta_G = 30$ $\delta_H = 40$ | 8 | без тріщин |
| Б-1-6 | 1 | | 8 | |
| Б-2-6 | 2 | | 10 | |
| Б-3-6 | 3 | | 14 | |

Для проведення експериментального дослідження був виготовлений стенд для випробувань. Загальний вид якого показаний на рис. 3.5.

На рис. 3.6 зображено: *I-1, I-2* – індикатори часового типу; *P-1, P-2, P-3, P-4* – сталеві рамки із полосової сталі; *1* – експериментальний зразок; *2* – прижимні болти; *3* – опорний короб, жорстко приварений до експериментального стенду; *4* – опорний короб з шарнірним валом; *5* – утримувач із круглої сталі під індикатор; *6* – утримувач із круглої сталі під прутик; *7* – прутик; *8* – сталеві пластинки під індикатор; *9* – прижимний болт для індикатора і прутка в утримувачах; *10* – шарнірний вал (підшипник качання).

В експериментальних зразках для виміру переміщення окремих блоків один відносно іншого (рис. 3.6) розділених штучною нормальною тріщиною використовувались індикатори часового типу з ціною поділки 0,01 мм.



Рис. 3.5. Загальний вид експериментального стенду

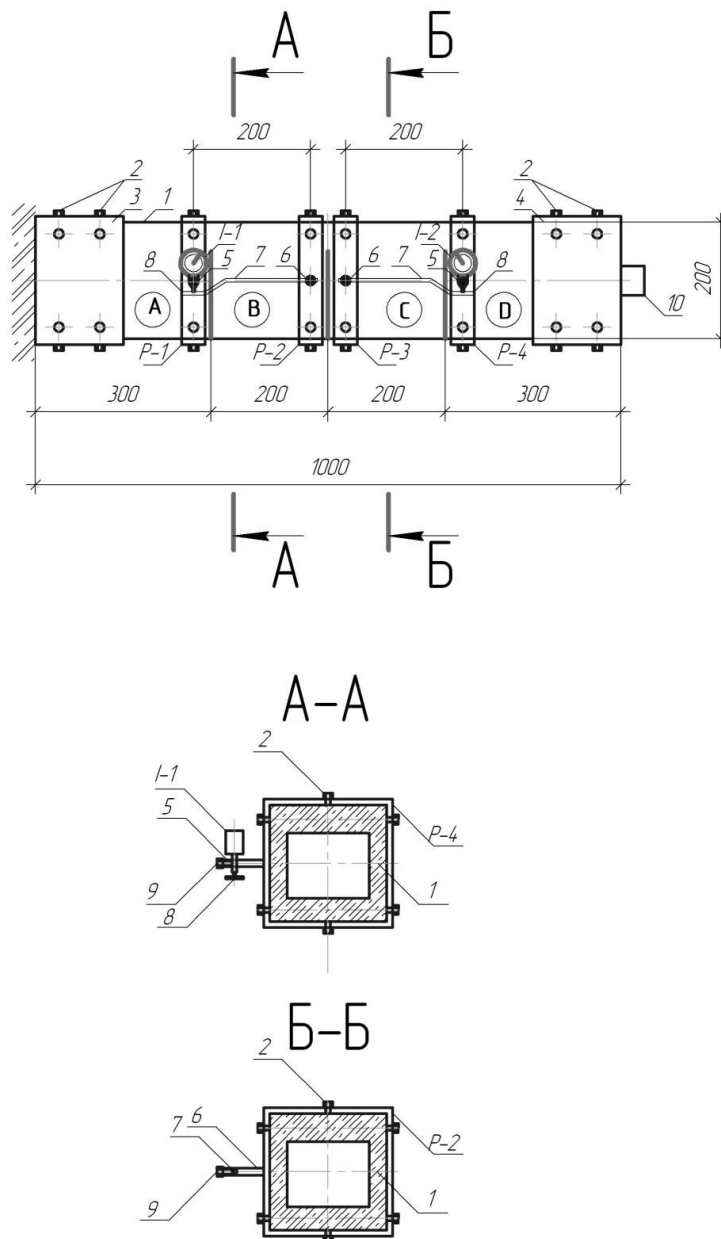


Рис. 3.6. Схема виміру переміщення блоків, відокремлених один від одного нормальною тріщиною

Пристроями для виміру переміщень були чотири рамки (*P-1*, *P-2*, *P-3*, *P-4*) виготовлені із полосової сталі товщиною 5 мм, які прижимались до поверхні зразка прижимними болтами 2, і тим самим забезпечували нерухомість положення індикаторів відносно блоків зразка під час виміру деформацій. До центру бокових стінок рамок *P-1* і *P-4* приварювались утримувачі 5 із круглої сталі Ø 12 мм в які встановлювались зазначені вище індикатори часового типу [87] з ціною поділки 0,01 мм – *I-1* і *I-2* відповідно.

Індикатори *I-1* і *I-2* фіксувались в утримувачах 5 болтами 9. Через горизонтальні отвори утримувачів 6 із круглої сталі Ø 12 мм, приварених до центру рамок *P-2* і *P-3*, пропускались прутки 7 із круглої сталі Ø 8 мм, які прижимались болтами 6 і забезпечували їхню нерухомість. До кінців зазначених прутків 7 горизонтально приварювались тонкі сталеві пластинки 8 розмірами 50x50 мм, на які вільно опиралися ножки індикаторів *I-1* і *I-2* відповідно (рис. 3.6). Опорний короб 3 (рис. 3.7) був жорстко приварений до експериментального стенду. На шарнірний вал 1 опорного короба 4 одягалась втулка 2, що жорстко з'єднувалась з опорною стійкою 5, виготовленої із сталеві труби Ø 50 мм.

До зовнішньої торцевої кромки короба 4 був приварений ричаг 6 – фермочка із кутників L 50 довжиною 1000 мм до вільного кінця якої підвіщувався піддон 7, загрузжений важелями.

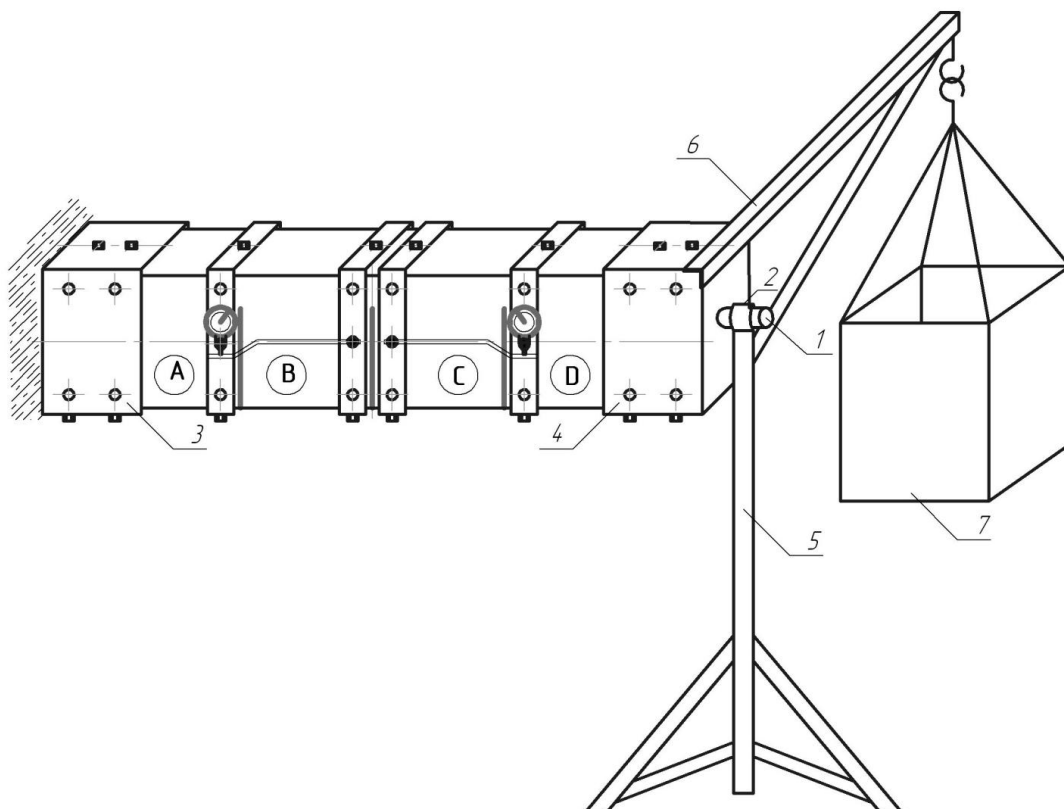


Рис. 3.7. Загальна схема експериментальної установки:

1–шарнірний вал, приварений до опорного коробу; 2–втулка; 3–короб, приварений жорстко; 4–короб, на шарнірній опорі; 5–стійка; 6–ричаг; 7–піддон з важелями.

Експериментальні зразки були випробувані у віці 50 діб.

Методика проведення експерименту для усіх зразків полягала в наступному:

1. В опорні торцеві коробки експериментального стенду, описаного в п. 3.1.2, монтувався зразок з попередньо надітими на нього чотирма рамками із полосової сталі. Торцеві частини зразка і рамки через металеві пластини товщиною 5мм і розмірами 5x8 мм жорстко кріпились прижимними болтами.

2. Після монтажу кожного експериментального зразку за допомогою рівня вивірялось його горизонтальне положення. Рамки кріпились, як показано на рис. 3.6. Між рамками *P-1* і *P-2*, *P-3* та *P-4* дотримувалась відстань 200 мм (база вимірювань), рівна довжині блока між тріщинами.

3. Вимірювалась найкоротша відстань від ножок індикатора *I-1* та *I-2* до вертикальної осі зразка.

4. Експериментальні зразки поетапно завантажувались металічними важелями, які обережно клалися у піддон і мали однакову вагу. Попередньо усі важелі були зважені і пронумеровані. Час витримання експериментального зразка під вагою складав 10 хвилин. Поетапне навантаження зразка здійснювалось до самого його руйнування. Під час останніх етапів завантаження вага важелів зменшувалась для більш точного визначення жорсткісних характеристик зразка.

5. В журнал запису відрахувань по індикаторам часового типу записувались дані відносно переміщень блоків на початку та в кінці кожного етапу завантаження.

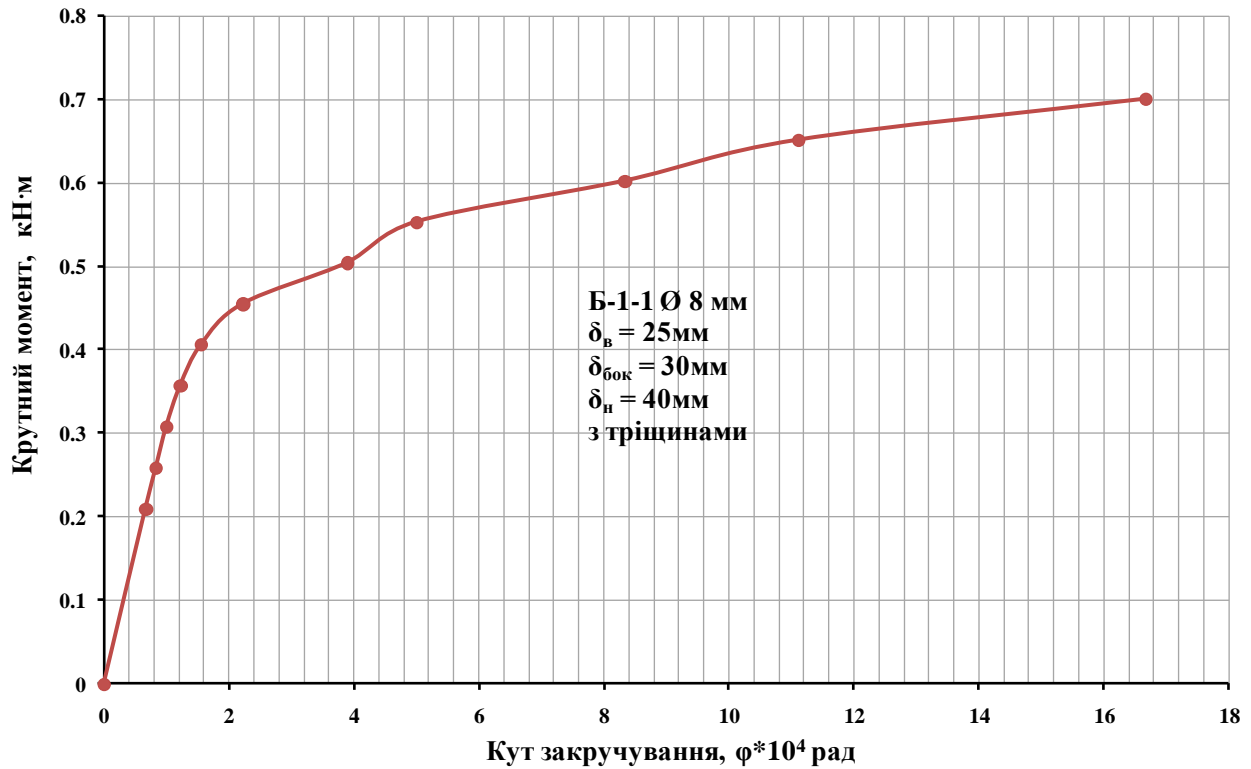
Таким чином, під час дослідження жорсткісних характеристик зразків з нормальними тріщинами на етапах завантаження вертикальним навантаженням замірювались переміщення двох середніх блоків *B* і *C* відносно двох крайніх блоків *A* і *D* за допомогою індикаторів часового типу.

3.2. Аналіз напружено-деформованого стану та міцності залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами

Аналіз експериментального дослідження був проведений за даними різниці відрахувань, знятих на початку і в кінці кожного етапу завантаження по індикаторам часового типу. Різниця показників двох індикаторів обґрунтовувалась фізичною неоднорідністю структури бетону – внутрішніми пустотами, порами та мікротріщинами. Тому для подальшого аналізу отриманих деформативних характеристик були взяті середні значення показників двох індикаторів.

Для прикладу наведені графіки залежностей „крутний момент-кут закручування” (рис. 3.8).

а)



б)

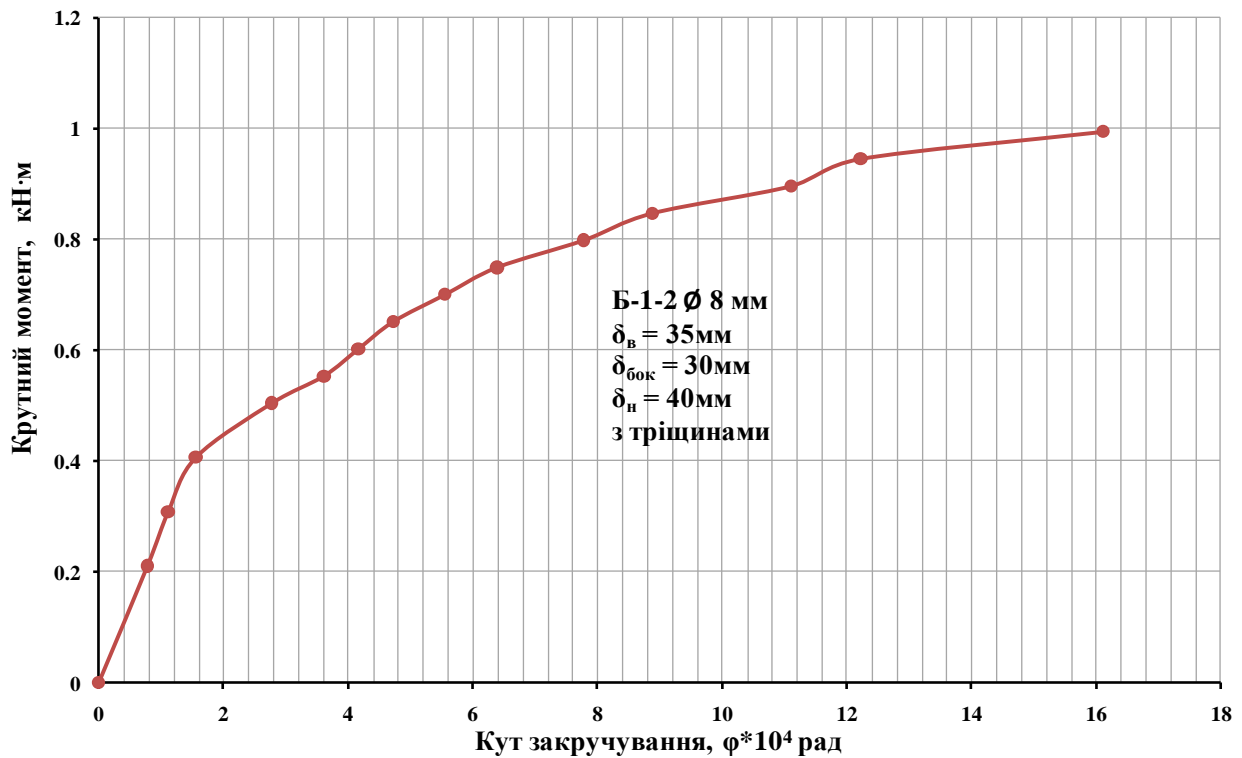


Рис. 3.8. Залежність „крутий момент-кут закручування” для зразків:
 а) Б-1-1; б) Б-1-2.

Так, як крутий момент по всій довжині експериментального зразка у будь-якому його поперечному перерізі має однакову за модулем величину, то і переміщення двох середніх блоків *B* і *C* один відносно іншого теоретично повинні бути однаковими.

Для порівняння кутів закручування експериментальних зразків з різними жорсткістними характеристиками на рис. 3.9-3.10 наведені залежності "крутний момент-кут закручування" для зразків з різним діаметром поздовжньої арматури. На рис. 3.11-12 та ж сама залежність для зразків з різною величиною поперечного перерізу, але однаковим діаметром поздовжньої арматури.

Аналіз експериментальних кривих (рис. 3.9-3.12) дозволяє зробити висновок, що деформування зразків мало пружно-пластичний характер. Непружні деформації виникали на етапах (50-60%) навантаження від максимального руйнівного моменту зразка.

Така ж сама залежність спостерігалась при збільшенні діаметра поздовжньої арматури. Особливо це спостерігалось у зразках армованих поздовжнім стрижнем Ø14 мм.

На рис. 3.9-3.10 видно, що для зразків п'ятого і шостого типу (без тріщин) залежність "крутний момент — кут закручування" має практично лінійний характер.

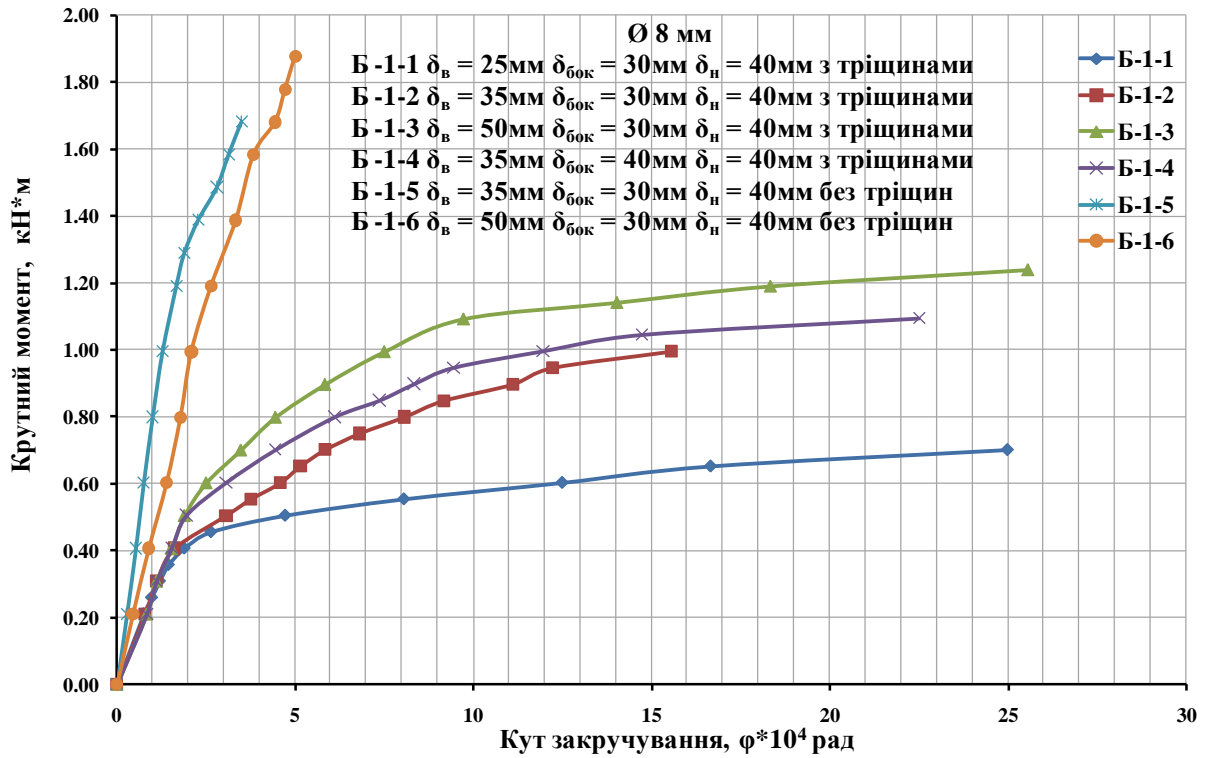
Результати вимірювань деформативних характеристик наведені у таблиці 3.2. Зовнішній момент Mt , в залежності від величини поперечного перерізу зразків, складав: 0,35; 0,40; 0,50 кН·м, вибраний як граничний, при якому деформації експериментальних зразків залишалися пружними.

Таблиця 3.2

Результати вимірювань деформативних характеристик експериментальних зразків

| Марка зразка | Величина Mt , кН·м | Переміщення Δ , $\cdot 10^{-2}$ мм | Відстань r , мм | $\varphi = \frac{\Delta}{r}$ 10^{-4} рад |
|--------------|----------------------|---|-------------------|---|
| Б-1-1 | 0,35 | 2,5 | 180 | 1,39 |
| Б-1-2 | 0,40 | 2,9 | 180 | 1,61 |
| Б-1-3 | 0,50 | 3,2 | 180 | 1,78 |
| Б-1-4 | 0,50 | 3,3 | 180 | 1,83 |
| Б-2-1 | 0,40 | 2,1 | 180 | 1,17 |
| Б-2-2 | 0,40 | 2,1 | 180 | 1,17 |
| Б-2-3 | 0,50 | 2,5 | 180 | 1,39 |
| Б-2-4 | 0,40 | 2 | 180 | 1,11 |
| Б-3-1 | 0,40 | 1,6 | 180 | 0,89 |
| Б-3-2 | 0,40 | 1,5 | 180 | 0,83 |
| Б-3-3 | 0,50 | 1,9 | 180 | 1,06 |
| Б-3-4 | 0,40 | 1,5 | 180 | 0,83 |

а)



б)

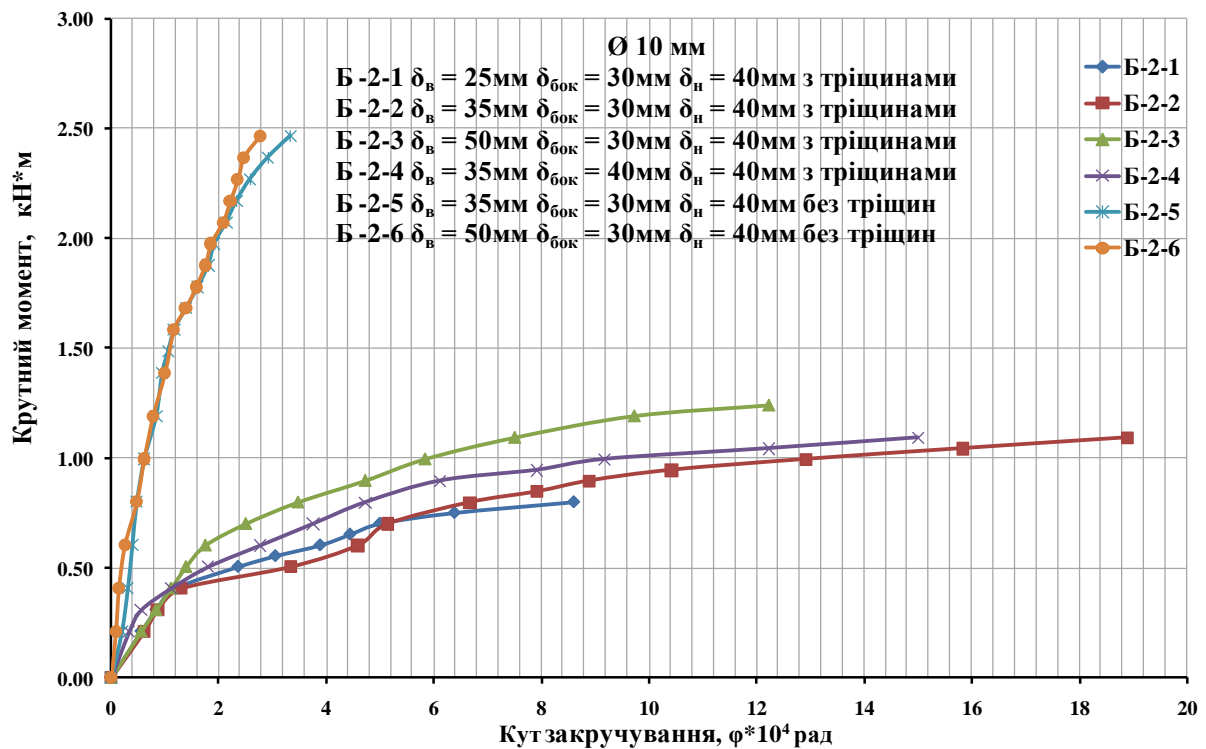


Рис. 3.9. Залежність „крутий момент-кут закручування” при діаметрі поздовжньої арматури: а) Ø8 мм; б) Ø 10 мм.

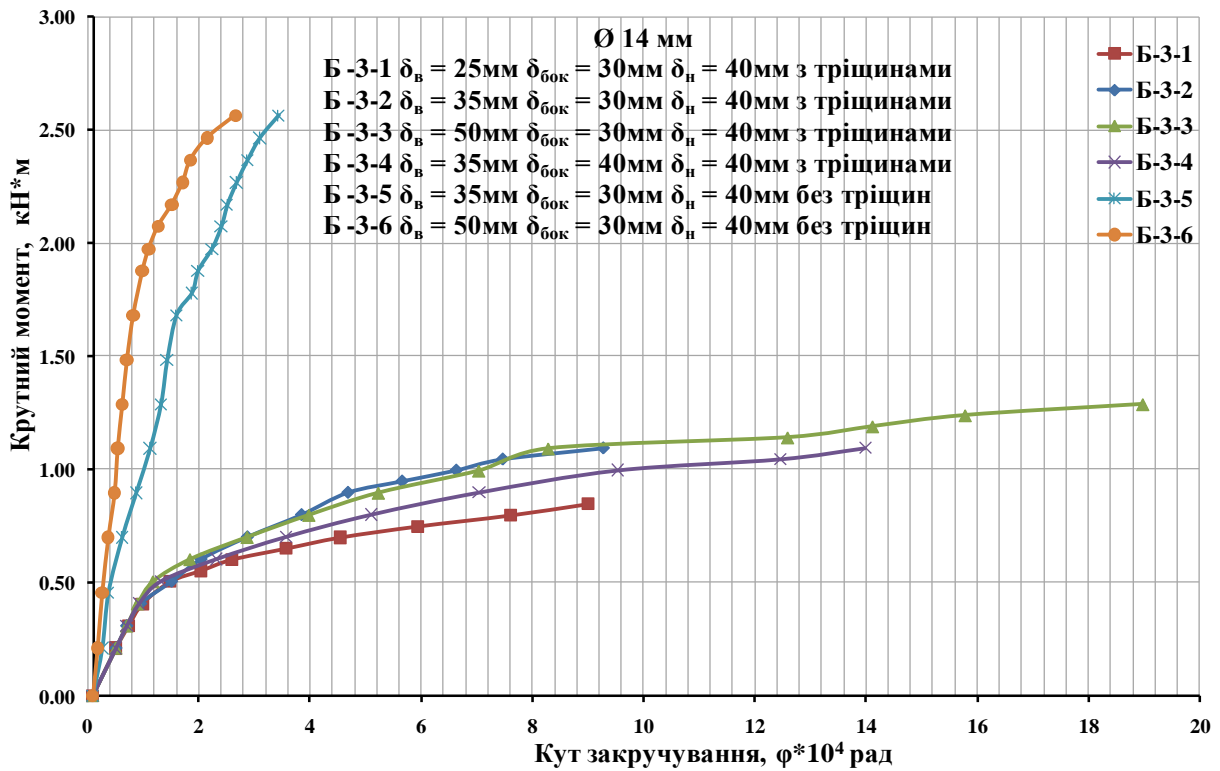


Рис. 3.10. Залежність „крутий момент-кут закручування” при діаметрі поздовжньої арматури Ø 14 мм

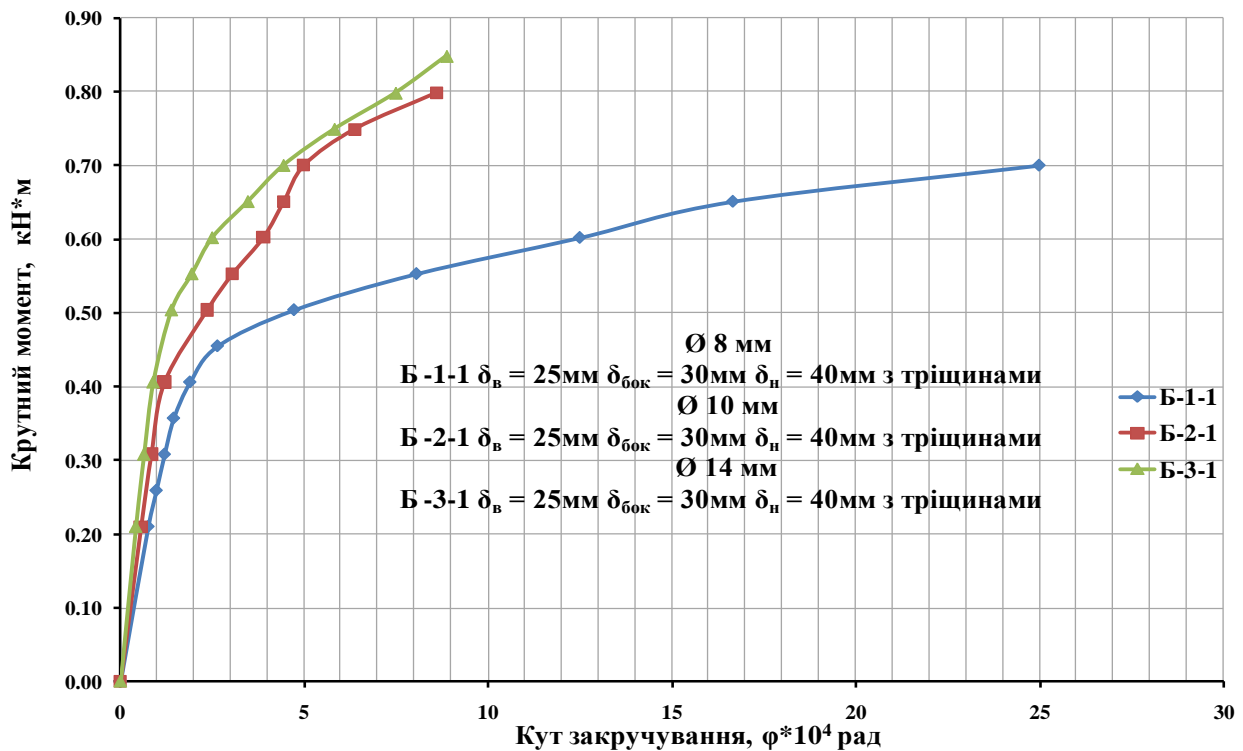
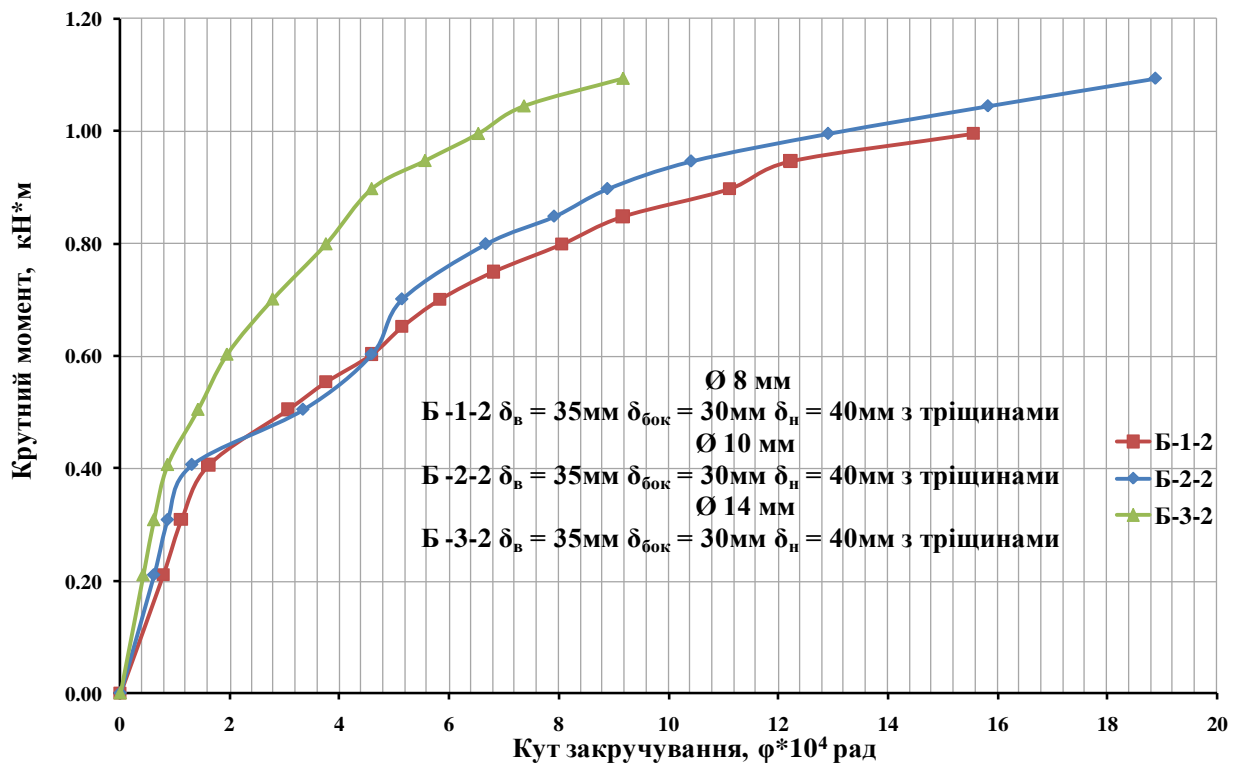


Рис.3.11. Залежність „крутий момент-кут закручування” при висоті зони без тріщин 25 мм

а)



б)

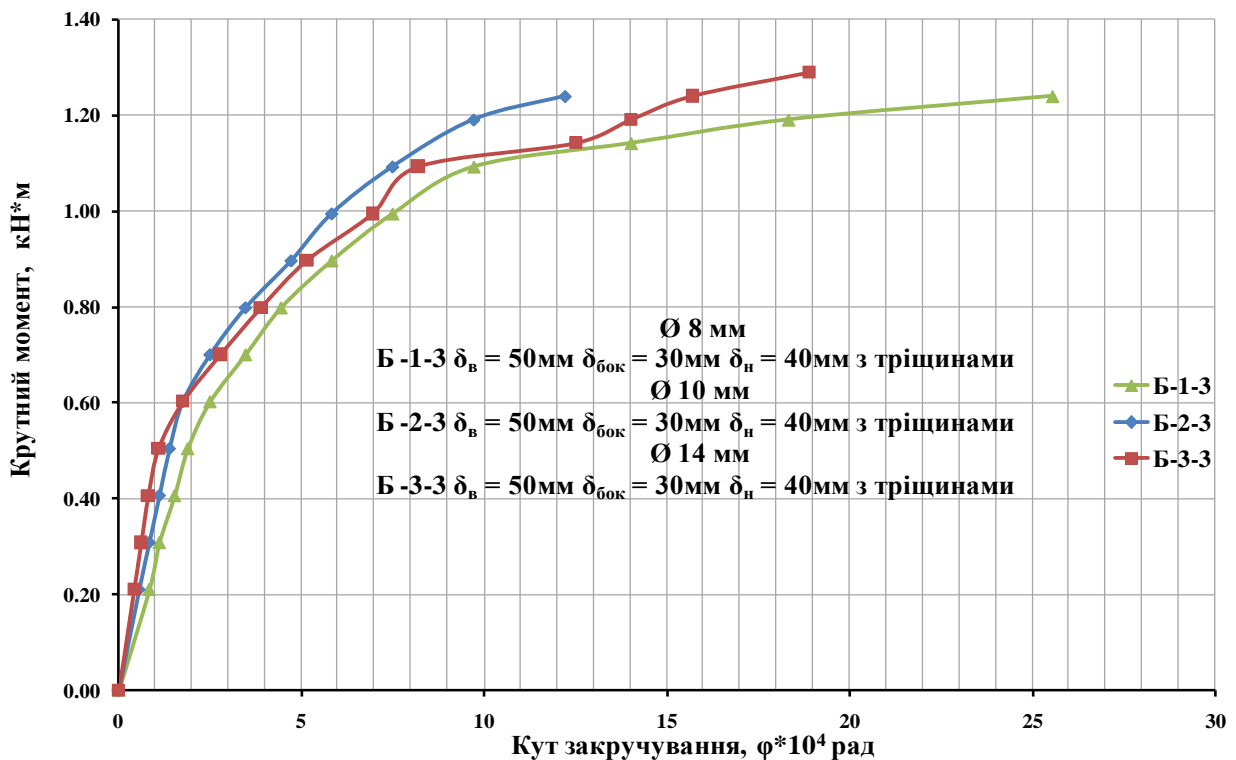


Рис. 3.12. Залежність „крутий момент-кут закручування” при висоті зони без тріщин: а) 35 мм; б) 50 мм.

У таблиці 3.2. через r позначена найкоротша відстань від ніжки індикатора до поздовжньої вісі симетрії експериментального зразка. У всіх випробуваннях відстань r дотримувалась 180 мм.

Результати вимірювань міцнісних характеристик експериментальних зразків з врахуванням [64] наведені у таблиці 3.3.

Результати вимірювань міцнісних характеристик експериментальних зразків

| Марка зразка | Кубикова міцність бетону f_c , $\text{кН} / \text{см}^2$ | Руйнівний крутний момент M_t , $\text{кН} \cdot \text{м}$ |
|--------------|--|---|
| Б-1-1 | 1,98 | 0,70 |
| Б-1-2 | 1,98 | 0,99 |
| Б-1-3 | 1,98 | 1,24 |
| Б-1-4 | 1,98 | 1,09 |
| Б-1-5 | 1,98 | 1,68 |
| Б-1-6 | 1,98 | 1,88 |
| Б-2-1 | 2,23 | 0,80 |
| Б-2-2 | 2,23 | 1,09 |
| Б-2-3 | 2,23 | 1,24 |
| Б-2-4 | 2,23 | 1,09 |
| Б-2-5 | 2,23 | 2,47 |
| Б-2-6 | 2,23 | 2,47 |
| Б-3-1 | 2,11 | 0,85 |
| Б-3-2 | 2,11 | 1,09 |
| Б-3-3 | 2,11 | 1,29 |
| Б-3-4 | 2,11 | 1,09 |
| Б-3-5 | 2,11 | 2,56 |
| Б-3-6 | 2,11 | 2,56 |

Під час розгляду міцності експериментальних зразків за дії зовнішнього крутного моменту можна спостерігати тип руйнування, в результаті сколювання [117]. Зазначений тип руйнування характеризується типовою тріщиною відриву (рис.3.13) і зумовлюється розтягом бетону в похилих площадках зразка в результаті дії крутного моменту.

Руйнування в результаті сколювання спостерігалось практично у всіх експериментальних зразках і визначалось раптовою появою тріщини розколювання у верхній полиці елемента (через яку передавався крутний момент).

Експериментально встановлено, що міцність зразків з штучно створеними нормальними тріщинами при крученні, збільшується із збільшенням міцності бетону, величини поперечного перерізу (площі верхньої полки) та діаметра поздовжньої арматури.



Рис. 3.13. Схема руйнування зразка типовою тріщиною відриву

На рис. 3.14 наведені значення руйнуючих моментів для різних експериментальних зразків. На ньому видно чітку залежність міцності експериментального зразка при крученні, від величини його поперечного перерізу (верхньої полки) та діаметра поздовжньої арматури.

Таким чином, руйнування експериментальних зразків відбувалось внаслідок появи просторової тріщини, яка утворювалась у верхній полиці елемента за дії крутного моменту, що дорівнював граничному.

Випробування показали, що армування експериментальних зразків з нормальними тріщинами тільки поздовжньою арматурою впливає на їх міцність при крученні. При цьому зразки мали крихкий та миттєвий характер їх руйнування.

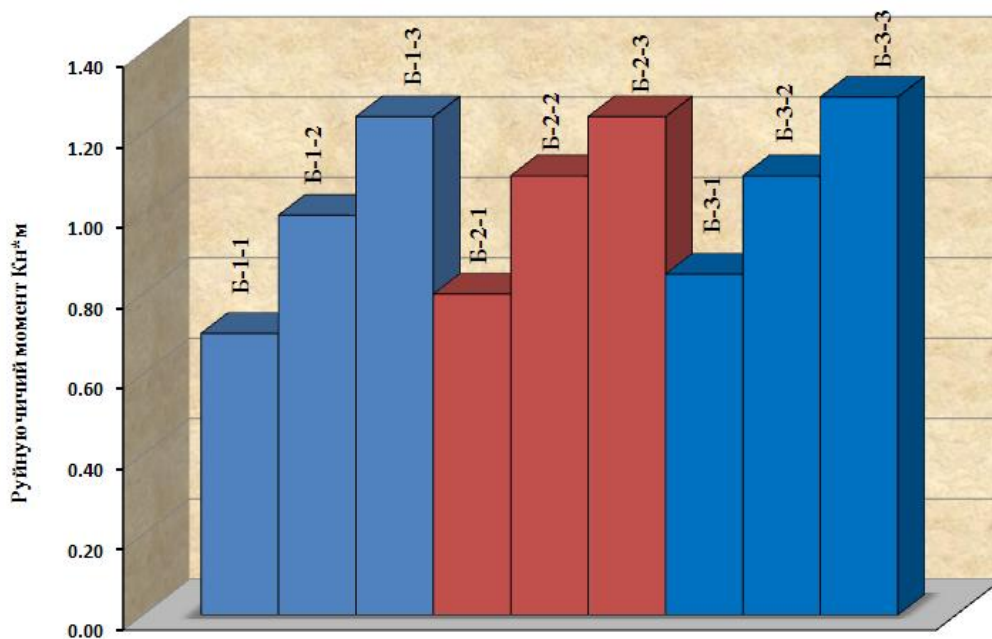


Рис. 3.14. Граничні крутні моменти для експериментальних зразків

У зразках із нормальними тріщинами на деяких етапах завантажень розвиток і розкриття тріщини кручення у верхній зоні відбувалося протягом 0,5-1 хвилини, інколи зразок із утвореними тріщинами витримував декілька етапів завантажень. У зразках без штучних тріщин характер руйнування був миттєвим.

У всіх випадках тріщина від прикладеного моменту кручення виникала в боковій стінці зразка (вершина штучно створеної нормальної тріщини) і розвивалася з утворенням спіральної тріщини (у переважних випадках під кутом 45°) до ребра верхньої полки, а потім стрімко поширювалася переходячи на протилежну бічну грань. Це свідчило про те, що тріщини утворювалися і розповсюджувалися у найбільш послаблених перерізах, так як величина крутного моменту по всій довжині експериментального зразка була однаковою.

Загальний вид спіральної тріщини кручення, що розвивається за дії крутного моменту показаний на рис. 3.15.

У зразках першого – четвертого типу (з нормальними тріщинами), тріщини, як правило, виникали на етапах (50-60%) навантаження від максимального руйнівного моменту зразка. Таким чином, руйнування зразків відбувалося від появи просторової тріщини при досягненні крутного моменту граничного значення.

Слід зазначити, що залізобетонні елементи коробчастого перерізу з нормальними тріщинами, які зазнають деформації кручення, мають графік залежності "крутний момент-кут закручування" криволінійної форми, що підтверджує пружно-пластичний характер деформування зразків. Пластичні деформації виникають на етапах (50-60%) навантаження від максимального руйнівного моменту зразка.

Збільшення діаметра арматури та товщини верхньої полки і бокових стінок поперечного перерізу зразків призводять до зменшення деформацій та збільшення міцності при крученні.

Розглянемо залежність жорсткості на кручення залізобетонного елемента коробчастого перерізу від величини діаметра арматури та товщини верхньої полки (зони без тріщин).

У другому розділі був проведений чисельний аналіз дослідження відношення деформативності елемента з нормальною тріщиною до деформативності елемента без тріщин.

Це відношення виражається за допомогою коефіцієнта k_r , наступною залежністю:

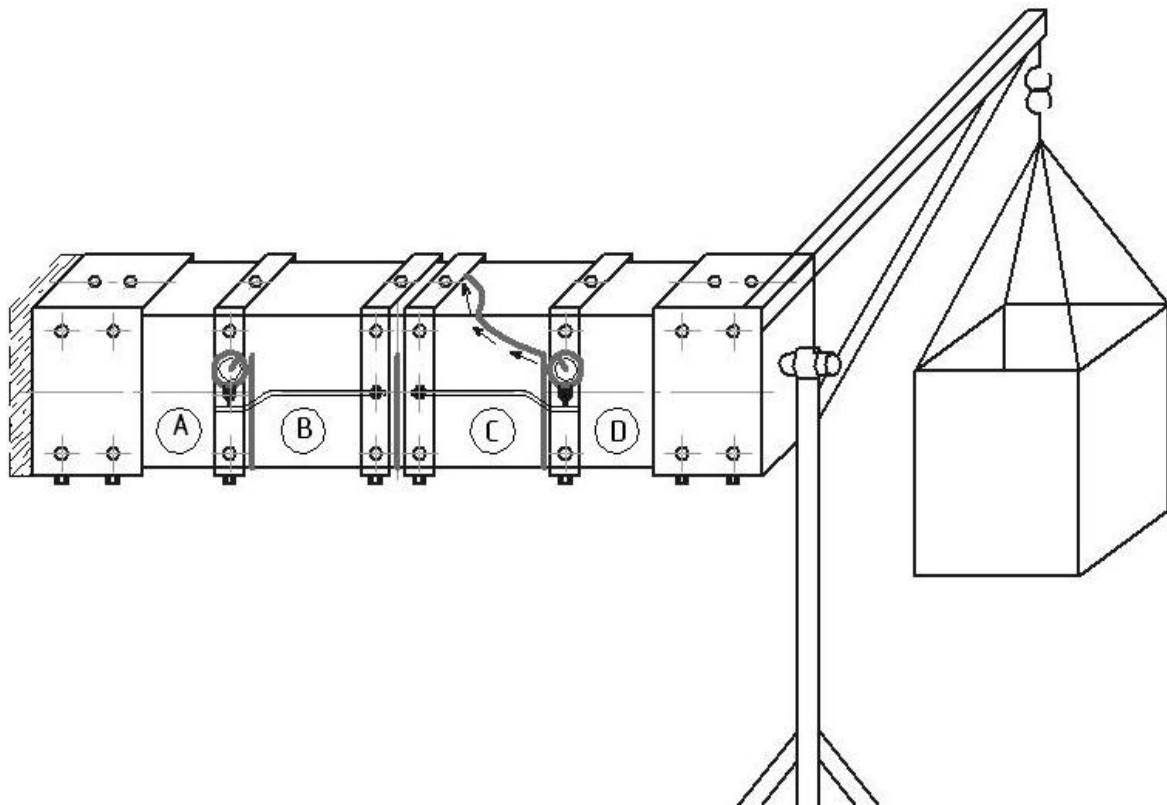
$$k_r = \frac{a_{tot} + a_e}{a_e} \quad (3.1)$$

де

a_e - переміщення від кручення елемента без тріщин;

a_{tot} - повне переміщення у тріщині.

a)



б)

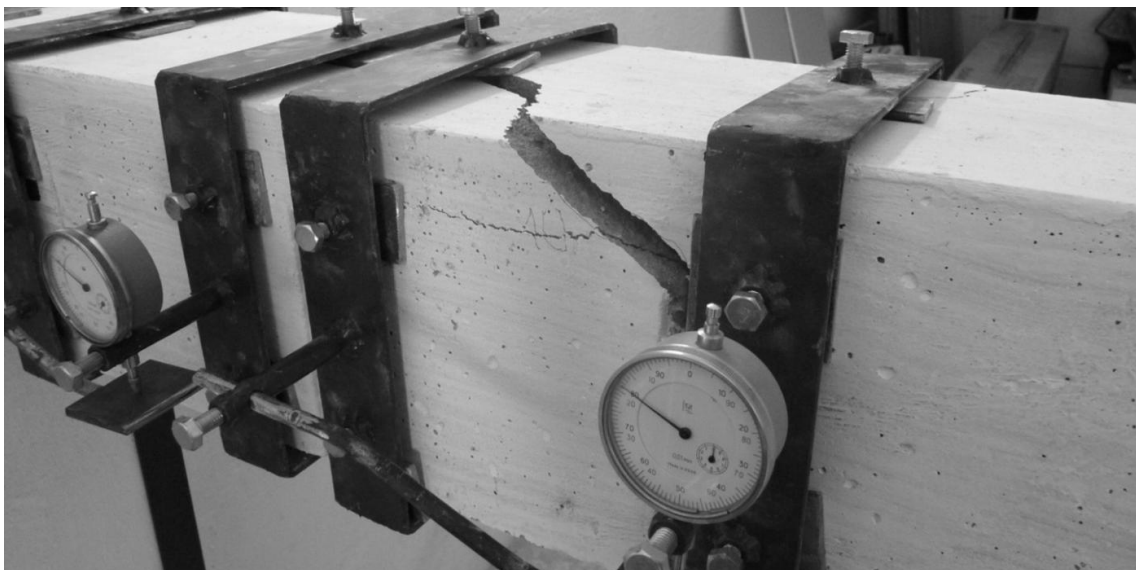


Рис. 3.15. Схема руйнування зразка з утворенням спіральної тріщини:
а) розповсюдження спіральної тріщини; б) загальний вид руйнування зразка Б-2-3.

Методика визначення a_{tot} та a_e розглянута у розділі 2.

Величина k_r в свою чергу являє собою відношення жорсткості на кручення елемента без тріщин до жорсткості на кручення елемента з

тріщинами, тобто у скільки разів жорсткість елемента з нормальними тріщинами менша за її початкову жорсткість $k_r = GJ / GJ_{cr}$.

В таблиці 3.4 наведені результати розрахунку залежності жорсткості залізобетонних елементів без тріщин до аналогічних з тріщинами з різним діаметром арматури та висотою верхньої полки. Висота зони без тріщин X (див. рис. 4.10) змінюється від 25 до 50 мм, ширина полки стала 200 мм.

Елемент армований одиничною арматурою. Характеристики зразка: $f_{cd} = 1,62 \text{кН} / \text{см}^2$, $f_{yd} = 53,4 \text{кН} / \text{см}^2$. При цьому діаметр арматури d_s змінюється відповідно від 8 до 20 мм, що відповідає наближеному мінімальному та максимальному відсотку армування порохованому по методиці [49].

Таблиця 3.4

k_r для залізобетонних елементів з різною висотою зони без тріщин та різним діаметром арматури

| № варіанта | Висота зони без тріщин (мм) | Діаметр арматури (мм) | Відношення початкової жорсткості елемента (без тріщин) до жорсткості елемента з тріщиною |
|------------|-----------------------------|-----------------------|--|
| 1 | 25 | 8 | 5 |
| 2 | | 10 | 3.8 |
| 3 | | 12 | 3.2 |
| 4 | | 14 | 2.8 |
| 5 | 35 | 8 | 5.1 |
| 6 | | 10 | 4 |
| 7 | | 12 | 3.3 |
| 8 | | 14 | 3 |
| 9 | | 16 | 2.6 |
| 10 | | 18 | 2.4 |
| 11 | 50 | 8 | 5 |
| 12 | | 10 | 4 |
| 13 | | 12 | 3.3 |
| 14 | | 14 | 2.9 |
| 15 | | 16 | 2.6 |
| 16 | | 18 | 2.4 |
| 17 | | 20 | 2.3 |

За результатами таблиці спостерігається чітка залежність величини $k_r = \frac{GJ}{GJ_{cr}}$ тобто відношення початкової жорсткості елемента без тріщин до жорсткості елемента з нормальною тріщиною. При збільшенні висоти зони без тріщин, а також при збільшенні товщини діаметра арматури зазначена величина k_r зменшується, тобто жорсткість елемента з нормальною тріщиною наближається до жорсткості елемента без тріщин.

На рис. 3.16 приведена діаграма залежності величини k_r від висоти зони без тріщин $X = 25; 35; 50$ мм та діаметра арматури $d_s = 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20$ мм.

Залежність коефіцієнта k_r від величини зони без тріщин X та діаметра арматури d_s

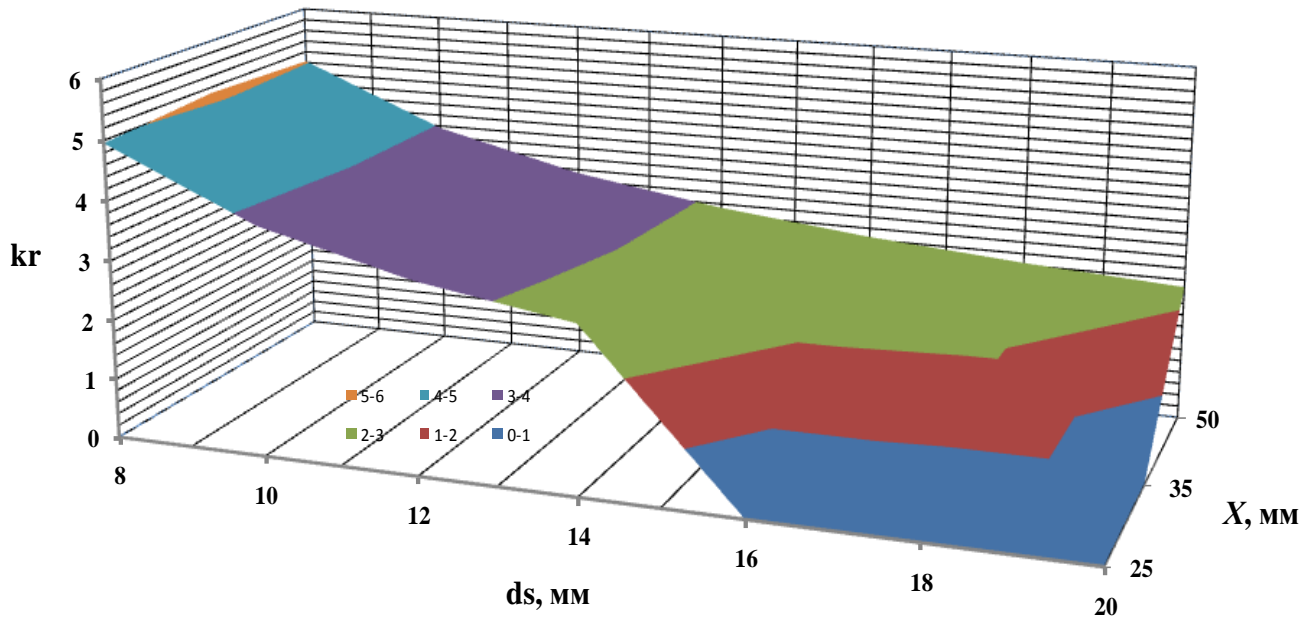


Рис. 3.16. Діаграма залежності коефіцієнта k_r від висоти зони без тріщин X та діаметра арматури d_s

Дані таблиці 3.4, а також рис. 3.16 доводять вище зазначену залежність, яка підтверджена також експериментально.

РОЗДІЛ 4

ПРОПОЗИЦІЇ ДО РОЗРАХУНКУ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОРОБЧАСТОГО ПЕРЕРІЗУ З НОРМАЛЬНИМИ ТРІЩИНАМИ

4.1. Визначення жорсткості залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами при крученні з врахуванням нелінійних деформацій

Розрахунок конструкцій здійснюють з метою забезпечення надійної умови їх експлуатації під навантаженням на всіх етапах роботи, враховуючи перерозподіл зусиль, коли виникають не лише пружні а й пластичні деформації.

Розрахунок залізобетонних конструкцій проводять у два етапи.

Перший етап – це статичний розрахунок, який включає складання алгоритму розрахунків, що реально відповідають дійсній роботі конструкцій, і визначенні внутрішніх зусиль (згинальних та крутних моментів, поперечних сил, поздовжніх сил тощо) в характерних їхніх перерізах.

Залізобетонні конструкції розраховують не тільки для пружного етапу роботи, тобто за загальними правилами будівельної механіки, але і за методом граничної рівноваги з урахуванням перерозподілу зусиль внаслідок пластичних деформацій. Цей метод в даний час використовують у більшості випадків.

Другий етап – конструктивний розрахунок, що полягає у визначенні раціональної форми і розмірів перерізів, класу бетону, арматурної сталі, її кількості та порядку розташування.

Розглянемо більш детально перший етап розрахунку.

У другому розділі показана методика визначення жорсткості на кручення залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами без урахування нелінійності.

Робота залізобетонних елементів зазначеного перерізу з урахуванням пластичних деформацій не розглядалася. Тому є необхідність розглянути методика визначення жорсткості на кручення залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами під час перерозподілу зусиль та виникнення пластичних деформацій.

Розглянемо залізобетонний елемент коробчастого перерізу з нормальною тріщиною, до якого прикладений зовнішній крутний момент Mt (рис. 4.1).

Для визначення його жорсткості на кручення, як зазначалось у [17] спочатку необхідно знайти нагельну силу Q у поздовжній арматурі, яка буде визначатися із умови однакових горизонтальних переміщень точок C і C' відповідних блоків A і B у місці умовного розтину арматури (рис. 4.1).

Нагельну силу Q , яка виникає у поздовжній арматурі визначимо використовуючи метод скінченних елементів (МСЕ) та програмний комплекс «Ліра» з врахуванням нелінійних властивостей бетону за методикою розглянутою у [6].

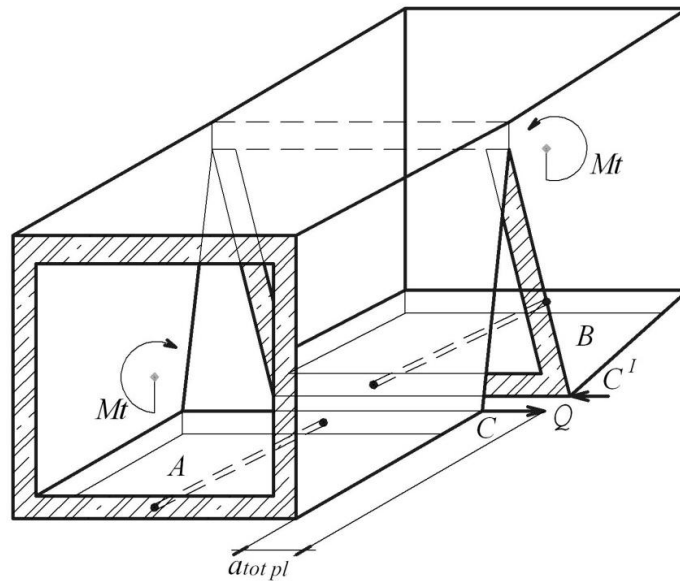


Рис. 4.1. Схема визначення нагельної сили в арматурі при взаємному повороті двох блоків, відділених нормальною тріщиною

Для визначення нагельної сили застосуємо метод сил.

Розглянемо (рис. 4.2), на якому показано:

Δ_{Cpl} - переміщення блока *A* відносно блока *B* з врахуванням нелінійних деформацій;

Δ_{smpl} - переміщення від зминання бетону нагельною силою *Q* з врахуванням нелінійних деформацій;

$2a_{crc}$ - ширина тріщини;

l - довжина зони деформування арматурного стрижня.

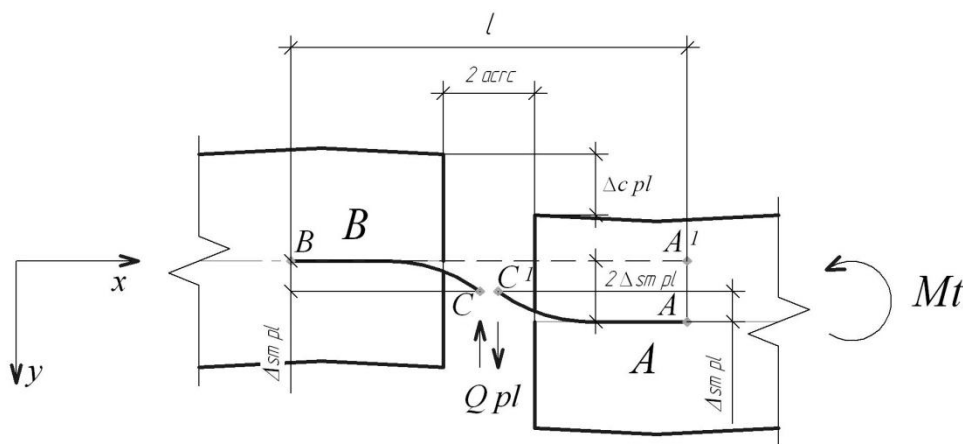


Рис. 4.2. Схема нелінійного деформування арматури від взаємного повороту блоків, що зазнали крутного моменту

Нелінійне переміщення точки *C* відносно точки *C'* у місці умовного розтину арматури повинно бути рівним нулю:

$$\Delta_{Cpl} = \Delta_{Mpl} - \Delta_{Qpl} - \Delta_{smpl} = 0 \quad (4.1)$$

де

$\Delta_{M_{tpl}}$ - переміщення точки C^I відносно точки C від кручення зовнішнім моментом M_t з врахуванням нелінійних деформацій;

$\Delta_{Q_{pl}}$ - переміщення C^I відносно C від кручення нагельною силою Q з врахуванням нелінійних деформацій;

Δ_{smpI} - переміщення C^I відносно C від зминання бетону нагельною силою Q з врахуванням нелінійних деформацій.

У зв'язку з тим, що бетон зминається одночасно у двох блоках A і B , які розмежує тріщина $2a_{crc}$ величина Δ_{smpI} помножена на 2 (рис. 4.2).

Складові $\Delta_{M_{tpl}}$ і $\Delta_{Q_{pl}}$ у виразі (4.1) визначаються з розрахунків в програмному комплексі «Ліра» двох схем коробчастих елементів із імітацією нормальних тріщин у вигляді розрізу. При цьому слід застосовувати об'ємні кінцеві елементи. Одна схема для визначення переміщень $\Delta_{M_{tpl}}$ за дії прикладеного по торцях елемента крутного моменту M_t , друга для визначення переміщень $\Delta_{Q_{pl}}$ за дії нагельної сили Q , яка прикладена в місті розташування поздовжньої арматури. Розрахунок можна виконати з урахуванням нелінійних деформацій бетону з використанням метода Г.А. Генієва.

Складова Δ_{smpI} від зминання нагельною силою Q визначається з використанням емпіричних даних [143]. При цьому пластичні властивості враховуються автоматично [17,184], тому що ці переміщення визначаються за експериментальними даними, які отримані для розрахунку закладних деталей залізобетонних конструкцій.

Алгоритм розрахунку виглядає так:

1. Визначаємо нагельну силу Q з пружного (без врахування нелінійних властивостей бетону) розрахунку за методикою [17];

2. Проводимо розрахунок в програмному комплексі «Ліра» елемента з тріщиною, до якого прикладені зовнішній момент M_t та знайдена за п.1 нагельна сила Q . За результатами розрахунку отримаємо переміщення в місті розташування тріщини $\Delta = \Delta_{M_{tpl}} - \Delta_{Q_{pl}}$ (перші дві складові правої частини виразу (4.1));

3. За методикою [143] визначаємо переміщення Δ_{smpI} від дії нагельної сили Q ;

4. Якщо $\Delta_{cpl} < 0$, то нагельну силу Q зменшуємо на певну величину (яка задається на початку розрахунку, наприклад, 10% від Q);

5. Якщо $\Delta_{cpl} > 0$, то нагельну силу навпаки Q збільшуємо на певну величину;

6. Повторюємо розрахунок з п. 2. Розрахунок повторюється до тих пір, поки умова рівняння (4.1) не буде задовільнена з заданою наперед точністю;

7. За методикою [143] визначаємо переміщення Δ_{smpI} від дії знайденою ітераціями за п. 2-6 нагельної сили Q .

Визначивши невідому нагельну силу Q слід знайти повне переміщення у тріщині a_{totpl} :

$$a_{totpl} = 2 \cdot \Delta_{smp} \cdot Q \quad (4.2)$$

Визначивши a_{totpl} , визначаємо коефіцієнт k_{rpl} , який являє собою відношення деформативності елемента з нормальною тріщиною до деформативності елемента без тріщин:

$$k_{rpl} = \frac{a_{totpl} + a_e}{a_e} \quad (4.3)$$

де

a_e - переміщення від кручення елемента без тріщин, яке визначається за формулою:

$$a_e = r \cdot \varphi_e \quad (4.4)$$

де

r - радіус повороту, тобто найкоротша відстань від центральної осі елемента до точки визначення переміщення блоку;

φ_e - кут повороту елемента без тріщин довжиною l_{crc} (відстань між тріщинами елемента), який можна визначити за формулою:

$$\varphi_e = \frac{\Delta_{pl}}{r} \quad (4.5)$$

де

Δ_{pl} - переміщення елемента без тріщин на довжині l_{crc} , отримане за допомогою програмного комплексу "Ліра" з врахуванням нелінійних властивостей бетону.

По відомій формулі опору матеріалів для визначення кута повороту:

$$\varphi_e = \frac{M_t \cdot l_{crc}}{GJ_t} \quad (4.6)$$

де GJ_t - крутильна жорсткість елемента без тріщин, знайдемо еквівалентний момент інерції при крученні J_t :

$$J_t = \frac{M_t \cdot l_{crc}}{G\varphi_e} \quad (4.7)$$

Визначивши J_t по (4.7) і підставивши у (4.6), а потім у (4.4) отримаємо:

$$a_e = \frac{M_t \cdot l}{GJ_t} \cdot r \quad (4.8)$$

Після отриманих a_{totpl} і a_e знаходимо повне теоретичне переміщення:

$$\Delta_{teoretpl} = a_{totpl} + a_e \quad (4.9)$$

Розглянутий вище коефіцієнт k_{rpl} є показником відношення деформативності елемента з тріщиною до деформативності елемента без тріщин, тобто у скільки разів жорсткість елемента з нормальною тріщиною з урахуванням нелінійних деформацій менша за її початкову жорсткість.

Приклад розрахунку нагельної сили Q та величини k_r для конкретного типу експериментального зразку з урахуванням нелінійних властивостей бетону наведена у додатку А.2.

Розрахунок необхідно виконувати за допомогою програмного комплексу «Ліра» з урахуванням нелінійності та використовуючи метод Г.А. Генієва (рис. 4.3), так як він дозволяє самостійно вводити жорсткісні характеристики бетону, які були отримані експериментальним шляхом на відміну від двадцять першого закону деформування в якому передбачено введення тільки конкретних марок та типів бетону. Для пластичних деформацій (на відміну від пружних) розрахунки необхідно виконати не менш, як для чотирьох значень зовнішнього моменту M , у зв'язку з нелінійністю деформацій та зручності побудови графіків залежності: "кут закручування–крутний момент".

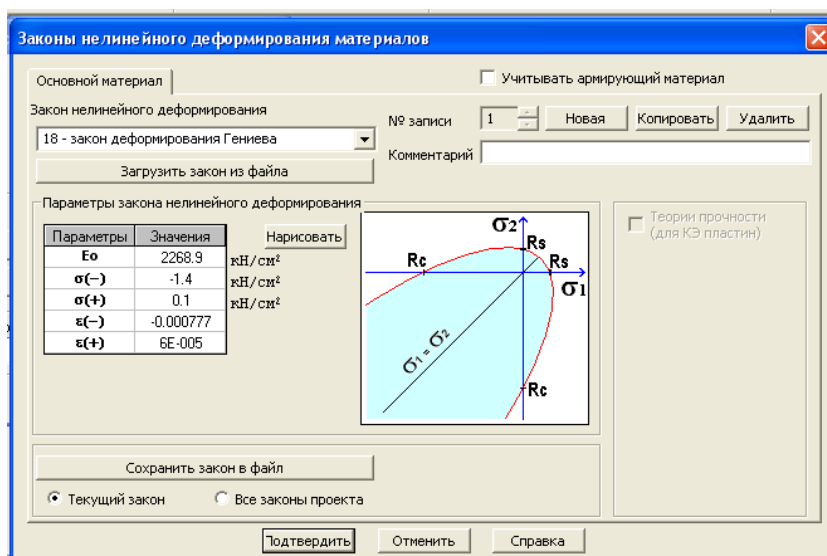


Рис. 4.3. Визначення жорсткісних нелінійних характеристик за допомогою програмного комплексу "Ліра"

Описаний метод визначення жорсткості елементів з урахуванням пластичних деформацій є узагальненим для будь-якої форми поперечного перерізу (прямокутна, таврова, коробчаста та ін.), що є зручним для практичного використання при розрахунках, так як вихідними даними є величини Δ_{Mpl} , Δ_{Qpl} , що визначаються по МСЕ з використанням програмного комплексу "Ліра".

Визначивши величини Δ_{Mpl} і Δ_{Qpl} для конкретного випадку і конкретної висоти стиснутої зони, дасть можливість розраховувати жорсткість елемента з різним діаметром арматури.

Для наглядності на рис. 4.4 показані графіки залежності між параметрами деформування: кут закручування блоків один відносно іншого та величини зовнішнього крутного моменту розрахованих теоретично та отриманих експериментально з врахуванням пластичних деформацій бетону.

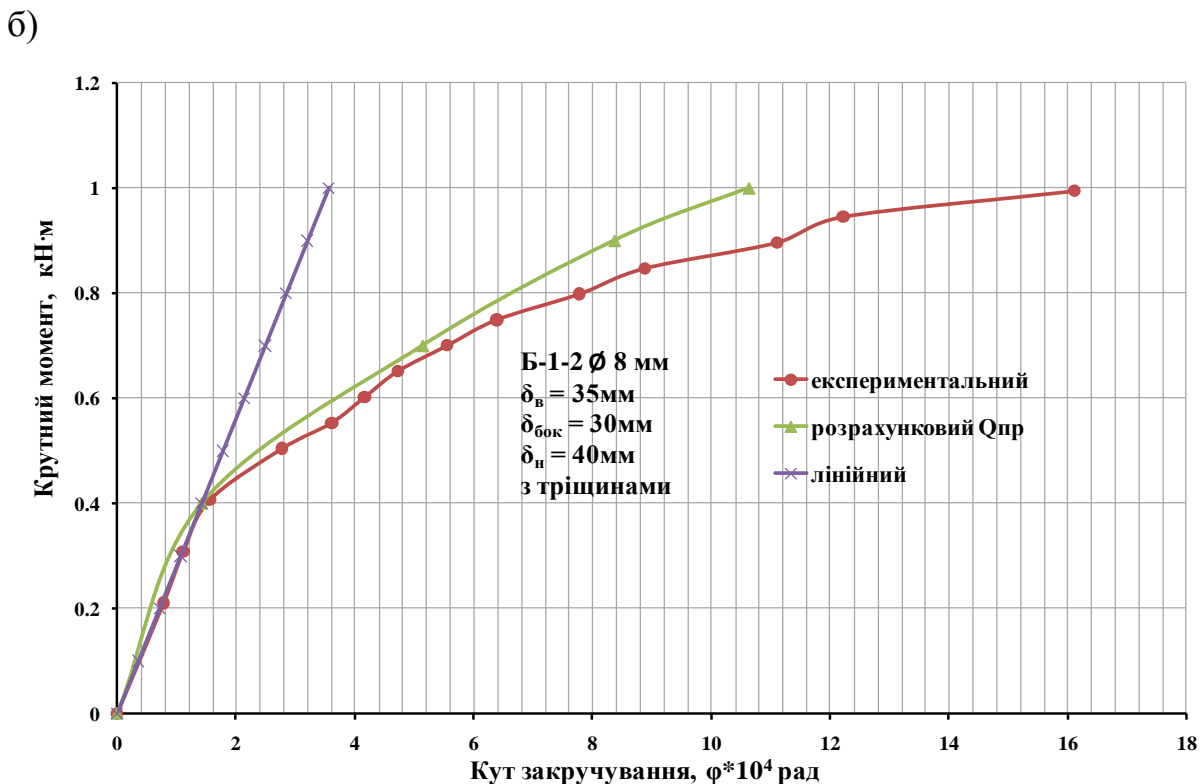
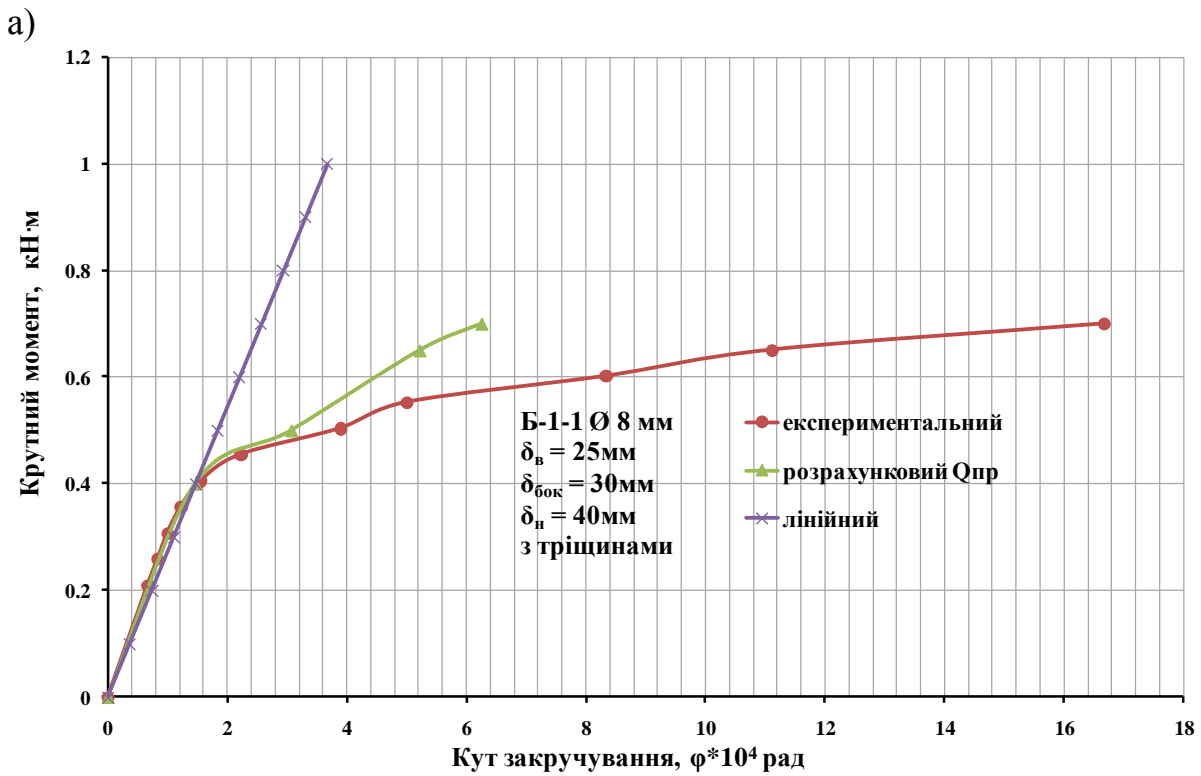


Рис. 4.4. Залежність „крутий момент-кут закручування” для зразків:

а) Б-1-1; б) Б-1-2.

Запропонована методика дає можливість враховувати нелінійні властивості бетону при визначенні напружено-деформованого стану елементів з нормальними тріщинами, дозволяє визначати жорсткість при крученні

залізобетонних елементів з нормальними тріщинами будь-якої форми поперечного перерізу.

4.2. Розрахунок міцності залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами за дії крутного моменту

Експериментально встановлено, що міцність залізобетонного елемента коробчастого перерізу з нормальною тріщиною значно менша за міцність аналогічного без тріщин (див. розділ 3). В зв'язку з відсутністю методів розрахунку елементів зазначеного перерізу з нормальними тріщинами на міцність за дії крутного моменту, автором пропонується методика розрахунку таких елементів.

Розглянемо схему зусиль, діючих в поперечному перерізі коробчастого елемента з нормальною тріщиною (рис. 4.5).

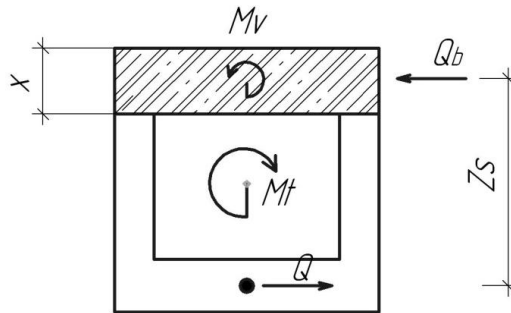


Рис. 4.5. Зусилля в нормальному перерізі з тріщиною

Зовнішній крутний момент M_t частково сприймається зоною без тріщин (крутний момент M_v), та моментом M_Q , пари сил Q і Q_b , що виникають від дії нагельної сили в арматурі. Із умови рівноваги відносно горизонтальної вісі:

$$Q_b = Q \quad (4.10)$$

Момент цієї пари сил (рис. 4.10):

$$M_Q = Q \cdot z_s \quad (4.11)$$

Умова рівноваги (кручення відносно поздовжньої вісі елемента) буде мати вигляд:

$$M_v = M_t - M_Q \quad (4.12)$$

Таким чином, момент M_v - частина зовнішнього крутного моменту, що сприймається зоною без тріщин.

Величина M_Q знаходиться після визначення невідомої нагельної сили Q по методиці розглянутій в розділі 2.

Нагельну силу Q пропонується знайти двома способами:

- перший спосіб – чисельний, за допомогою МСЕ використовуючи програмний комплекс «Ліра» (підрозділ 2.2);
- другий спосіб – чисельно-аналітичний, використовуючи чисельно-аналітичну методику визначення напружено-деформованого стану запропоновану автором у підрозділі 2.1 та програмний комплекс «Mathcad».

Розглянемо методику першого способу.

Схема руйнування може відбуватись в двох варіантах:

1 варіант – руйнування від зрізу зони без тріщин в результаті дії сили Q_b (рис. 4.5);

2 варіант – руйнування зони без тріщин в результаті дії крутного моменту, який нею сприймається.

Перша умова запишеться у вигляді:

$$Q_b = \frac{M_t}{Z_s} \leq f_{sh} \quad (4.13)$$

де

f_{sh} - розрахунковий опір бетону зрізу;

M_t - зовнішній крутний момент;

Z_s - відстань від центра ваги арматури до центра ваги зони без тріщин.

Розрахунок по формулі (4.13) дає результат з запасом міцності, так як в дійсності пара сил $Q_b = Q$ сприймає не весь зовнішній момент M_t , а тільки його частину (див. формулу (4.12)).

Друга умова міцності запишеться у вигляді:

$$M_V \leq [M_V] \quad (4.14)$$

де

$[M_V]$ - граничний крутний момент, що сприймається зоною без тріщин з розміром $b \times h = b \times x$, ширина бетонного перерізу рівна ширині перерізу елемента, а його висота – зоні без тріщин X .

Величину $[M_V]$ пропонується визначати із умови обмеження максимальних розтягуючих напружень, визначених по відомим формулам опору матеріалів для прямокутного перерізу, наприклад:

$$\sigma_{mi} = \frac{M_V}{\alpha \cdot a^2 \cdot b} \leq f_{ctd} \quad (4.15)$$

де

f_{ctd} - міцність бетону на розтяг;

a і b - відповідно менша та більша сторона прямокутного перерізу;

α - коефіцієнт, який залежить від співвідношення сторін a/b (або b/a) і визначається по таблицям, наведеним у довідниках з опору матеріалів та теорії пружності. Для більш точного визначення цього коефіцієнту зручніше скористатися формулою наведеною у [151]:

$$\alpha = K_1 / K \quad (4.16)$$

де

$$K_1 = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{192}{\pi^5} \cdot \frac{a}{b} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^5} \operatorname{th} \frac{\pi \cdot n \cdot b}{2 \cdot a} \right) \quad (4.17)$$

$$K = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^2 \cdot \operatorname{ch} \frac{\pi \cdot n \cdot b}{2 \cdot a}} \quad (4.18)$$

У виразах (4.17) та (4.18) через a і b позначені половини відповідно короткої та довгої сторін прямокутного перерізу. При цьому ряди у виразах (4.17), (4.18) сходяться дуже швидко. Достатньо 3-4 члени ряду для отримання необхідної точності.

Момент M_v , що стоїть у лівій частині виразу (4.14) з деяким запасом міцності рекомендовано визначати по (4.12) з максимальним значенням M_v , тобто мінімальним значенням M_Q , яке отримується під час розрахунку Q для пружної стадії роботи елемента (див. підрозділ 2.2).

Розглянемо методику другого способу, де застосуємо чисельно-аналітичну методику визначення напружено-деформованого стану (див. підрозділ 2.1).

Доцільно розглянути розрахунок для другого варіанту руйнування без врахування запасу міцності запропонованої у (4.14).

Основним завданням для розрахунку M_v - (частина зовнішнього крутного моменту, що сприймається зоною без тріщин) буде визначення M_Q - (момент, що створюється нагельною силою Q), а саме знаходження самої нагельної сили Q , яка виникає у залізобетонному елементі за дії зовнішнього крутного моменту M_t (див. формулу (4.12)).

Розв'язок поставленої задачі пропонується зробити через знаходження величини Δ_{Mt} - переміщення блока A відносно блока B (див. рис. 4.2) від дії зовнішнього крутного моменту Mt , Δ_{Mt} в свою чергу знаходиться через величину φ_{tot} - повного кута повороту між зазначеними блоками за наступною залежністю:

$$\varphi_{tot} = \varphi_{Mt} - \varphi_S - \varphi_m \quad (4.19)$$

де

φ_{tot} - повний кут повороту між блоком A та блоком B (див. рис. 4.1);

φ_{Mt} - повний кут повороту від дії зовнішнього моменту Mt ;

φ_S - повний кут повороту від дії вертикальних погонних зусиль $S_i(y)$;

φ_m - повний кут повороту від дії погонних поперечних згинальних моментів $m_i(y)$.

Складові φ_{Mt} , φ_S , φ_m , які підлягають визначенню для знаходження повного кута повороту між блоками A і B пропонується розраховувати за наступними формулами:

1. Повний кут повороту від дії зовнішнього моменту Mt :

$$\varphi_{Mt} = \frac{M_t \cdot l_k}{GJ} \quad (4.20)$$

де

M_t - величина зовнішнього крутного моменту прикладеного до верхньої полочки елемента;

l_k - половина загальної довжини зони без тріщин (рис. 4.6);

GJ - жорсткість зони без тріщин коробчастого елемента при крученні.

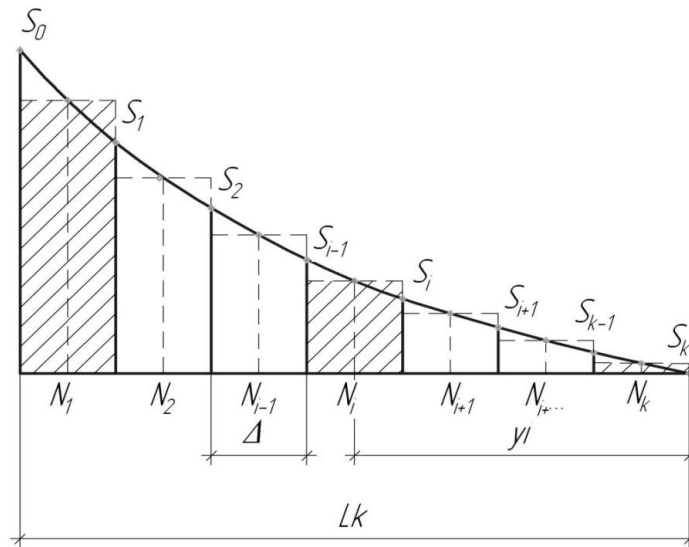


Рис 4.6. Епюра погонних зусиль $S_0 \dots S_k$

2. Повний кут повороту від дії вертикальних погонних зусиль $S_i(y)$:

$$\varphi_S = (2 \cdot N_1 \cdot b \cdot y_1 + 2 \cdot N_2 \cdot b \cdot y_2 + \dots + 2 \cdot N_k \cdot b \cdot y_k) \cdot \frac{1}{GJ} \quad (4.21)$$

де

b - половина ширини зони без тріщин (рис. 4.7);

N_i - середнє значення погонних зусиль S_i, S_{i-1} які діють на ділянці Δ (рис. 4.6);

y_i - найкоротша відстань від дії N_i до умовного перерізу зони без тріщин (рис 4.7).

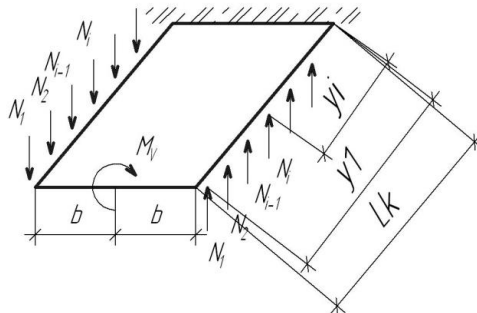


Рис 4.7. Погонні зусилля N_i , які виникають від моменту M_v

Величина $N_i \cdot b \cdot y_i$ множиться на 2, так як середні значення погонних вертикальних зусиль N_i на ділянці Δ діють на обох сторонах зони без тріщин (рис. 4.7).

В свою чергу величина N_i зв'язана з S_i наступною залежністю (див. рис 4.6):

$$N_i = \Delta \cdot \frac{S_i + S_{i-1}}{2} \quad (4.22)$$

Довжина y_i зв'язана з l_k - наступною залежністю:

$$y_i = l_k - \left(\Delta \cdot (i-1) + \frac{\Delta}{2} \right) \quad (4.23)$$

де

i - порядковий номер проміжку на які розбивається довжина;

Δ - довжина ділянки на які розбивають i проміжки загальну довжину l_k , визначається з наступної залежності:

$$\Delta = \frac{l_k}{k} \quad (4.24)$$

де

k - загальна кількість проміжків на які розбивається довжина l_k .

Враховуючи вище зазначене наведена формула (4.21) матиме вигляд:

$$\varphi_s = \sum_{i=1}^k \frac{2 \cdot N_i \cdot b \cdot y_i}{GJ} \quad (4.25)$$

3. Повний кут повороту від дії погонних поперечних згинальних моментів $m_i(y)$:

Застосувавши підхід аналогічний, як для знаходження φ_s - повного кута повороту від дії вертикальних погонних зусиль S_i , отримаємо формулу для φ_m - повного кута повороту від дії погонних поперечних згинальних моментів m_i (рис. 4.8):

$$\varphi_m = \sum_{i=1}^k \frac{2 \cdot m_i \cdot \Delta \cdot y_i}{GJ} \quad (4.26)$$

де

Δ - довжина ділянки на які розбивають i проміжки загальну довжину l_k ;

m_i - погонні поперечні згинальні моменти, що діють на ділянці Δ (рис. 4.8);

y_i - найкоротша відстань від дії погонного згинального моменту m_i до умовного перерізу зони без тріщин (рис 4.8).

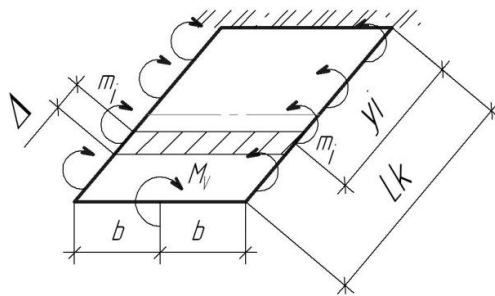


Рис 4.8. Погонні поперечні згинальні моменти, m_i від дії моменту M_v

Величина $m_i \cdot \Delta \cdot y_i$ множиться на 2, так як погонні поперечні згинальні моменти на ділянці Δ діють на обох сторонах зони без тріщин (рис. 4.8).

Знайшовши всі три складові формули (4.19), отримаємо величину φ_{tot} - повного кута повороту між блоком А та блоком В (див. рис. 4.1);

Далі для визначення нагельної сили Q застосуємо загальноприйнятий підхід автором розглянутий у розділі 2.

Зазначена вище величина Δ_{Mt} зв'язана із φ_{tot} наступною геометричною залежністю:

$$\Delta_{Mt} = 2 \cdot \varphi_{tot} \cdot Z_s \quad (4.27)$$

де

Z_s - відстань від центра ваги арматури до центра ваги зони без тріщин;

φ_{tot} - повний кут повороту між блоками A і B .

Величина $\varphi_{tot} \cdot Z_s$ множитья на 2, так як одночасно повертаються (переміщуються) обидва блоки.

Переміщення від дії одиничної нагельної сили Δ_{Qed} знайдемо за наступною залежністю:

$$\Delta_{Qed} = \Delta_{Mt} \cdot \frac{Z_s}{M_t} \cdot Q_{ed} \quad (4.28)$$

де

Δ_{Mt} - переміщення точки C відносно точки C^d (див. рис. 4.2);

Z_s - відстань від центра ваги арматури до центра ваги зони без тріщин;

M_t - величина зовнішнього крутного моменту.

Величину Δ_{smed} від зминання нагельною силою Q визначимо аналогічно, як у підрозділі 2.2:

$$\Delta_{smed} = \varphi_{cc} \left(1000 \frac{\bar{Q}^2}{d_s^3 E_{cm}^2} + \frac{\bar{Q}}{d_s E_{cm}} \right) \quad (4.29)$$

Враховуючи, що $Q = 1$ формула (4.29) матиме вигляд:

$$\Delta_{smed} = \varphi_{cc} \left(1000 \frac{1}{d_s^3 E_{cm}^2} + \frac{1}{d_s E_{cm}} \right) \quad (4.30)$$

де

$\varphi_{cc} = 1$ під час короткочасної дії навантаження;

d_s - діаметр арматурного стрижня;

E_{cm} - модуль пружності бетону.

Нагельну силу Q визначимо за формулою (2.36):

$$Q = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta_{Mt}}{\Delta_{Q,ed} + 2 \cdot \Delta_{smed}} \right) \quad (4.31)$$

З однією різницею, значення величин (Δ_{Mt} , $\Delta_{Q,ed}$, $2 \cdot \Delta_{smed}$) ділимо на 2, так як шукана величина Q , що підлягає визначенню прикладена до кожного окремого блоку A і B , (на відміну, як у підрозділі 2.1) де $\Delta_{Q,ed}$ визначалось, за допомогою програмного комплексу «Ліра» (до кожного окремого блоку A і B прикладалась сила $Q = 1$ кН і знаходилось відповідне переміщення $\Delta_{Q,ed}$.

Зазначені вище розрахунки відповідно до формул (4.19-4.31) виконаємо застосувавши програмний комплекс «Mathcad» додаток А.2.

Визначивши нагельну силу Q , за формулою (4.11) знаходимо M_Q , а за (4.12) шукану величину M_V .

Задавши значення M_V в програмному комплексі «Mathcad» при тих самих геометричних і фізичних характеристиках елемента знаходимо максимальне зусилля S_{\max} від сил S_i які виникають від моменту M_V в зоні без тріщин.

Знайшовши S_{\max} і знаючи висоту зони без тріщин визначимо максимальне напруження що виникає в ній за наступною залежністю:

$$\sigma_{\max} = \frac{S_{\max}}{\delta} \quad (4.32)$$

де

S_{\max} - максимальне зусилля сил S_i , що виникає в зоні без тріщин внаслідок дії моменту M_V ;

δ – висота зони без тріщин заданого елемента.

Відповідно до формули (4.15) порівнюємо розраховане по (4.32) значення σ_{\max} з розрахунковим (отриманим) по (4.15) значенням f_{ctd} :

$$\sigma_{\max} \leq f_{ctd} \quad (4.33)$$

де

f_{ctd} - міцність бетону на розтяг.

Такими чином, враховуючи залежності (4.32, 4.33), умова міцності залізобетонного елемента коробчастого перерізу з нормальною тріщиною при дії крутного моменту M_t набуде наступного вигляду:

$$\frac{S_{\max}}{\delta} \leq f_{ctd} \quad (4.34)$$

S_{\max} - розраховується за допомогою програми «Mathcad» при введенні в розрахунки величини крутного моменту, що дорівнює розрахованому по формулі (4.12) моменту M_V .

Розглянута вище методика визначення міцності є не громіздкою і простою, так як виконання розрахунків здійснюються без використання МСЕ та програмних комплексів, таких як «Ліра», «Скад» та ін., що дуже спрощує рішення такої задачі і може бути придатною для інженерних розрахунків.

4.3. Порівняння експериментальних даних з розрахунковими по запропонованій методиці

В розділі 2 (підрозділ 2.2) розроблена чисельна методика визначення крутильної жорсткості залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами. Використовуючи зазначену методику в розділі 4 (підрозділ 4.1) запропонована чисельна методика визначення жорсткості на кручення залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами із врахуванням нелінійних властивостей бетону.

В таблиці 4.1 наведені розрахунки переміщень одного блоку відносно іншого з врахуванням нелінійних властивостей бетону виконаних по МСЕ з застосуванням програмного комплексу «Ліра 9.6».

Таблиця 4.1

Розрахунок переміщень з врахуванням нелінійних властивостей бетону

| Переміщення отримане експериментально та розраховане МСЕ "Ліра" | | | | | | |
|---|------------|--------------|-----------|------------|------------|--------------|
| Марка балки | Mt [кн*см] | Gcm [кн/см2] | It [см4] | Δteor [мм] | Δессп [мм] | Δессп/Δтеор% |
| Б-1-2 | 40 | 945.375 | 16938.729 | 0.026 | 0.028 | 9.38 |
| | 70 | 945.375 | 16880.707 | 0.093 | 0.100 | 8.11 |
| | 90 | 945.375 | 16804.257 | 0.151 | 0.200 | 32.80 |
| | 100 | 945.375 | 16806.257 | 0.191 | 0.290 | 51.62 |
| Б-1-3 | 62 | 945.375 | 17797.859 | 0.038 | 0.042 | 12.00 |
| | 87 | 945.375 | 17825.358 | 0.102 | 0.087 | -14.31 |
| | 112 | 945.375 | 17871.701 | 0.167 | 0.140 | -16.33 |
| | 120 | 945.375 | 17827.524 | 0.200 | 0.190 | -4.86 |
| | 125 | 945.375 | 17826.493 | 0.223 | 0.320 | 43.29 |
| Б-1-4 | 50 | 945.375 | 18927.821 | 0.030 | 0.025 | -16.67 |
| | 70 | 945.375 | 18937.746 | 0.081 | 0.055 | -32.23 |
| | 100 | 945.375 | 18938.157 | 0.164 | 0.185 | 12.56 |
| | 110 | 945.375 | 18938.142 | 0.201 | 0.335 | 66.42 |
| Б-2-1 | 40 | 1002.375 | 16094.710 | 0.019 | 0.017 | -10.53 |
| | 60 | 1002.375 | 16075.907 | 0.055 | 0.040 | -27.92 |
| | 75 | 1002.375 | 16061.802 | 0.087 | 0.070 | -19.42 |
| | 85 | 1002.375 | 16063.127 | 0.099 | 0.100 | 1.23 |
| Б-2-2 | 40 | 1002.375 | 16960.017 | 0.024 | 0.030 | 22.72 |
| | 70 | 1002.375 | 16893.041 | 0.068 | 0.085 | 24.89 |
| | 100 | 1002.375 | 16849.307 | 0.130 | 0.180 | 38.15 |
| | 110 | 1002.375 | 16851.222 | 0.157 | 0.245 | 56.03 |
| Б-2-3 | 60 | 1002.375 | 17734.605 | 0.027 | 0.025 | -6.37 |
| | 90 | 1002.375 | 15811.007 | 0.091 | 0.070 | -22.77 |
| | 120 | 1002.375 | 15077.351 | 0.156 | 0.140 | -10.48 |
| | 125 | 1002.375 | 1779.894 | 0.170 | 0.180 | 5.98 |
| Б-2-4 | 40 | 1002.375 | 18940.256 | 0.018 | 0.020 | 13.64 |
| | 70 | 1002.375 | 18931.142 | 0.060 | 0.065 | 7.61 |
| | 100 | 1002.375 | 18934.504 | 0.115 | 0.160 | 38.61 |
| | 110 | 1002.375 | 18934.292 | 0.139 | 0.310 | 122.42 |
| Б-3-1 | 40 | 979.458 | 16093.196 | 0.014 | 0.012 | -15.49 |
| | 60 | 979.458 | 16071.558 | 0.041 | 0.040 | -1.26 |
| | 80 | 979.458 | 16045.458 | 0.069 | 0.100 | 44.82 |
| | 85 | 979.458 | 16051.839 | 0.078 | 0.110 | 40.42 |
| Б-3-2 | 40 | 979.458 | 16953.339 | 0.014 | 0.018 | 29.50 |
| | 70 | 979.458 | 16896.125 | 0.050 | 0.050 | -0.23 |
| | 100 | 979.458 | 16827.044 | 0.095 | 0.110 | 16.12 |
| | 110 | 979.458 | 16842.804 | 0.114 | 0.160 | 39.77 |
| Б-3-3 | 60 | 979.458 | 17751.669 | 0.033 | 0.040 | 22.77 |
| | 90 | 979.458 | 17806.279 | 0.064 | 0.100 | 57.33 |
| | 120 | 979.458 | 17851.250 | 0.103 | 0.215 | 108.10 |
| | 130 | 979.458 | 17816.823 | 0.122 | 0.310 | 153.37 |
| Б-3-4 | 50 | 979.458 | 18940.921 | 0.017 | 0.016 | -3.61 |
| | 80 | 979.458 | 18935.827 | 0.060 | 0.070 | 17.03 |
| | 100 | 979.458 | 18933.545 | 0.090 | 0.150 | 67.26 |
| | 110 | 979.458 | 18941.496 | 0.108 | 0.310 | 187.91 |
| Середнє значення | | | | | | 25.5 |

Проведемо аналіз даних, отриманих експериментально та за допомогою розрахунків щодо визначення напружено-деформаційного стану та міцності, описаних в розділі 3.

Порівняння розрахункової (таблиця 4.1) та графічної (рис. 4.4) частин показало задовільну схожість експериментальних даних з теоретичними, що дозволяє використовувати запропоновану методику в розрахунках для визначення напружено-деформованого стану залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами.

В розділі 4 (підрозділ 4.2) запропонована чисельно-аналітична методика визначення міцності залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами.

В таблиці 4.2 наведені порівняння значень максимальних внутрішніх напружень, отриманих експериментально та розрахованих теоретично за допомогою програмного комплексу «Mathcad» по методиці, розробленій в підрозділі 4.2. При цьому, у відсотках виражене відношення максимальних напружень розрахованих теоретично до максимальних напружень отриманих експериментально.

Таблиця 4.2

Розрахунок максимальних внутрішніх напружень експериментальних зразків

| Розрахунок σ_{max} для експериментальних зразків | | | | | | | | | | |
|---|-------------|---------------|-----------------|--------|---------|------------|----------------------------|-------|----------------|------|
| Марка балки | [M] [кН*см] | δ [см] | α сторін | Q [кН] | Zs [см] | Mv [кН*см] | fctd [кН/см ²] | Smax | σ_{max} | % |
| Б-1-1 | 70 | 2.5 | 0.307 | 2.009 | 16.75 | 36.3 | 0.138 | 0.293 | 0.12 | -15 |
| Б-1-2 | 99 | 3.5 | 0.297 | 2.74 | 16.25 | 54.5 | 0.138 | 0.435 | 0.12 | -9.7 |
| Б-1-3 | 124 | 5 | 0.282 | 2.995 | 15.5 | 77.6 | 0.138 | 0.603 | 0.12 | -12 |
| Б-1-4 | 109 | 3.5 | 0.297 | 3.016 | 16.25 | 60.0 | 0.138 | 0.479 | 0.14 | -0.6 |
| Б-2-1 | 80 | 2.5 | 0.307 | 2.326 | 16.75 | 41.0 | 0.149 | 0.331 | 0.13 | -11 |
| Б-2-2 | 109 | 3.5 | 0.297 | 3.12 | 16.25 | 58.3 | 0.149 | 0.466 | 0.13 | -11 |
| Б-2-3 | 124 | 5 | 0.282 | 3.265 | 15.5 | 73.4 | 0.149 | 0.570 | 0.11 | -24 |
| Б-2-4 | 109 | 3.5 | 0.297 | 3.12 | 16.25 | 58.3 | 0.149 | 0.466 | 0.13 | -11 |
| Б-3-1 | 85 | 2.5 | 0.307 | 2.496 | 16.75 | 43.2 | 0.143 | 0.348 | 0.14 | -2.5 |
| Б-3-2 | 109 | 3.5 | 0.297 | 3.206 | 16.25 | 56.9 | 0.143 | 0.454 | 0.13 | -9.1 |
| Б-3-3 | 129 | 5 | 0.282 | 3.656 | 15.5 | 72.3 | 0.143 | 0.562 | 0.11 | -21 |
| Б-3-4 | 109 | 3.5 | 0.297 | 3.248 | 16.25 | 56.2 | 0.143 | 0.454 | 0.13 | -9.1 |
| Середнє значення | | | | | | | | | | -11 |

Із графічної частини (рис. 4.4) та розрахункових даних (таблиця 4.1, 4.2) видно, що теоретичні розрахунки з достатньою точністю співпадають з експериментальними даними. Середнє значення величини похибки при визначенні переміщень не перевищує 25,5 % (коефіцієнт варіації 18,9 %), а при визначенні міцності – 11,3 % (коефіцієнт варіації 7,6 %), що дає підставу рекомендувати запропоновану методику для використання в практичному проектуванні.

ВИСНОВКИ

У монографії описано вирішення нової задачі визначення жорсткості та міцності при крученні залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами. На основі досліджень зроблені наступні висновки:

1. При виникненні нормальних тріщин змінюється як згинальна, так і жорсткість на кручення коробчастих залізобетонних елементів.

2. Розроблена чисельно-аналітична методика визначення жорсткості на кручення залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами.

3. Розроблена чисельна методика визначення НДС залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами з урахуванням нелінійних властивостей бетону. Проведені теоретичні розрахунки з достатньою точністю співпадають з експериментальними даними. Коефіцієнт варіації величини похибки при визначенні переміщень не перевищує 18,9 %.

4. Розроблена інженерна методика визначення внутрішніх зусиль в елементах коробчастого перерізу, в яких крутний момент прикладений до верхньої полиці. Методика передбачає стрижневу апроксимацію. Перевагою такої апроксимації є можливість врахування впливу тріщиноутворення на поверхнях розглядуваних пластин без застосування програмних комплексів.

5. Розроблена та запропонована інженерна методика розрахунку міцності коробчастих елементів з нормальними тріщинами, що дозволяє розраховувати залізобетонні елементи зазначеного перерізу без застосування програмних комплексів. Коефіцієнт варіації величини похибки при визначенні міцності не перевищує 7,6 %.

6. Порівняння результатів отриманих експериментально та проведених теоретично, свідчать про достовірність розробленої методики, що в свою чергу дало змогу розробити комп'ютерну програму для визначення жорсткісних та міцнісних характеристик коробчастих елементів з нормальними тріщинами.

7. Чисельними розрахунками встановлено, що при збільшенні діаметра поздовжньої арматури та висоти зони без тріщин, жорсткість елемента з нормальною тріщиною наближається до жорсткості елемента без тріщин.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Азізов, Т. Н. До питання визначення крутильної жорсткості залізобетонного елемента з нормальними тріщинами / Т. Н. Азізов, Н. М. Голодкова // *Строительство, материаловедение, машиностроение : сб. учен. трудов.* – Днепропетровск : ПГАСА, 2007. – Вып. 43. – С. 20-30.
2. Азізов, Т. Н. Експериментальна методика визначення крутильної жорсткості елементів збірного залізобетонного перекриття з нормальними тріщинами / Т. Н. Азізов, Н. М. Голодкова // *Бетон и железобетон в Украине.* – 2008. – № 6. – С. 16-18.
3. Азізов, Т. Н. Експериментальні дослідження жорсткості та міцності залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами при крученні / Т. Н. Азізов, О. В. Мельник // *Ресурсоекономічні матеріали, конструкції, будівлі та споруди.* – Рівне, 2011. – Вип. 21. – С. 82-86.
4. Азізов, Т. Н. Експериментальні дослідження крутильної жорсткості та міцності залізобетонних елементів з нормальними тріщинами при крученні / Т. Н. Азізов, Н. М. Срібняк // *Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури.* – Одеса : Зовнішрекламсервіс, 2009. – Вип. 34. – С. 4-14.
5. Азізов, Т. Н. Інженерний метод визначення НДС залізобетонних балок порожнистого перерізу з нормальними тріщинами / Т. Н. Азізов, О. В. Мельник, О. С. Мельник // *Ресурсоекономічні матеріали, конструкції, будівлі та споруди.* – Рівне, 2011. – Вип. 22. – С. 154-161.
6. Азізов, Т. Н. НДС залізобетонних коробчастих балок з нормальними тріщинами при крученні з врахуванням нелінійності / Т. Н. Азізов, О. В. Мельник, О. Я. Червинський // *Будівельні конструкції, будівель та споруд: проектування, виготовлення, реконструкція та обслуговування : збірник наукових праць – Макіївка, 2011 – Вип. 4 (90).* – С. 18-23.
7. Азізов, Т. Н. Розрахунок залізобетонних коробчастих балок при крученні / Т. Н. Азізов, О. С. Мельник, О. В. Мельник // *Ресурсоекономічні матеріали, конструкції, будівлі та споруди.* – Рівне, 2010. – Вип. 20. – С. 120-124.
8. Азізов, Т. Н. Влияние нормальных трещин на крутильную жесткость железобетонных элементов / Т. Н. Азізов, Н. Н. Голодкова // *Будівельні конструкції. Серія «Будівництво» : міжвідомч. наук.-техн. зб. наук. праць.* – К. : НДІБК, 2007. – Вип. 67. – С. 53-60.
9. Азізов, Т. Н. Деформации железобетонных элементов с трещинами при кручении / Т. Н. Азізов, Н. Н. Срібняк // *Дороги і мости : зб. наук. праць.* – К. : ДерждорНДІ, 2008. – Вип. 9. – С. 5-11.
10. Азізов, Т. Н. Жесткость железобетонных элементов на кручение с нормальными и наклонными трещинами / Т. Н. Азізов // *Будівельні конструкції : міжвідомчий науково-технічний збірник.* – К. : НДІБК, 2005. – Вип. 63. – С. 31-36.
11. Азізов, Т. Н. К расчету железобетонных элементов полого сечения с нормальными трещинами при кручении / Т. Н. Азізов, О. В. Мельник, О. С.

Мельник // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. – Дніпропетровськ, 2010. – Вип. 33. – С. 10-14.

12. Азизов, Т. Н. Крутильная жесткость тавровых железобетонных элементов с нормальными трещинами / Т. Н. Азизов, В. И. Стадник // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Одеса : Зовнішрекламсервіс, 2009. – Вип. 33. – С. 4-11.

13. Азизов, Т. Н. Методика расчёта ребристых плит при неравномерных вертикальных нагрузках / Т. Н. Азизов // Будівництво України. – 1995. – № 4. – С. 35-37.

14. Азизов, Т. Н. НДС железобетонного элемента с нормальными трещинами при кручении / Т. Н. Азизов // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Одеса : Зовнішрекламсервіс, 2009. – Вип. 36. – С. 10-16.

15. Азизов, Т. Н. НДС и прочность железобетонных балок с нормальными трещинами при кручении : матеріали міжнародної науково-технічної конференції «Динаміка та міцність машин, будівель та споруд» / Т. Н. Азизов, А. В. Мельник // Збірник наукових праць Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка. Серія «Галузеве машинобудування, будівництво». – Полтава, 2009 – Вип. 3 (25). Т. 3. – С. 9-13.

16. Азизов, Т. Н. НДС железобетонных балок прямоугольного сечения с нормальными трещинами при изгибе с кручением / Азизов Т. Н., Парамонов Д. Ю. // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Одеса : Зовнішрекламсервіс, 2010. – Вип. 38. – С. 3-8.

17. Азизов, Т. Н. Общий подход к определению крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами / Т. Н. Азизов // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. – Рівне : Нац. ун-т водного господарства та природокористування, 2008. – Вип. 17. – С. 92-99.

18. Азизов, Т. Н. Определение крутильной жесткости железобетонных элементов прямоугольного сечения с нормальными трещинами / Т. Н. Азизов, Н. Н. Срибняк // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : збірник наукових праць. – Рівне, 2008. – Вип. 16. Ч 2. – С. 8-18.

19. Азизов, Т. Н. Определение крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами / Т. Н. Азизов // Дороги і мости : зб. наук. праць. – К. : ДерждорНДІ, 2007. – Вип.7. Т1. – С. 3-8.

20. Азизов, Т. Н. Пространственная работа железобетонных перекрытий. Теория и методы расчета : дис. ... доктора техн. наук : 05.23.01 / Азизов Талят Нурединович. – Полтава, 2006. – 406 с.

21. Азизов, Т. Н. Пространственный расчет ребристых перекрытий по огибающим эпюрам / Т. Н. Азизов, Н. Н. Голодкова // Будівельні конструкції. Серія «Будівництво» : міжвідомч. наук.-техн. зб. наук. праць. – К. : НДІБК, 2007. – Вип. 67. – С. 60-67.

22. Азизов, Т. Н. Прочность железобетонных элементов с нормальными трещинами при кручении / Т. Н. Азизов, Н. Н. Срибняк, Л. А.

Циганенко // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Одеса : Зовнішрекламсервіс, 2007. – Вип. 28. – С. 9-18.

23. Азизов, Т. Н. Прочность при кручении железобетонных элементов прямоугольного сечения с нормальными трещинами / Т. Н. Азизов, Н. Н. Срибняк // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : збірник наукових праць. – Рівне , 2008. – Вип.17. – С. 100-104.

24. Азизов, Т. Н. Работа сборно-монолитного перекрытия при неравномерном загрузении вертикальными нагрузками / Т. Н. Азизов // Монолитные и сборно-монолитные конструкции зданий и сооружений промышленного назначения : сб. научн. трудов – М. : ЦНИИпромзданий, 1992. – С. 97-101.

25. Азизов, Т. Н. Разрушение железобетонных элементов с нормальными трещинами в результате действия крутящих моментов / Т. Н. Азизов, В. И. Стадник, Д. Ю. Парамонов // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук : КНУ, 2010. – Вип. 6 (65). Ч. 1. – С. 125-128.

26. Азизов, Т. Н. Сборные железобетонные перекрытия с повышенным эффектом пространственной работы / Т. Н. Азизов, Н. Н. Голодкова // Будівельні конструкції. Серія «Будівництво» : міжвідомчий науково-технічний збірник наукових праць. – К. : НДІБК, 2007. – Вип. 66. – С. 328-336.

27. Азизов, Т. Н. Теория пространственной работы перекрытий / Азизов Т. Н. – К. : Науковий світ, 2001. – 276 с.

28. Азизов, Т. Н. Численные исследования жесткости железобетонных тавровых элементов с нормальными трещинами с применением МКЭ / Т. Н. Азизов, В. И. Стадник // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. – Рівне : Нац. ун-т водного господарства та природокористування, 2011. – Вип. 21. – С. 89-94.

29. Азизов, Т. Н. Экспериментально-теоретические исследования крутильной жесткости тавровых железобетонных элементов с нормальными трещинами / Т. Н. Азизов, В. И. Стадник // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Одеса : Зовнішрекламсервіс, 2010. – Вип. 40. – С. 10-17.

30. Азизов, Т. Н. Экспериментальные исследования крутильной жесткости и прочности тавровых железобетонных элементов с нормальными трещинами при кручении / Т. Н. Азизов, В. И. Стадник // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Одеса : Зовнішрекламсервіс, 2010. – Вип. 37. – С. 9-16.

31. Айвазов, Р. Л. Жесткость железобетонных панелей на кручение и ее влияние на напряженно-деформированное состояние сборной плиты, опертой по контуру : автореф. дис. на соискание учен. степени канд. техн. наук : спец. 05.23.01 "Строительные конструкции, здания и сооружения" / Р. Л. Айвазов – М., 1980. – 22 с.

32. Айвазов, Р. Л. Сборное перекрытие, опертое по контуру и работающее с поперечным распором / Р. Л. Айвазов, И. В. Лапицкий // Бетон и железобетон. – 1991. – № 11. – С. 7-9.
33. Арзуманян, К. М. О совместной работе многопустотных панелей в перекрытии при неравномерном нагружении / Арзуманян К. М., Айвазов Р. Л., Крамарь В. Г // Повышение эффективности и качества бетона и железобетона. – М., Стройиздат, 1970. – 248 с.
34. Арзуманян, К. М. Прочность и трещиностойкость преднапряженных многопустотных панелей перекрытий с минимальным расходом конструктивной арматуры : автореф. дис. на соискание учен. степени канд. техн. наук : спец. 05.23.01 "Строительные конструкции, здания и сооружения" / К. М. Арзуманян. – М., 1982. – 23 с.
35. Бабич, Є. М. Експериментальні дослідження деформацій залізобетону та сталевібробетону в елементах кільцевого перерізу / Є. М. Бабич // Ресурсоекономічні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : збірник наукових праць. – Рівне, 2011. – Вип. 21. – С. 101-108.
36. Бабич, Є. М. Короткочасна міцність важкого бетону на стиск після тривалого навантаження / Є. М. Бабич // Ресурсоекономічні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : збірник наукових праць. – Рівне : НУВГП, 2011. – С. 169-180.
37. Бабич, Є. М. Робота стиснутої зони згинальних залізобетонних елементів таврового перерізу після дії високих рівнів малоциклового навантаження / Є. М. Бабич, П. С. Гомон // Будівельні конструкції : збірник наукових праць. – К. : ДП НДІБК, 2011. – Вип. 74. – Кн. 2. – С 421-428.
38. Бабич, Е. М. Анкеровка в бетоне арматуры серповидного профиля / Е. М. Бабич, Е. Е. Поляновская, А. С. Чапюк // Проблемы современного бетона и железобетона : материалы III международного симпозиума. – Минск : Минсктиппроект, 2011. – Т. 1. – С. 37-45.
39. Байков, В. Н. Исследование несущей способности железобетонных элементов прямоугольного сечения при совместном действии изгиба и кручения / В. Н. Байков, В. И. Фомичев // Известие вузов. Серия «Строительство и архитектура». – 1975. – № 2. – С. 19-25.
40. Байков, В. Н. Определение деформаций железобетонных балочных плит при изгибе с кручением / В. Н. Байков, Р. Л. Айвазов // Сборник трудов МИСИ. – М., 1976. – Вып. № 133. – С. 11-21.
41. Байков, В. Н. Особенности расчета прочности железобетонных элементов прямоугольного сечения при чистом кручении / В. Н. Байков, В. И. Фомичев // Железобетонные конструкции промышленного и гражданского строительства : сб. трудов МИСИ. – М., 1981. – Вып. 185. – С. 91-95.
42. Байков, В. Н. Совместная работа железобетонных плит в сборном настиле при продольных полосных загрузках / Байков В. Н., Кочунов К. М., // Бюллетень технической информации. САКБ АПУ г. Москвы. – 1958. – № 4. – С. 102-118.

43. Барашиков, А. Я. Залізобетонні конструкції : підруч. : [для студ. ВНЗ] / Барашиков А. Я., Буднікова Л. М., Кузнецов Л. В. – К. : Вища школа, 1995. – 591 с.
44. Барашиков, А. Я., Экспериментальные исследования трещиностойкости железобетонных балок, усиленных различными материалами / В. М. Колякова, М. Блали // Будівельні конструкції : міжвідомчий науково-технічний збірник. Вип. 62. Т. 2. – К. : НДІБК, 2005. – С. 100-105.
45. Бедов, А. И. Практический способ расчета тонкостенных железобетонных коробчатых конструкций с замкнутым контуром / А. И. Бедов, И. А. Трифонов, Н. Н. Складнев // Известия ВУЗов. Серия «Строительство и архитектура». – 1974. – №7. – С. 3-10.
46. Белубекян, А. В. Экспериментальное исследование сопротивления элементов из легкого железобетона при изгибе и кручении : дис. ... канд. техн. наук / А. В. Белубекян. – Ереван, 1970. – 145 с.
47. Бетони. Методи визначення міцності за контрольними зразками : ДСТУ Б В.2.7-214 : 2009. – [дата введення 2010-09-01.]. - К. : Вид-во Мінрегіонбуд України, 2010. – 43 с.
48. Бетони. Методи визначення призмової міцності, модуля пружності і коефіцієнта Пуассона: ДСТУ Б В.2.7-217 : 2009. – [дата введення 2010-09-01.]. – К. : Вид-во Мінрегіонбуд України, 2010. – 11 с.
49. Бетонные и железобетонные конструкции : СНиП 2.03.01-84*– [Введ.1986-01-01]. – М. : ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 80 с.
50. Бліхарський, З. Я. Підсилення залізобетонних балок нарощуванням арматури під навантаженням / З. Я. Бліхарський, Я. В. Римар // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : збірник наукових праць НУВГ та П. Вип. 14. – Рівне : НУВГ та П, 2006. – С. 449-454.
51. Бондаренко, В. М. Инженерные методы нелинейной теории железобетона / В. М. Бондаренко, С. В. Бондаренко. – М. : Стройиздат, 1982. – 287 с.
52. Бондаренко, В. М. Расчетные модели силового сопротивления железобетона : монография / В. М. Бондаренко, В. И. Колчунов. – М. : Издательство АСВ, 2004. – 472 с.
53. Бурлаченко, П. И. Экспериментальное исследование влияния сопротивления бетона сжатию на прочность железобетонных балок, работающих на изгиб с кручением : автореф. дис. на соискание учен. степени канд. техн. наук : спец. 05.480 "Строительные конструкции" / П. И. Бурлаченко. – Новосибирск, 1963. – 23 с.
54. Вахненко, П. Ф. Залізобетонні конструкції / П. Ф. Вахненко. – К. : Урожай, 1995. – 364 с.
55. Верещага, А. И. Напряженно-деформированное состояние и прочность сборных железобетонных перекрытий : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / Верещага Александр Иванович. – Сумы, 2002. – 248 с.

56. Вернигор, В. А. Несущая способность и деформативность железобетонных балок прямоугольного полого сечения при изгибе с кручением : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / Вернигор В. А. – М., 1988. – 185 с.
57. Власов, В. З. Тонкостенные пространственные системы / Власов В. З. – М. : Госстройиздат, 1958. – 502 с.
58. Вычислительный комплекс SCAD (SCAD Office) / [В. С. Карпиловский, Э. З. Криксунов, А. А. Маляренко [и др.]. – М. : АСВ, 2004. – 592 с.
59. Гнідець, Б. Г. Конструктивно-технологічні вирішення підсилення мостів з використанням попереднього напруження і зміною статичної схеми / Б. Г. Гнідець // Будівельні конструкції : міжвідомчий науково-технічний збірник. Вип. 62. Т. 2. – К. : НДІБК, 2005. – С. 125-129.
60. Горнов, В. Н. Исследование прочности и жесткости промышленных конструкций жилых домов / Горнов В. Н. – М. : Госстройиздат, 1954. – 240 с.
61. Горнов, В. Н. Исследование прочности и жесткости сборных железобетонных перекрытий из лотковых настилов / Горнов В. Н. – М. : Стройиздат, 1950. – 286 с. (Материалы и конструкции в современной архитектуре.)
62. Городецкий, А. С. Информационные технологии расчета и проектирования строительных конструкций : учебное пособие / Городецкий А. С., Шмуклер В. С., Бондарев А. В. – Х. : НТУ «ХПИ», 2003. – 889 с.
63. Гуревич, А. Л. О способах расчета железобетонных плит на ЭВМ с учетом процесса трещинообразования / А. Л. Гуревич, Н. И. Карпенко, Л. И. Ярин // Строительная механика и расчет сооружений . – 1972. – № 1. – С. 24-29.
64. Державні будівельні норми України. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення : ДБН В.2.6-98:2009. – На заміну СНиП 2.03.01-84 ; введ. 2011-06-01. – К. : Міжрегіонбуд України, 2011. – 71 с.
65. Додонов, М. И. Прогибы плит перекрытий по стальным профилированным настилам при локальных нагрузках / М. И. Додонов, В. Х. Кунжиев, Н. Д. Хормиз // Бетон и железобетон. – 1992. – № 2. – С. 11-12.
66. Дорофеев, В. С. О необходимости и постановке системных экспериментальных исследований прочности и трещиностойкости, и деформативности приопорных участков изгибаемых железобетонных элементов, испытывающих сложные деформации, с целью уточнения и развития методов их расчета / В. С. Дорофеев, В. М. Карпюк // Будівельні конструкції : міжвідомчий науково-технічний збірник. – К. : НДІБК, 2005. - Вип. 62. Т. 2. – С. 160-167.
67. Дроздов, П. Ф. Конструирование и расчёт несущих систем многоэтажных зданий и их элементов / Дроздов П. Ф. – М. : Стройиздат, 1977. – 223 с.

68. Дроздов, П. Ф. Расчёт сборных перекрытий, опирающихся на внутренние и наружную стены / П. Ф. Дроздов // Строительные конструкции : сборник трудов НИИСК. – К., 1969. – Вып. XII. – С. 120-129.

69. Елагин, Э. Г. Исследование железобетонных элементов кольцевого сечения при кручении и совместном действии изгибающего и крутящего моментов : автореф. дис. на соискание учен. степени канд. техн. наук / Елагин Э. Г. – М., 1971. - 21 с.

70. Елагин, Э. Г. Расчет перемещений железобетонных стержней прямоугольного сечения на стадиях работы с трещинами при совместном кратковременном действии моментов и продольной силы / Э. Г. Елагин // Строительная механика и расчет сооружений. – 1991. – № 4. – С. 26-31.

71. Елагин, Э. Г. Расчет по раскрытию трещин при совместном действии изгибающего и крутящего момента и продольной силы // Бетон и железобетон. – 1992. – № 8. – С. 17-18.

72. Елагин, Э. Г. Сопротивление железобетонных стержней совместному действию изгибу с кручением на стадиях работы с трещинами : автореф. дис. на соискание учен. степени докт. техн. наук : спец. 05.23.01 "Строительные конструкции, здания и сооружения" / Э. Г. Елагин. – М., 1994. – 33 с.

73. Елагин, Э. Г. Экспериментальные исследования влияния последовательности приложения крутящих и изгибающих моментов на деформации железобетонных балок прямоугольного сечения / Э. Г. Елагин, А. И. Туров // Известия ВУЗов. Серия „Строительство и архитектура”. – 1991. – № 3. – С.136-137.

74. Железобетонные конструкции : спец. курс. : учеб. пособие [для студ. ВУЗ] / В. Н. Байков, П. Ф. Дроздов, И. А. Трифонов [и др]. ; под ред. В. Н. Байкова. – [3-е изд.]. – М. : Стройиздат, 1981. –767 с. : ил.

75. 65. Жорняк, М. С. До розрахунку попередньо напружених залізобетонних елементів прямокутного перетину з одиночною арматурою при згині з крученням // Проблеми создания новых машин и технологий : сб. научных трудов. – Кременчуг : КГПУ, 1999(7). – Вып. 2. – С. 401-404.

76. Жорняк, М. С. Основні передумови методу розрахунку міцності нормальних перерізів залізобетонних конструкцій прямокутного поперечного перерізу, що зазнають згину з крученням, на основі нелінійної деформаційної моделі / М. С. Жорняк, О. М. Клюка // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. – Рівне, 2007. – Вип.15. – С. 161-167.

77. Жорняк, М. С. Розрахунок звичайно армованих залізобетонних елементів прямокутного перетину з одиночною арматурою при згині з крученням / М. С. Жорняк // Проблеми создания новых машин и технологий : сб. научных трудов. – Кременчуг : КГПУ, 1999(9). – Вып. 2. – С. 487-490.

78. Жорняк, М. С. Розрахунок несучої здатності залізобетонних елементів при згині з крученням на основі деформаційної моделі / М. С. Жорняк, О. М. Клюка, С. І. Роговий // Будівельні конструкції. – К., 2007. – Вип. 67. – С. 89-95.

79. Жорняк, Н. С. Расчет несущей способности преднапряженных железобетонных элементов прямоугольного сечения с одиночной арматурой при изгибе с кручением на основе деформационной модели / Н. С. Жорняк, О. М. Клюка // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. – Рівне, 2007. – Вип.17. – С.156-162.
80. Жорняк, Н. С. Экспериментально-теоретические исследования несущей способности предварительно напряженных железобетонных элементов таврового и двутаврового поперечных сечений на кривой изгиб с кручением : дис. ... канд. техн. наук / Н. С. Жорняк. – Полтава, 1973. – 170 с.
81. Залесов, А. С. Прочность железобетонных конструкций при действии поперечных сил / А. С. Залесов, Ю. А. Климов. – К. : Будівельник, 1989. – 105 с.
82. Залесов, А. С. Расчет железобетонных конструкций по прочности и деформациям / А. С. Залесов, Э. Н. Кодыш, Л. Л. Лемыш. – К. : Будівельник, 1988. – 320 с.
83. Залесов, А. С. Расчет железобетонных элементов на кручение с изгибом на основе кривых взаимодействия / А. С. Залесов, Н. Н. Лессиг // Межотраслевые вопросы строительства. Отечественный опыт : реферативный сб. трудов ЦНИИС. – М., 1970. – Вып. №1. – С. 33-37.
84. Залесов, А. С. Расчет прочности железобетонных элементов при действии поперечных сил и кручения // Бетон и железобетон. – 1976. – № 6. – С. 22-24.
85. Залесов, А. С. Совершенствование практических методов расчета прочности элементов железобетонных конструкций при сочетании различных силовых воздействий : дис. ... канд. техн. наук / А. С. Залесов. – М., 1969. – 213 с.
86. Зубков, В. А. Экспериментальные исследования работы элементов кольцевого сечения на кручение с изгибом // Энергетическое строительство. – 1974. – Р. II. – С. 49-53.
87. Индикаторы часового типа с ценой деления 0,01 мм. Технические условия : ГОСТ 577-68 (СТ СЭВ 3138-81). – Введ. 1968-02-05. – М. : Издательство стандартов, 1980. – 7 с.
88. Карабанов, Б. В. Нелинейный расчет монолитных железобетонных ребристых перекрытий на локальные нагрузки / Б. В. Карабанов // Бетон и железобетон. – 1992. – № 7. – С. 17-18.
89. Карабанов, Б. В. Нелинейный расчет сборно-монолитных железобетонных перекрытий / Б. В. Карабанов // Бетон и железобетон. – 2001. – №6. – С. 14-18.
90. Карабанов, Б. В. Практический способ расчёта плитно-ребристых конструкций на кручение // Строительная механика и расчёт сооружений. – 1979. – № 1. – С. 45-50.
91. Карпенко, Н. И. Деформации железобетонных трубчатых элементов с трещинами при изгибе с кручением / М. И. Карпенко, Э. Г. Елагин //

Прочность и жесткость железобетонных конструкций. – М. : НИИЖБ Госстроя СССР, 1971. – С. 29-48.

92. Карпенко, Н. И. Деформации железобетонных трубчатых элементов, подвергнутых кручению после образования трещин / М. И. Карпенко, Э. Г. Елагин // Бетон и железобетон. – 1970. – № 3. – С. 42-46.

93. Карпенко, Н. И. Деформации железобетонных элементов таврового сечения при кручении / М. И. Карпенко, Т. П. Чистова, Н. Н. Ячменева // Транспортное строительство. – 1976. – №5. – С. 48-50.

94. Карпенко, Н. И. Деформации железобетонных элементов таврового сечения при кручении с изгибом / М. И. Карпенко, Т. П. Чистова, Н. Н. Ячменева // Транспортное строительство. – 1976. – №7. – С. 51-52

95. Карпенко, Н. И. К расчету деформаций железобетонных стержней с трещинами при изгибе с кручением / М. И. Карпенко. – Теория железобетона : сборник / под ред. К. В. Михайлова, А. Дмитриева. - М. : Стройиздат, 1972. – С. 50-59.

96. Карпенко, Н. И. Общие модели механики железобетона / Карпенко М. И. – М. : Стройиздат, 1996. – 416 с.

97. Карпенко, Н. И. Расчет стержневых железобетонных конструкций МКЭ с учетом уточненной матрицы жесткости / М. И. Карпенко, Т. А. Мухамедиев, М. А. Сапожников // Известия вузов. Серия "Строительство и архитектура"). – 1991. – №3. – С. 7-11.

98. Карпенко, Н. И. Теория деформирования железобетона с трещинами / Карпенко М. И. – М. : Стройиздат, 1976. – 208 с.

99. Касаев, Д. Х. Прочность железобетонных балок с круглыми отверстиями при кручении / Д. Х. Касаев, М. Б. Дудов, О. О. Дюрменова // Проблемы строительства, инженерного обеспечения и экологии городов : сборник материалов III международной научно-практической конференции Пенза, 2001. – С. 9-11.

100. Касаев, Д. Х. Исследование предварительно напряженных элементов, разрушающихся от изгиба с кручением ранее образования пластического шарнира : дис.... канд. техн. наук. – М., 1971. – 117 с.

101. Касаев, Д. Х. Исследование преднапряженных перearмированных элементов прямоугольного сечения, работающих на кручение и изгиб с кручением // Бетон и железобетон. – 1971. – № 8. – С. 39-40.

102. Касаев, Д. Х. Исследование прочности железобетонных элементов прямоугольного сечения, подвергнутых поперечному изгибу с кручением // Строительство – 2001 : материалы Международной научно-практической конференции . – Ростов-на-Дону : РГСУ , 2001. – С. 29-31.

103. Касаев, Д. Х. Прочность железобетонных элементов при кручении и изгибе с кручением : автореферат дис. на соискание ученой степени доктора техн. наук : спец. 05.23.01 / Д. Х. Касаев. – Ростов-на-Дону, 2002. – 45 с. : ил.

104. Касаев, Д. Х. Прочность железобетонных элементов прямоугольного сечения с ненапрягаемой арматурой при кручении с изгибом //

Вопросы прочности, деформативности и трещиностойкости железобетона. - Ростов-на-Дону : РИСИ, 1986. – С. 47-52.

105. Касаев, Д. Х. Прочность элементов железобетонных конструкций при кручении и изгибе с кручением. – Ростов-на-Дону : Изд-во Рост. ун-та, 2001. – 176 с.

106. Касаев, Д. Х. Прочность элементов прямоугольного сечения при кручении // Бетон и железобетон.– 1987. – №12. – С. 23-24.

107. Кваша, В. Г. Дослідження роботи розширених прогонових будов мостів на моделях / В. Г. Кваша, П. М. Коваль // Резерви прогресу в архітектурі та будівництві : зб. праць – Львів, 1995. – Вип. № 287. – С. 51-56.

108. Кваша, В. Г. Експериментальні дослідження залізобетонних прольотних будов, розширених приставними елементами / В. Г. Кваша // Будівельні конструкції : міжвідомчий науково-технічний збірник. – К. : НДІБК. – 1999. – Вип. 50. – С. 87-94.

109. Кваша, В. Г. Особливості просторового розрахунку розширених прольотних будов залізобетонних мостів / В. Г. Кваша, І. Г. Іваник // Будівельні конструкції : міжвідомчий науково-технічний збірник. – К., 1999. – Вип. 50. – С. 95-100.

110. Кваша, В. Г. Просторовий розрахунок плитно-ребристих систем з врахуванням нелінійного розподілу жорсткості / В. Г. Кваша, І. Г. Іваник // „Сучасні проблеми проектування, будівництва та експлуатації штучних споруд на шляхах сполучення : матеріали Українського міжгалузевого науково-практичного семінару. – К., 1998. – С. 104-107.

111. Клованич, С. Ф. Метод конечных элементов в нелинейных расчетах пространственных железобетонных конструкций / Клованич С. Ф., Безушко Д. И. – Одесса : Издательство ОНМУ, 2009.– 89 с.

112. Клованич, С. Ф. Механика железобетона в расчетах конструкций / С. Ф. Клованич // Будівельні конструкції : міжвідомчий науково-технічний збірник. – К. : НДІБК, 2000. – Вип. 52. – С. 107-115.

113. Клованич, С. Ф. Расчет железобетонных конструкций методом конечных элементов при длительных воздействиях / С. Ф. Клованич // Будівельні конструкції : міжвідомчий науково-технічний збірник. – К. : НДІБК, 2005. – Вип. 62. Т. 1. – С. 518-523.

114. Клюка, О. М. До визначення розташування стиснутої зони бетону в залізобетонних елементах при сумісній дії крутного та згинаючого моментів // Науковий вісник будівництва. – Х. : ХДТУБА, 2006. – № 37. – С. 65-70.

115. Клюка, О. М. Розрахунок несучої здатності залізобетонних елементів із подвійним армуванням при згині з крученням на основі деформаційної моделі / О. М. Клюка, С. І. Роговий // Вісник Кременчуцького держ. політехнічного ун-ту імені М. Остроградського. – Кременчук. – 2007. – Вип. 5(46). Ч. 1.– С. 8-12.

116. Козак, А. Л. Численное моделирование нелинейных процессов деформирования железобетонных конструкций с учетом трещинообразования :

дис. ... доктора техн. наук : 05.23.17 / Козак Александр Леонидович. – К., 1995. – 455 с.

117. Коуэн, Г. Дж. Кручение в обычном и предварительно напряжённом железобетоне / Коуэн Г. Дж. ; пер. с англ. И. М. Лялина. – М. : Изд-во литературы по строительству, 1972. – 104 с.

118. Крамарь, В. Г. О совместной работе пустотных настилов пролётом 12 м в составе перекрытия / Крамарь В. Г., Орловский Ю. И., Кунь В. Л. // Исследования и вопросы совершенствования арматуры, бетона и железобетонных конструкций. – Волгоград : ВГИСИ, 1974. – С. 139-156.

119. Крамарь, В. Г. Предварительно напряжённые железобетонные многопустотные панели перекрытий зданий : обзорная информация / В. Г. Крамарь. – М. : ВНИИИС, 1984. – 89 с. (Серия 8 «Строительные конструкции»; вып. 8.).

120. Кузьменко, А. М. Экспериментально-теоретические исследования предварительно напряжённых железобетонных элементов прямоугольного сечения при косом изгибе с кручением : дис. ... канд. техн. наук / А. М. Кузьменко. – Полтава, 1972. – 230 с.

121. Лантух-Лященко, А. И. Дискретно-континуальный метод сил в расчетах транспортных сооружений / А. И. Лантух-Лященко // Строительная механика и расчет сооружений. – 1991. – № 1 – С. 28-33.

122. Лантух-Лященко, А. И. Развитие дискретно-континуальных методов расчета комбинированных систем : автореф. дис. на соискание учен. степени докт. техн. наук : спец. 05.23.17 «Строительная механика» / А. И. Лантух-Лященко. – К., 1992. – 30 с.

123. Лантух-Лященко, А. И. Стержневая модель пролётной будови моста / А. И. Лантух-Лященко // Автомобільні дороги і дорожнє будівництво : республіканський міжвідомчий науково-технічний збірник. – К. : Будівельник, 1981. – Вип. 29. – С. 98-101.

124. Левин, С. Е. Пустотные балки-настилы с предварительно напряжённой арматурой // Левин С. Е., Дмитриев С. А. – М. : ЦНИИИПС, 1949. – С. 95-119. – (Исследование обычных и предварительно напряжённых железобетонных конструкций).

125. Лессиг, Н. Н. Общие принципы расчета прочности железобетонных стержней на изгиб с кручением / Н. Н. Лессиг, Л. К. Руллэ ; под ред. К. В. Михайлова, С. А. Дмитриева. – М. : Стройиздат, 1972. – С. 43-49. – (Теория железобетона).

126. Лессиг, Н. Н. Определение несущей способности железобетонных элементов прямоугольного сечения при совместном действии изгиба и кручения / Н. Н. Лессиг // Бетон и железобетон. – 1959. – № 3. – С. 109-113.

127. Лессиг, Н. Н. Определение несущей способности железобетонных элементов прямоугольного сечения, работающих на изгиб с кручением // Сборник трудов НИИЖБ. – М., 1959. – Вып. 5. – 216 с.

128. Лессиг, Н. Н. Определение теоретической несущей способности железобетонных элементов кольцевого сечения, работающих на изгиб с

кручением / Н. Н. Лессинг // Влияние скорости нагружения, гибкости и крутящих моментов на прочность железобетонных конструкций. – М. : НИИЖБ Госстроя СССР, 1970. – С. 177-195.

129. Лессинг, Н. Н. Теоретические и экспериментальные исследования железобетонных балок при совместном действии изгиба и кручения / Н. Н. Лессинг // Теория расчета и конструирования железобетонных конструкций. – М. : НТО строительной промышленности, 1958. – С. 119-125.

130. Лишак, В. И. Совместная работа многопустотных преднапряженных плит / В. И. Лишак, Э. И. Киреева, В. В. Саарян // Бетон и железобетон. – 1987. – № 1. – С. 29-31.

131. Лялин, И. М. Исследование работы железобетонных балок прямоугольного сечения, подверженных воздействию поперечной силы, изгибающего и крутящего моментов : автореф. дис. на соискание учен. степени канд. техн. наук : спец. 05.480 "Строительные конструкции" / И. М. Лялин. – М., 1960. – 18 с.

132. Митрофанов, В. П. О методах определения предельных деформаций бетона железобетонных элементов / В. П. Митрофанов, А. А. Шкурупий, Д. Н. Лазарев // Науковий вісник будівництва : збірник наукових праць. – Х. : ХДТУБА, 2008. – Вип. 45. – С. 34-45.

133. Мурашев, В. И. Трещиноустойчивость, жесткость и прочность железобетона / Мурашев В. И. – М. : Машстройиздат, 1950. – 263 с.

134. Мурашкин, Г. В. Влияние предварительного напряжения на прочность и трещиностойкость железобетонных балок прямоугольного сечения, работающих на изгиб с кручением : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / Мурашкин Г. В. – Куйбышев, 1966. – 169 с.

135. Мурашкин, В. Г. Влияние предварительного напряжения на прочность и трещиностойкость железобетонных балок, работающих на кручение с изгибом / В. Г. Мурашкин // Бетон и железобетон. – 1965. – № 10. – С. 29-33.

136. Назаренко, Б. П. Железобетонные мосты / Назаренко Б. П. – М. : Транспорт, 1964. – 428 с.

137. Пастернак, П. Л. Исследование пространственной работы монолитных железобетонных конструкций / Пастернак П. Л. // Сборник трудов МИСИ. – М., 1940. – Вып. 4. – С. 10-18.

138. Печеник, О. Н. Экспериментально-теоретические исследования работы при изгибе с кручением керамзито-железобетонных элементов прямоугольного сечения : дис. ... канд. техн. наук / О. Н. Печеник. – Львов, 1975. – 127 с.

139. Поливанов, Н. И. Железобетонные мосты на автомобильных дорогах / Поливанов, Н. И. – М. : Автотрансиздат, 1956. – 624 с.

140. Попов, В. И. Напряженно-деформированное состояние железобетонных балок прямоугольного сечения при изгибно-крутильных воздействиях : дис. ... канд. техн. наук / В. И. Попов. – М., 1985. – 180 с.

141. Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелого бетона без предварительного напряжения арматуры (к СП 52-101-2003) / [ЦНИИПромзданий, НИИЖБ]. – М. : ЦНИИПромзданий, 2005. – 214 с.
142. Пространственные расчёты мостов. / [Б. Е. Улицкий, А. А. Потапкин, В. И. Руденко [и др.]. – М. : Транспорт, 1967. – 404 с.
143. Рекомендации по проектированию стальных закладных деталей для железобетонных конструкций / НИИЖБ. – М. : Стройиздат, 1984. – 87 с.
144. Савченко, А. С. Совместная работа плит и ригелей в составе диска перекрытия : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / Савченко Александр Сергеевич. – Сумы, 2004. – 141 с.
145. Сафонов, А. Г. Расчет прочности железобетонных конструкций при кручении с изгибом : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / Сафонов Александр Геннадьевич. – Орел, 2009. – 166 с. : ил.
146. Семенюк, С. Д. Влияние предыстории загрузки на несущую способность железобетонных балок, подверженных кручению с изгибом / С. Д. Семенюк, И. С. Фролков // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. – Рівне, 2011. – Вип. 22. – С. 722-727.
147. Семко, О. В. Імовірнісні аспекти розрахунку сталезалізобетонних конструкцій – Полтава : ПолтНТУ ім. Ю. Кондратюка, 2004. – 320 с.
148. Семченков, А. С. Испытания сборных перекрытий, опертых по контуру / А. С. Семченков // Бетон и железобетон. – 1981. – № 1. – С. 11-13.
149. Семченков, А. С. Пространственно-деформирующиеся железобетонные диски перекрытий многоэтажных зданий : экспериментальные исследования, практические методы расчета и проектирование : дис. ... докт. техн. наук : 05.23.01 / Семченков Алексей Степанович. – М., 1991. – 703 с.
150. Семченков, А. С. Пространственная работа железобетонных ребристых настилов типа «2Т» / А. С. Семченков. – М. : ЦИНИС, 1976. – С. 3-7. – (Сер. VIII «Реф. Информация» ; вып. 4).
151. Семченков, А. С. Пространственная работа многопустотных плит безопалубочного формования / Семченков А. С., Алексеев О. В., Карнет Ю. Н. // Бетон и железобетон. – 1987. – № 37. – С. 8-11.
152. Семченков, А. С. Совершенствование 12-метровых плит 2Т / А. С. Семченков, Е. И. Десятник // Бетон и железобетон. – 1992. – № 5. – С. 2-4.
153. Семченков, А. С. Совершенствование конструктивных решений настилов общественных зданий : обзор / А. С. Семченков. – М. : ЦНТИ Госгражданстроя, 1984. – 58 с. – (Обзор. Информ ; вып 4).
154. Семченков, А. С. Экспериментальные исследования сборных железобетонных перекрытий, опертых по контуру / А. С. Семченков – М. : ЦНИИЭП жилища, 1981. – С. 32-44. – (Полносборные унифицированные конструкции в гражданском строительстве).
155. Складнева, Р. А. Трещиностойкость железобетонных обычных и предварительно напряжённых балок прямоугольного сечения при действии

поперечного изгиба и кручения : автореф. дис. ... канд. техн. наук / Р. А. Складнева. – М., 1977. – 23 с.

156. СНиП 2.03.01-84* Бетонные и железобетонные конструкции. – Введ. 01.01.86. – М. : ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 80 с.

157. СНиП 2.05.03-84. Мосты и трубы. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1985. – 200 с.

158. СНиП II-В.1-62. Бетонные и железобетонные конструкции // М. : Стройиздат, 1962. – 76 с.

159. Срібняк, Н. М. Крутильна жорсткість залізобетонних елементів перекриттів з нормальними тріщинами : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / Срібняк Н. М. – Одеса., 2009. – 257 с.

160. Стадник, В. І. Теоретичні та експериментальні дослідження крутильної жорсткості таврових залізобетонних елементів з нормальними тріщинами при крученні / В. І. Стадник // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Одеса : Зовнішпрекламсервіс, 2010. – Вип. 40. – С. 320-327.

161. Сталь арматурная. Методы испытания на растяжение : ГОСТ 12004-81. – Введ. 1983-07-01. – М. : Издательство стандартов, 1981.- 28 с.

162. Тимофеев, Н. И. Исследование работы предварительно напряженных балок из тяжелого и керамзитовых бетонов на совместное действие изгиба, кручения, поперечной силы : дис. ... канд. техн. наук / Н. И. Тимофеев. – Куйбышев, 1964. – 181 с.

163. Трифонов, И. А. Исследование пространственно-деформируемых железобетонных плитно-балочных и коробчатых систем : дис. ... докт. техн. наук : 05.23.01 / Трифонов И. А. – М., 1970. – 256 с.

164. Трифонов, И. А. Практический метод расчёта распределения рядовой сосредоточенной нагрузки в пролётных строениях балочных мостов. / И. А. Трифонов, Н. Н. Складнев // Известия вузов. Серия. "Строительство и архитектура". – 1968. – №10. – С. 29-32.

165. Улицкий, Б. Е. Влияние ползучести и усадки на пространственную работу разрезных мостов / Б. Е. Улицкий, К. И. Львович // Бетон и железобетон. – 1970. – № 3. – С. 139-147.

166. Улицкий, Б. Е. Пространственные расчёты балочных мостов / Улицкий Б. Е. – М. : Автотрансиздат, 1962. – 180 с.

167. Улицкий, Б. Е. Пространственные расчёты пролётных строений мостов, косых и кривых в плане / Б. Е. Улицкий, Е. Г. Игнатьев, Р. И. Рубинчик. – М. : Транспорт, 1971. – 168 с.

168. Уткин, В. А. Об одном способе пространственного расчёта балочных пролётных строений / В. А. Уткин // Сибирский автомобильно-дорожный института : сб. трудов. – Омск, 1971. – Вып. 4. – С. 59-75.

169. Фалеев, Л. В. Экспериментально-теоретические исследования несущей способности железобетонных балок прямоугольного и таврового сечений, работающих на кривой изгиб с кручением : дис. ... канд. техн. наук / Л. В. Фалеев. – Полтава, 1968. – 301с.

170. Федоров, В. Н. Практические способы расчета на прочность железобетонных элементов, работающих на кручение с изгибом / В. Н. Федоров, А. С. Залесов // Строительное проектирование промышленных предприятий. – 1963. – № 4. – С. 89-96

171. Филоненко-Бородич, М. М. Задача о равновесии упругого параллелепипеда при заданных нагрузках на его гранях / М. М. Филоненко-Бородич // Прикладная математика и механика. – М., 1951. – Т.15. Вып. 2. – С. 137-148.

172. Фомичев, В. И. Прочность железобетонных элементов, подверженных изгибу с кручением, при учете пространственной работы внутренних сил и сложного напряженного состояния арматуры : дис. ... канд. техн. наук. – М., 1978. – 216 с.

173. Чиненков, Ю. В. Исследование работы железобетонных элементов при совместном действии кручения и изгиба : автореф. дис. на соискание учен. степени канд. техн. наук / Ю. В. Чиненков. – М., 1955. – 14 с.

174. Чиненков, Ю. В. Исследование работы железобетонных элементов прямоугольного сечения, работающих на изгиб с кручением / Ю. В. Чиненков // Исследование прочности железобетонных конструкций : сб. НИИЖБ. – М., 1959. – Вып. 5. – С. 139-154.

175. Шагин, А. Л. Исследование и регулирование напряженно-деформированного состояния в составных дисках перекрытий / А. Л. Шагин, И. В. Шмуклер // Совершенствование строительных материалов, технологий и методов расчёта конструкций в новых экономических условиях : материалы международной конференции. – Сумы : Мрия, 1994. – С. 107-108.

176. Шагин, А. Л. Монолитные перекрытия, локально предварительно напряжённые в двух направлениях / А. Л. Шагин, У. К. Регми // Коммунальное хозяйство городов. – К. : Техника, 1997. – № 12. – С. 55-58.

177. Шмуклер, В. С. Пространственные железобетонные каркасные системы многокритериального соответствия : дисс. ... докт. техн. наук : 05.23.01. / В. С. Шмуклер. – Х., 1997.–536 с.

178. Юдин, В. К. Кручение железобетонных элементов (теоретические и экспериментальные исследования) : дис. ... канд. техн. наук / Юдин В. К. – 1964. – 181 с.

179. Юдин, В. К. Определение несущей способности железобетонных элементов прямоугольного сечения при совместном действии кручения и изгиба / В. К. Юдин // Бетон и железобетон. – 1962. – № 6. – С. 265-268.

180. Юдин, В. К. Работа железобетонных балок прямоугольного сечения на кручение с изгибом / В. К. Юдин // Бетон и железобетон. – 1964. – № 1.– С. 30-35.

181. Ягодин, В. К. Исследование работы железобетонных элементов кольцевого сечения при совместном действии изгиба и кручения : автореф. дис. на соискание учен. степени канд. техн. наук : спец. 05.480 "Строительные конструкции" / В. К. Ягодин. – Горький, 1964. – 25 с.

182. Яременко, А. Ф. Механика материалов и конструкций / А. Ф. Яременко, П. Г. Балдук . – Одесса : Внешрекламсервис, 2001. – 254 с.
183. Яременко, А. Ф. Прикладная теория длительного деформирования и сопротивления плоских железобетонных элементов : автореф. дис. на соискание учен. степени докт. техн. наук : спец. 05.23.01 "Строительные конструкции, здания и сооружения" /А. Ф. Яременко. – М., 1989. – 20 с.
184. Azizov, T. N. Effect of torsional rigidity of concrete elements with normal cracks onto special work of bridges and floorings // International Science Ukrainian Edition. – USA – December, 2010. – Volume 3. – P. 55-59.
185. Bach, G. Versuche mit zweiseitig aufliegenden Eisenbeton-platten bei konzentrierter Belastung / G. Bach. – Heft 52. – Berlin, 1923. – 54 p.
186. Bach, G. Versuche mit allseitig aufliegenden quadratischen und rechteckigen Eisenbetonplatten / G. Bach, O. Graf. – Berlin, 1915. – 63 p.
187. Bach, G. Versuche Uber die Widerstandsfuhigkeit von Beton und Eisenbeton gegen Verdrehung. Deutscher Ausschub fur Eisenbeton / G. Bach, O. Graf. – Heft 16. – Berlin, 1912. – 78 p.
188. Baikov, V. N. Precast reinforced concrete slabs under longitudinal strip loads/ V. N. Baikov // Indian concrete Journal. – 1963. – August. – P.302-305
189. Bishara, Alfred "Prestressed Concrete Beams Under Combined Torsion, Bending, and Shear". ACI Journal Proceedings 66:77, ACI, 7/1969
190. Csikós, A. Technical university of Budapest / Adam Csikós, István Hegedûs // Materials of 2nd Int. PhD Symposium in CivilEngineering1998. A availability : <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.17.1256>
191. Evans, R. H. The Behaviour and Rectangular Beams Sub- jected to Combined Bending and Torsion / R. H. Evans, M. G. Khalil // SE Journal. – 1970. – N 2. – P. 59.
192. Evans, R. H. A method of ultimate strength design of reinforced concrete beams in combined bending and torsion. "The structural engineer" / Evans R. H., Sarkar S. – 1965. – № 10. – P. 43.
193. GangaRao, H. V. S. Rectangular Prestressed Beams in Torsion and Bending / GangaRao H. V. S., Zia P. // Journal of the Structural Division, Vol. 99, 1973. № 1. – P. 183-198.
194. Gesund, H. Ultimate Strength in Combined Bending and Torsion of Concrete Beams Containing Only Longituolinal / H. Gesund, L. A. Boston // ACI Journal. – 1964. – N. 11. – P. 14-53.
195. Graf, O. Verdrehungsversuche zur Klarung der Schubfestigkeit von Eiseubeton / O. Graf, E. Morsch // Forschungsarbeiten auf dem Gebiet des Ingenieurwesens. – 1922. – N. 258. – P. 52.
196. Hsu, Thomas T. C. (1984): Torsion of Reinforced Concrete
197. Hsu, Thomas T. C. / Mo, Y. L Unified Theory of Concrete Structures 2. Edition. – 2010. – April. – P. 54-56.
198. Hsu, Thomas T. C. «Torsion of Structural Concrete – Plain Concrete Rectangular Sections,» Torsion of Structural Concrete, SP-18, American Concrete Institute, Detroit, Mich., 1968. – P. 203-238.

199. Hsu, Thomas T. C. Torsional Limit Design of Spandrel Beams / Thomas T. C. Hsu, C. S. Hwang // ACI Journal. – 1977. – N. 2. – P. 71.
200. Hsu, Thomas T. C. Torsion of Structural Concrete Interaction Surface for Combined Torsion, Shear and Bending in Beams without Stirrups, Journal of the American Concrete Institute. Vol.65. – 1968. – N1. – P. 51-60.
201. Lubel, L. Recherche experimentale sur la repartition transversale des charges pour un pont-dalle / Lubel L., Popescu A. // Annales des Travaux Publics de Belgique. – 1967. – № 5. – P. 66-70.
202. Mukherjee, P. R. Prestressed Concrete Beams with Web Reinforcement under Combined Loading / Mukherjee P. R., Warwaruk J. // Structural Engineering Research Report No. 24, Department of Civil Engineering, University of Alberta, Edmonton, Alberta. – Canada, 1970. – P. 130-132.
203. Mukherjee, P. R. Torsion, Bending and Shear in Prestressed Concrete / Mukherjee P. R., Warwaruk J. // SD Journal ASCE. – 1971. – N. 4. – P. 1063.
204. Mukherjee, P. R., and Kemp E. L., "Ultimate Torsional Strength of Plain, Prestressed and Reinforced Concrete Members of Rectangular Cross Section," Civil Engineering Studies Report No. 2003, West Virginia University, Morgantown, West Virginia, 1967. – 91 p.
205. Pierre, Lutrin. Resultates de recherches sur des elements de plancher en beton precontraint pour betiment / Pierre Lutrin, Christian Delvaux // Annales de l'institut Technique du Betiment et des Travaux Publics. – 1977. – Octobre. – P. 354.
206. Reid, S. G Shear and Torsion in Reinforced Concrete Beams / S. G. Reid, R. Q. Bridge // Second National Structural Engineering Conference 1990: Preprints of Papers; pages: 259-264. Barton, ACT: Institution of Engineers, Australia, 1990. Availability: <http://search.informit.com.au/documentSummary;dn=730318715212653;res=IELENG>. – P. 61-65.
207. Zia, P. "Torsional Strength of Prestressed Concrete Members," ACI Journal, Vol. 32. – 1961. – N 10. – P. 1337-1359.

ДОДАТКИ

Додаток А

А.1. Чисельний метод лінійного розрахунку переміщення в тріщині на прикладі експериментального зразку типу Б-2-3

Розглянемо приклад розрахунку величини переміщення в тріщині одного блоку відносно іншого Δ_{teor} , порівняємо з результатом отриманим експериментальним шляхом Δ_{ecsp} , а також визначимо, як змінюється крутильна жорсткість елемента коли у ньому появляється нормальна тріщина знизу і розкривається до висоти верхньої полки.

Вихідні дані:

1. Експериментальний зразок типу Б-2-3:

- геометричні розміри 200x200x1000 мм;

- товщина верхньої, бокової та нижньої полки - $\delta_v = 50, \delta_r = 30, \delta_n = 40$ мм.

2. $M_t = 50 \text{кН} \cdot \text{см}$

3. $Q_{ed} = 1 \text{кН}$

4. $E_b = 2,4057 \cdot 10^3 \text{кН} / \text{см}^2$

5. $G_b = 1,0028 \cdot 10^3 \text{кН} / \text{см}^2$

6. $E_{st} = 1,96 \cdot 10^4 \text{кН} / \text{см}^2$

7. $d_{st} = 1 \text{см}$

8. $l = 50 \text{см}$

9. $\varphi_{cc} = 1$

Послідовність розрахунку:

1. Використовуючи програмний комплекс "Ліра" (рис.2.15) визначимо наступні величини:

$$\Delta_{Mt} = 10,5 \cdot 10^{-3} \text{см};$$

$$\Delta_{Qed} = 6,244 \cdot 10^{-3} \text{см};$$

$$\Delta = 1,405 \cdot 10^{-3} \text{см}.$$

2. Використовуючи (2.36, 2.37) знаходимо невідому нагельну силу Q :

$$Q = \frac{\Delta_{Mt}}{\Delta_{ed} + 2 \cdot \Delta Sm, ed} \text{ де}$$
$$\Delta Sm, ed = \varphi_{cc} \cdot \left(1000 \frac{Q^2}{d_{st}^3 \cdot E_b^2} + \frac{Q}{d_{st} \cdot E_b} \right)$$

Підставляємо дані із умови задачі і знаходимо $\Delta Sm, ed$:

$$\Delta Sm, ed = 1 \cdot \left(1000 \frac{1^2 \text{кН}}{1^3 \cdot 2405,7^2 \text{кН} / \text{см}^2} + \frac{1 \text{кН}}{1 \cdot 2405,7 \text{кН} / \text{см}^2} \right) = 0,000588 \text{см}$$

Знаходимо Q

$$Q = \frac{0,0105 \text{см}}{0,006244 \text{см} + 2 \cdot 0,000588} = 1,415 \text{кН}$$

3. Використовуючи (2.38) та розраховані $\Delta S_{m,ed}$ та Q знаходимо переміщення у тріщині a_{tot} :

$$a_{tot} = 2 \cdot \Delta S_{m,ed} \cdot Q = 2 \cdot 0,000588 \text{см} \cdot 1,415 \text{кН} = 0,016653 \text{мм}$$

4. Із (2.41) знаходимо φ_e :

$$\varphi_e = \frac{\Delta}{R} = \frac{0,001405 \text{см}}{10 \text{см}} = 0,000141 \text{см}$$

5. Підставивши φ_e у (2.43) знаходимо J_t :

$$J_t = \frac{M_t \cdot l_{crc}}{G \varphi_e} = \frac{50 \text{кН} / \text{см}^2 \cdot 50 \text{см}}{1002,8 \text{кН} / \text{см}^2 \cdot 0,000141 \text{см}} = 17748,5 \text{см}^4$$

6. Визначаємо a_e (2.43):

$$a_e = \frac{M_t \cdot l_{crc}}{G J_t} \cdot R = \frac{60 \text{см} \cdot 20 \text{см}}{1002,8 \cdot 17748,5 \text{см}^4} \cdot 10 \text{см} = 0,005621 \text{мм}$$

7. Знаходимо повне теоретичне переміщення Δ_{teoret} (2.44):

$$\Delta_{teoret} = a_{tot} + a_e = 0,016653 \text{мм} + 0,005621 \text{мм} = 0,022274 \text{мм}$$

8. Із умови (2.39) визначаємо коефіцієнт k_r :

$$k_r = \frac{a_{tot} + a_e}{a_e} = \frac{\Delta_{teoret}}{a_e} = \frac{0,022274 \text{мм}}{0,005621 \text{мм}} = 3,96$$

Виконав теоретичні розрахунки експериментального зразку Б-2-3 можна зробити висновок, що відношення жорсткості на кручення розглянутого елемента без тріщин до жорсткості на кручення такого ж елемента з тріщинами, становить приблизно 4 рази, тому при тріщиноутворенні згинаючий момент може змінитись у декілька разів, що в свою чергу суттєво впливає на напружено-деформований стан розглянутого зразка.

Порівняємо результати переміщень блока А відносно блока Б зразку типу Б-2-3 отримані експериментальним шляхом Δ_{ecsp} та розрахованим теоретично Δ_{teoret} :

$$1. \Delta_{ecsp} = 0,025 \text{мм}$$

$$2. \Delta_{teoret} = 0,022274 \text{мм}$$

Знайдемо відсоткове відношення отриманих результатів:

$$\frac{\Delta_{ecsp}}{\Delta_{teoret}} = \frac{0,025 \text{мм}}{0,022274 \text{мм}} = 12,24\%$$

Із отриманих результатів можна зробити висновок, що запропонована методика по визначенню переміщень одного блока відносно іншого під час утворення нормальних тріщин підтверджена експериментально. Відхилення теоретичних розрахунків із експериментальними складає в середньому 10-12 %

А.2. Чисельний метод нелінійного розрахунку переміщення в тріщині на прикладі експериментального зразку типу Б-1-3

Вихідні дані:

1. Експериментальний зразок типу Б-1-3:

- геометричні розміри 200x200x1000 мм;

- товщина верхньої, бокової та нижньої полок відповідно: -

$$\delta_v = 50\text{мм}, \delta_r = 30\text{мм}, \delta_n = 40\text{мм}.$$

$$2. M_t = 62\text{кН} \cdot \text{см}, 87\text{кН} \cdot \text{см}, 112\text{кН} \cdot \text{см}, 125\text{кН} \cdot \text{см}.$$

$$3. Q_{ed} = 1\text{кН}.$$

$$4. E_b = 2,2689 \cdot 10^3 \text{кН} / \text{см}^2.$$

$$5. G_b = 0,945375 \cdot 10^3 \text{кН} / \text{см}^2.$$

$$6. E_{st} = 1,569 \cdot 10^4 \text{кН} / \text{см}^2.$$

$$7. d_{st} = 0,8\text{см}.$$

$$8. l_{crc} = 40\text{см}.$$

$$9. \varphi_{cc} = 1.$$

Послідовність розрахунку:

1. Визначаємо нагельну силу Q від зовнішнього моменту $M_t = 62\text{кН} \cdot \text{см}$:

$$Q = 1,63\text{кН};$$

2. Визначаємо $\Delta = \Delta_{Mpl} - \Delta_{Qpl} = 0,0041\text{см}$

3. Провівши ітерації знаходимо шукану нагельну силу Q

$$Q = 1,505\text{кН}$$

4. Визначаємо Δ_{smp} від знайденої Q :

$$\Delta_{smp} = 1 \cdot \left(1000 \frac{1,505^2 \text{кН}}{0,8^3 \text{см} \cdot 2268,9^2 \text{кН} / \text{см}^2} + \frac{1,505 \text{кН}}{0,8 \text{см} \cdot 2268,9 \text{кН} / \text{см}^2} \right) = 0,0016885 \text{см}$$

5. По (4.2) знаходимо переміщення у тріщині a_{totpl} :

$$a_{totpl} = 2 \cdot \Delta_{smp} \cdot Q = 2 \cdot 0,00168853 \text{см} \cdot 1,505 \text{кН} = 0,005082387 \text{см}$$

6. Із (4.5) визначаємо φ_e :

$$\Delta_{pl} = 1,47394 \cdot 10^{-3} \text{см} \quad \varphi_e = \frac{\Delta_{pl}}{R} = \frac{0,00147394 \text{см}}{10 \text{см}} = 0,000147394 \text{см}$$

7. Підставивши φ_e у (4.7) знаходимо J_t :

$$J_t = \frac{M_t \cdot l_{crc}}{G \varphi_e} = \frac{62 \text{кН} / \text{см}^2 \cdot 40 \text{см}}{945,375 \text{кН} / \text{см}^2 \cdot 0,000147394 \text{см}} = 17797,859 \text{см}^4$$

8. Визначаємо a_e (4.8):

$$a_e = \frac{M_t \cdot l_{crc}}{G J_t} \cdot R = \frac{62 \text{кН} / \text{см}^2 \cdot 20 \text{см}}{945,375 \text{кН} / \text{см}^2 \cdot 17748,5 \text{см}^4} \cdot 10 \text{см} = 0,000737 \text{см}$$

9. Знаходимо повне теоретичне переміщення $\Delta_{teoretpl}$ (4.9):

$$\Delta_{teoretpl} = a_{totpl} + a_e = 0,005082387 \text{см} + 0,000737 \text{см} = 0,005819357 \text{см}$$

10. Із умови (4.3) визначаємо коефіцієнт k_{rpl} :

$$k_{rplastic} = \frac{a_{totpl} + a_e}{a_e} = \frac{\Delta_{teoretpl}}{a_e} = \frac{0,005819357cm}{0,000737cm} = 7,9$$

11. Зробивши аналогічні розрахунки як в пунктах (1-10) отримаємо ще для трьох значень зовнішнього моменту M , аналогічні величини.

Виконав теоретичні розрахунки для експериментальних зразків з врахуванням пластичних деформацій бетону, можна зробити наступний висновок: відношення крутної жорсткості розглянутих елементів без тріщин до крутної жорсткості таких же елементів з тріщинами, з врахуванням пластичних деформацій бетону становить приблизно від 4 до 13 разів, тому при тріщиноутворенні згинаючий момент може змінитись у декілька разів, що в свою чергу суттєво впливає на напружено-деформований стан розглянутих зразків.

Середнє значення величини похибки при визначенні переміщень не перевищує 25,5 % (коефіцієнт варіації 18,9 %).

Додаток Б

Б.1. Розрахунок напружено-деформованого стану залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами (лістинг програми) методика Уліцкого

$$b := 20 \quad h := 20 \quad \lambda := 40 \quad E := 2400 \quad \mu := 0.2 \quad \delta_1 := 1 \quad \delta_2 := 2 \quad \lambda := \frac{h^2 \cdot b^2 \cdot \delta_1 \cdot \delta_2}{h \cdot \delta_2 + b \cdot \delta_1 - \delta_1^2 - \delta_2^2} \quad J = 5.818 \times 10^3$$

$$D1 := \frac{E \cdot \delta_1^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \quad D2 := \frac{E \cdot \delta_2^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \quad D1 = 208.333 \quad D2 = 1.667 \times 10^3$$

$$\text{sh}(x) := \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{2} \quad \text{ch}(x) := \frac{\exp(x) + \exp(-x)}{2} \quad M := 10 \quad G := \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad G = 1 \times 10^3$$

$$m := 30 \quad n := 1..m \quad u_{b_n} := \frac{n\pi \cdot b}{2l} \quad u_{h_n} := \frac{n\pi \cdot h}{2l} \quad \alpha_n := \frac{n\pi}{l} \quad u_{h_0} := 1 \quad u_{b_0} := 1 \quad \alpha_0 := 1 \quad M_{t_n} := \frac{2M}{n\pi} \cdot \left(1 + \cos(n\pi) - 2\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right)$$

$$\Delta 1b := \frac{\text{sh}(2ub) \cdot \frac{1+\mu}{2} - ub \cdot (1-\mu)}{\left[\text{sh}(2ub) \cdot \frac{3+\mu}{2} - ub \cdot (1-\mu) \right] \cdot (1-\mu)} \quad \Delta 1rb := \frac{\text{sh}(2ub) \cdot \frac{1+\mu}{2} + ub \cdot (1-\mu)}{\left[\text{sh}(2ub) \cdot \frac{3+\mu}{2} + ub \cdot (1-\mu) \right] \cdot (1-\mu)} \quad \Delta 2b := \frac{\text{ch}(ub)^2}{\left[\text{sh}(2ub) \cdot \frac{3+\mu}{2} - ub \cdot (1-\mu) \right] \cdot (1-\mu)}$$

$$\Delta 2rb := \frac{\text{sh}(ub)^2}{\left[\text{sh}(2ub) \cdot \frac{3+\mu}{2} + ub \cdot (1-\mu) \right] \cdot (1-\mu)} \quad \Delta 4b := \frac{\text{sh}(ub)^2}{\left[\text{sh}(2ub) \cdot \frac{3+\mu}{2} - ub \cdot (1-\mu) \right] \cdot (1-\mu)} \quad \Delta 4rb := \frac{\text{ch}(ub)^2}{\left[\text{sh}(2ub) \cdot \frac{3+\mu}{2} + ub \cdot (1-\mu) \right] \cdot (1-\mu)}$$

$$\theta_b := \frac{4 \cdot \text{ch}(ub)^2}{\text{sh}(2ub) + 2ub} \quad \theta_{br} := \frac{4 \cdot \text{sh}(ub)^2}{\text{sh}(2ub) - 2ub} \quad \eta_b := \frac{\text{sh}(2ub) - 2ub}{\text{sh}(2ub) + 2ub} \quad \eta_{br} := \frac{\text{sh}(2ub) + 2ub}{\text{sh}(2ub) - 2ub} \quad \eta_{1b} := \frac{4 \cdot \text{sh}(ub)^2}{\text{sh}(2ub) + 2ub} \quad \eta_{2b} := \frac{4 \cdot \text{ch}(ub)^2}{\text{sh}(2ub) - 2ub}$$

$$\Delta 1h := \frac{\text{sh}(2uh) \cdot \frac{1+\mu}{2} - uh \cdot (1-\mu)}{\left[\text{sh}(2uh) \cdot \frac{3+\mu}{2} - uh \cdot (1-\mu) \right] \cdot (1-\mu)} \quad \Delta 1rh := \frac{\text{sh}(2uh) \cdot \frac{1+\mu}{2} + uh \cdot (1-\mu)}{\left[\text{sh}(2uh) \cdot \frac{3+\mu}{2} + uh \cdot (1-\mu) \right] \cdot (1-\mu)} \quad \Delta 2h := \frac{\text{ch}(uh)^2}{\left[\text{sh}(2uh) \cdot \frac{3+\mu}{2} - uh \cdot (1-\mu) \right] \cdot (1-\mu)}$$

$$\Delta 2rh := \frac{\text{sh}(uh)^2}{\left[\text{sh}(2uh) \cdot \frac{3+\mu}{2} + uh \cdot (1-\mu) \right] \cdot (1-\mu)} \quad \Delta 4h := \frac{\text{sh}(uh)^2}{\left[\text{sh}(2uh) \cdot \frac{3+\mu}{2} - uh \cdot (1-\mu) \right] \cdot (1-\mu)} \quad \Delta 4rh := \frac{\text{ch}(uh)^2}{\left[\text{sh}(2uh) \cdot \frac{3+\mu}{2} + uh \cdot (1-\mu) \right] \cdot (1-\mu)}$$

$$\theta_h := \frac{4 \cdot \text{ch}(uh)^2}{\text{sh}(2uh) + 2uh} \quad \theta_{hr} := \frac{4 \cdot \text{sh}(uh)^2}{\text{sh}(2uh) - 2uh} \quad \eta_h := \frac{\text{sh}(2uh) - 2uh}{\text{sh}(2uh) + 2uh} \quad \eta_{hr} := \frac{\text{sh}(2uh) + 2uh}{\text{sh}(2uh) - 2uh} \quad \eta_{1h} := \frac{4 \cdot \text{sh}(uh)^2}{\text{sh}(2uh) + 2uh} \quad \eta_{2h} := \frac{4 \cdot \text{ch}(uh)^2}{\text{sh}(2uh) - 2uh}$$

$$a_{11} := \frac{\eta_{1h} + \eta_{2h}}{2E\alpha} + \frac{\Delta 2b + \Delta 2rb}{D1 \cdot \alpha^3} \quad a_{12} := -\frac{\eta_{1h} - \eta_{2h}}{2E\alpha} \quad a_{14} := \frac{\Delta 2b - \Delta 2rb}{D1 \cdot \alpha^3} \quad a_{15} := \frac{\Delta 1b + \Delta 1rb}{2 \cdot D1 \cdot \alpha^2} \quad a_{18} := -\frac{\Delta 1b - \Delta 1rb}{2D1 \cdot \alpha^2} \quad a_{113} := -\frac{\eta_h + \eta_{hr} - 2\mu}{2E\alpha}$$

$$a_{114} := -\frac{\eta_h - \eta_{hr}}{2E\alpha} \quad a_{21} := \frac{\Delta 1b + \Delta 1rb}{2 \cdot D1 \cdot \alpha^2} \quad a_{24} := \frac{\Delta 1b - \Delta 1rb}{2D1 \cdot \alpha^2} \quad a_{25} := \frac{\Delta 4b + \Delta 4rb}{D1 \cdot \alpha} + \frac{\Delta 4h + \Delta 4rh}{D2 \cdot \alpha} \quad a_{26} := -\frac{\Delta 4h - \Delta 4rh}{D2 \cdot \alpha} \quad a_{28} := -\frac{\Delta 4b - \Delta 4rb}{D1 \cdot \alpha}$$

$$a_{29} := -\frac{\Delta 1h + \Delta 1rh}{2D2 \cdot \alpha^2} \quad a_{210} := \frac{\Delta 1h - \Delta 1rh}{2D2 \cdot \alpha^2} \quad a_{32} := \frac{\eta_{1h} + \eta_{2h}}{2E\alpha} + \frac{\Delta 2b + \Delta 2rb}{D1 \cdot \alpha^3} \quad a_{33} := \frac{\Delta 2b - \Delta 2rb}{D1 \cdot \alpha^3} \quad a_{36} := \frac{\Delta 1b + \Delta 1rb}{2D1 \cdot \alpha^2} \quad a_{37} := -\frac{\Delta 1b - \Delta 1rb}{2D1 \cdot \alpha^2}$$

$$\begin{aligned}
a_{314} &:= -\frac{\eta h + \eta h r - 2\mu}{2E\alpha} & a_{31} &:= -\frac{\eta 1h - \eta 2h}{2E\alpha} & a_{313} &:= \frac{\eta h - \eta h r}{2E\alpha} & a_{42} &:= \frac{\Delta 1b + \Delta 1rb}{2\alpha^2 \cdot D1} & a_{43} &:= \frac{\Delta 1b - \Delta 1rb}{2\alpha^2 \cdot D1} & a_{45} &:= -\frac{\Delta 4h - \Delta 4rh}{D2\alpha} \\
a_{46} &:= \frac{\Delta 4b + \Delta 4rb}{D1\alpha} + \frac{\Delta 4h + \Delta 4rh}{D2\alpha} & a_{47} &:= -\frac{\Delta 4b - \Delta 4rb}{D1\alpha} & a_{49} &:= \frac{\Delta 1h - \Delta 1rh}{2D2\alpha^2} & a_{410} &:= -\frac{\Delta 1h + \Delta 1rh}{2D2\alpha^2} & a_{51} &:= \frac{\Delta 2b - \Delta 2rb}{D1\alpha^3} \\
a_{54} &:= \frac{\eta 1h + \eta 2h}{2E\alpha} + \frac{\Delta 2b + \Delta 2rb}{D1\alpha^3} & a_{55} &:= \frac{\Delta 1b - \Delta 1rb}{2 \cdot D1\alpha^2} & a_{58} &:= -\frac{\Delta 1b + \Delta 1rb}{2 \cdot D1\alpha^2} & a_{516} &:= \frac{\eta h + \eta h r - 2\mu}{2E\alpha} & a_{53} &:= -\frac{\eta 1h + \eta 2h}{2E\alpha} & a_{515} &:= \frac{\eta h - \eta h r}{2E\alpha} \\
a_{61} &:= \frac{\Delta 1b - \Delta 1rb}{2 \cdot D1\alpha^2} & a_{64} &:= \frac{\Delta 1b + \Delta 1rb}{2 \cdot D1\alpha^2} & a_{65} &:= \frac{\Delta 4b - \Delta 4rb}{D1\alpha} & a_{67} &:= \frac{\Delta 4h - \Delta 4rh}{D2\alpha} & a_{68} &:= -\left(\frac{\Delta 4b + \Delta 4rb}{D1\alpha} + \frac{\Delta 4h + \Delta 4rh}{D2\alpha}\right) & a_{611} &:= -\frac{\Delta 1h - \Delta 1rh}{2D2\alpha^2} \\
a_{612} &:= \frac{\Delta 1h + \Delta 1rh}{2D2\alpha^2} & a_{72} &:= \frac{\Delta 2b - \Delta 2rb}{D1\alpha^3} & a_{73} &:= \frac{\eta 1h + \eta 2h}{2E\alpha} + \frac{\Delta 2b + \Delta 2rb}{D1\alpha^3} & a_{76} &:= \frac{\Delta 1b - \Delta 1rb}{2D1\alpha^2} & a_{77} &:= -\frac{\Delta 1b + \Delta 1rb}{2D1\alpha^2} & a_{715} &:= \frac{\eta h + \eta h r - 2\mu}{2E\alpha} \\
a_{74} &:= \frac{\eta 1h + \eta 2h}{2E\alpha} & a_{716} &:= \frac{\eta h - \eta h r}{2E\alpha} & a_{82} &:= \frac{\Delta 1b - \Delta 1rb}{2\alpha^2 \cdot D1} & a_{83} &:= \frac{\Delta 1b + \Delta 1rb}{2\alpha^2 \cdot D1} & a_{86} &:= \frac{\Delta 4b - \Delta 4rb}{D1\alpha} & a_{87} &:= -\left(\frac{\Delta 4b + \Delta 4rb}{D1\alpha} + \frac{\Delta 4h + \Delta 4rh}{D2\alpha}\right) \\
a_{88} &:= \frac{\Delta 4h - \Delta 4rh}{D2\alpha} & a_{811} &:= \frac{\Delta 1h + \Delta 1rh}{2D2\alpha^2} & a_{812} &:= -\frac{\Delta 1h - \Delta 1rh}{2D2\alpha^2} & a_{95} &:= -\frac{\Delta 1h + \Delta 1rh}{2D2\alpha^2} & a_{96} &:= \frac{\Delta 1h - \Delta 1rh}{2D2\alpha^2} & a_{99} &:= \frac{\eta 1b + \eta 2b}{2E\alpha} + \frac{\Delta 2h + \Delta 2rh}{D2\alpha^3} \\
a_{910} &:= -\frac{\Delta 2h - \Delta 2rh}{D2\alpha^3} & a_{913} &:= \frac{\eta b + \eta b r - 2\mu}{2E\alpha} & a_{912} &:= -\frac{\eta 1b - \eta 2b}{2E\alpha} & a_{916} &:= -\frac{\eta b - \eta b r}{2E\alpha} & a_{101} &:= -\frac{\eta h + \eta h r - 2\mu}{2E\alpha} & a_{109} &:= -\frac{\eta b + \eta b r - 2\mu}{2E\alpha} \\
a_{1013} &:= -\frac{\theta b + \theta b r + \theta h + \theta h r}{2E\alpha} & a_{1012} &:= \frac{\eta b - \eta b r}{2E\alpha} & a_{1016} &:= -\frac{\theta b - \theta b r}{2E\alpha} & a_{1014} &:= \frac{\theta h - \theta h r}{2E\alpha} & a_{102} &:= -\frac{\eta h - \eta h r}{2E\alpha} & a_{115} &:= \frac{\Delta 1h - \Delta 1rh}{2D2\alpha^2} \\
a_{116} &:= -\frac{\Delta 1h + \Delta 1rh}{2D2\alpha^2} & a_{119} &:= -\frac{\Delta 2h - \Delta 2rh}{D2\alpha^3} & a_{1110} &:= \frac{\eta 1b + \eta 2b}{2E\alpha} + \frac{\Delta 2h + \Delta 2rh}{D2\alpha^3} & a_{1114} &:= \frac{\eta b + \eta b r - 2\mu}{2E\alpha} & a_{1111} &:= -\frac{\eta 1b - \eta 2b}{2E\alpha} \\
a_{1115} &:= -\frac{\eta b - \eta b r}{2E\alpha} & a_{122} &:= -\frac{\eta h + \eta h r - 2\mu}{2E\alpha} & a_{1210} &:= -\frac{\eta b + \eta b r - 2\mu}{2E\alpha} & a_{1214} &:= \frac{\theta b + \theta b r - \theta h - \theta h r}{2E\alpha} & a_{1211} &:= \frac{\eta b - \eta b r}{2E\alpha} & a_{1215} &:= \frac{\theta b - \theta b r}{2E\alpha} \\
a_{121} &:= \frac{\eta h - \eta h r}{2E\alpha} & a_{1213} &:= \frac{\theta h - \theta h r}{2E\alpha} & a_{137} &:= -\frac{\Delta 1h - \Delta 1rh}{2D2\alpha^2} & a_{138} &:= \frac{\Delta 1h + \Delta 1rh}{2D2\alpha^2} & a_{1311} &:= \frac{\Delta 2h - \Delta 2rh}{D2\alpha^3} & a_{1312} &:= -\frac{\eta 1b + \eta 2b}{2E\alpha} - \frac{\Delta 2h + \Delta 2rh}{D2\alpha^3} \\
a_{1316} &:= -\frac{\eta b + \eta b r - 2\mu}{2E\alpha} & a_{139} &:= -\frac{\eta 1b - \eta 2b}{2E\alpha} & a_{1313} &:= \frac{\eta b - \eta b r}{2E\alpha} & a_{144} &:= \frac{\eta h + \eta h r - 2\mu}{2E\alpha} & a_{1412} &:= \frac{\eta b + \eta b r - 2\mu}{2E\alpha} & a_{1416} &:= \frac{\theta b + \theta b r - \theta h - \theta h r}{2E\alpha} \\
a_{149} &:= -\frac{\eta b - \eta b r}{2E\alpha} & a_{1413} &:= -\frac{\theta b - \theta b r}{2E\alpha} & a_{1415} &:= -\frac{\theta h - \theta h r}{2E\alpha} & a_{143} &:= -\frac{\eta h - \eta h r}{2E\alpha} & a_{157} &:= \frac{\Delta 1h + \Delta 1rh}{2D2\alpha^2} & a_{158} &:= -\frac{\Delta 1h - \Delta 1rh}{2D2\alpha^2} \\
a_{1511} &:= -\frac{\eta 1b + \eta 2b}{2E\alpha} - \frac{\Delta 2h + \Delta 2rh}{D2\alpha^3} & a_{1512} &:= \frac{\Delta 2h - \Delta 2rh}{D2\alpha^3} & a_{1515} &:= -\frac{\eta b + \eta b r - 2\mu}{2E\alpha} & a_{1510} &:= -\frac{\eta 1b - \eta 2b}{2E\alpha} & a_{1514} &:= \frac{\eta b - \eta b r}{2E\alpha} \\
a_{163} &:= \frac{\eta h + \eta h r - 2\mu}{2E\alpha} & a_{1611} &:= -\frac{\eta b + \eta b r - 2\mu}{2E\alpha} & a_{1615} &:= -\frac{\theta b + \theta b r + \theta h + \theta h r}{2E\alpha} & a_{1614} &:= -\frac{\theta b - \theta b r}{2E\alpha} & a_{1610} &:= \frac{\eta b - \eta b r}{2E\alpha} & a_{1616} &:= -\frac{\theta h - \theta h r}{2E\alpha} \\
a_{164} &:= \frac{\eta h - \eta h r}{2E\alpha}
\end{aligned}$$

$\beta :=$ for $n \in 1..m$

| | |
|-----------------|--|
| $C1 \leftarrow$ | $\begin{pmatrix} a11_n & a12_n & 0 & a14_n & a15_n & 0 & 0 & a18_n & 0 & 0 & 0 & 0 & a113_n & a114_n & 0 & 0 \\ a21_n & 0 & 0 & a24_n & a25_n & a26_n & 0 & a28_n & a29_n & a210_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a31_n & a32_n & a33_n & 0 & 0 & a36_n & a37_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a313_n & a314_n & 0 & 0 \\ 0 & a42_n & a43_n & 0 & a45_n & a46_n & a47_n & 0 & a49_n & a410_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a51_n & 0 & a53_n & a54_n & a55_n & 0 & 0 & a58_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a515_n & a516_n \\ a61_n & 0 & 0 & a64_n & a65_n & 0 & a67_n & a68_n & 0 & 0 & a611_n & a612_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a72_n & a73_n & a74_n & 0 & a76_n & a77_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a715_n & a716_n \\ 0 & a82_n & a83_n & 0 & 0 & a86_n & a87_n & a88_n & 0 & 0 & a811_n & a812_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a95_n & a96_n & 0 & 0 & a99_n & a910_n & 0 & a912_n & a913_n & 0 & 0 & a916_n \\ a101_n & a102_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a109_n & 0 & 0 & a1012_n & a1013_n & a1014_n & 0 & a1016_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a115_n & a116_n & 0 & 0 & a119_n & a1110_n & a1111_n & 0 & 0 & a1114_n & a1115_n & 0 \\ a121_n & a122_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a1210_n & a1211_n & 0 & a1213_n & a1214_n & a1215_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a137_n & a138_n & a139_n & 0 & a1311_n & a1312_n & a1313_n & 0 & 0 & a1316_n \\ 0 & 0 & a143_n & a144_n & 0 & 0 & 0 & 0 & a149_n & 0 & 0 & a1412_n & a1413_n & 0 & a1415_n & a1416_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a157_n & a158_n & 0 & a1510_n & a1511_n & a1512_n & 0 & a1514_n & a1515_n & 0 \\ 0 & 0 & a163_n & a164_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a1610_n & a1611_n & 0 & 0 & a1614_n & a1615_n & a1616_n \end{pmatrix}$ |
| $b1 \leftarrow$ | $\begin{pmatrix} \frac{l \cdot b \cdot Mt_n}{2 \cdot J \cdot G} \\ \frac{l \cdot Mt_n}{J \cdot G} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{l \cdot b \cdot Mt_n}{2 \cdot J \cdot G} \\ \frac{l \cdot Mt_n}{J \cdot G} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ |

$X1 \leftarrow C1^{-1} \cdot b1$
for $i \in 1..16$
 $\beta_{i,n} \leftarrow X1_{i-1}$

β

$$\underline{\underline{M(x)}} := \sum_{n=1}^m \left(Mt_n \cdot \sin\left(\frac{n \pi \cdot x}{l}\right) \right)$$

$$\begin{aligned}
S1(x) &:= \sum_{n=1}^m \left(\beta_{1,n} \cdot \sin\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right) & S2(x) &:= \sum_{n=1}^m \left(\beta_{2,n} \cdot \sin\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right) & S3(x) &:= \sum_{n=1}^m \left(\beta_{3,n} \cdot \sin\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right) & S4(x) &:= \sum_{n=1}^m \left(\beta_{4,n} \cdot \sin\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right) \\
M1(x) &:= \sum_{n=1}^m \left(\beta_{5,n} \cdot \sin\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right) & M2(x) &:= \sum_{n=1}^m \left(\beta_{6,n} \cdot \sin\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right) & M3(x) &:= \sum_{n=1}^m \left(\beta_{7,n} \cdot \sin\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right) & M4(x) &:= \sum_{n=1}^m \left(\beta_{8,n} \cdot \sin\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right) \\
H1(x) &:= \sum_{n=1}^m \left(\beta_{9,n} \cdot \sin\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right) & H2(x) &:= \sum_{n=1}^m \left(\beta_{10,n} \cdot \sin\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right) & H3(x) &:= \sum_{n=1}^m \left(\beta_{11,n} \cdot \sin\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right) & H4(x) &:= \sum_{n=1}^m \left(\beta_{12,n} \cdot \sin\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right) \\
T1(x) &:= \sum_{n=1}^m \left(\beta_{13,n} \cdot \sin\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right) & T2(x) &:= \sum_{n=1}^m \left(\beta_{14,n} \cdot \sin\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right) & T3(x) &:= \sum_{n=1}^m \left(\beta_{15,n} \cdot \sin\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right) & T4(x) &:= \sum_{n=1}^m \left(\beta_{16,n} \cdot \sin\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right)
\end{aligned}$$

Б.2. Розрахунок напружено-деформованого стану та міцності залізобетонних елементів коробчастого перерізу з нормальними тріщинами (лістинг програми) методика ТПР

$$b := 10 \quad h := 10 \quad \delta := 1 \quad l := 40 \quad E := 2400 \quad \mu := 0.2 \quad M := 9.8 \quad G := \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

$$\text{alfa} := 0.3228 \quad MM := M \quad Zs := 16.75 \quad dds := 0.8 \quad Eb := E$$

$$Jz1 := \frac{2 \cdot b \cdot \delta^3}{12} \quad Jy1 := \frac{\delta \cdot (2 \cdot b)^3}{12} \quad Jt1 := 2 \cdot b \cdot \delta^3 \cdot \text{alfa} \quad Dz1 := \frac{1 \cdot \delta^3 \cdot E}{12} \quad Fy1 := \delta \cdot 1 \quad Dx1 := \frac{\delta \cdot 1^3 \cdot E}{12}$$

$$Jz2 := \frac{\delta \cdot (2 \cdot h)^3}{12} \quad Jy2 := \frac{2 \cdot h \cdot \delta^3}{12} \quad Jt2 := 2 \cdot h \cdot \delta^3 \cdot \text{alfa} \quad Dy2 := \frac{1 \cdot \delta^3 \cdot E}{12} \quad Fz2 := \delta \cdot 1 \quad Dx2 := \frac{\delta \cdot 1^3 \cdot E}{12}$$

$$Jz3 := \frac{2 \cdot b \cdot \delta^3}{12} \quad Jy3 := \frac{\delta \cdot (2 \cdot b)^3}{12} \quad Jt3 := 2 \cdot b \cdot \delta^3 \cdot \text{alfa} \quad Dz3 := \frac{1 \cdot \delta^3 \cdot E}{12} \quad Fy3 := \delta \cdot 1 \quad Dx3 := \frac{\delta \cdot 1^3 \cdot E}{12}$$

$$Jz4 := \frac{\delta \cdot (2 \cdot h)^3}{12} \quad Jy4 := \frac{2 \cdot h \cdot \delta^3}{12} \quad Jt4 := 2 \cdot h \cdot \delta^3 \cdot \text{alfa} \quad Dy4 := \frac{1 \cdot \delta^3 \cdot E}{12} \quad Fz4 := \delta \cdot 1 \quad Dx4 := \frac{\delta \cdot 1^3 \cdot E}{12}$$

$$m := 50 \quad n := 1..m \quad \alpha_n := \frac{n\pi}{1} \quad Mt_n := \frac{2M}{n\pi} \cdot (1 - \cos(n\pi))$$

$$a11_n := -\frac{b^2 \cdot \alpha^2}{G \cdot Jt1} - \frac{b^3 \cdot \alpha^4}{3 \cdot Dz1} - \frac{1}{E \cdot Jz1} - \frac{1}{E \cdot Jz2} - \frac{h \cdot \alpha^4}{E \cdot Fz2} \quad a12_n := \frac{1}{E \cdot Jz2} \quad a13_n := 0 \quad a14_n := -\frac{b^2 \cdot \alpha^2}{G \cdot Jt1} + \frac{1}{E \cdot Jz1} \quad a15_n := -\frac{b}{G \cdot Jt1} - \frac{b^2 \cdot \alpha^2}{2 \cdot Dz1} \quad a16_n := 0 \quad a17_n := 0 \quad a18_n := \frac{b}{G \cdot Jt1}$$

$$a19_n := \frac{h}{E \cdot Jz2} \quad a110_n := \frac{h}{E \cdot Jz2} \quad a111_n := 0 \quad a112_n := 0 \quad a113_n := 0 \quad a114_n := 0 \quad a115_n := 0 \quad a116_n := 0$$

$$a21_n := 0 \quad a22_n := 0 \quad a23_n := 0 \quad a24_n := 0 \quad a25_n := -\frac{h}{G \cdot Jt2} - \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{2 \cdot Dy2} \quad a26_n := \frac{h}{G \cdot Jt2} \quad a27_n := 0 \quad a28_n := 0 \quad a29_n := -\frac{b}{E \cdot Jy1} \quad a210_n := 0 \quad a211_n := 0$$

$$a212_n := -\frac{b}{E \cdot Jy1} \quad a213_n := \frac{1}{E \cdot Jy1} + \frac{b \cdot \alpha^4}{E \cdot Fy1} + \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{G \cdot Jt2} + \frac{h^3 \cdot \alpha^4}{3 \cdot Dy2} + \frac{1}{E \cdot Jy2} \quad a214_n := -\frac{1}{E \cdot Jy2} + \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{G \cdot Jt2} \quad a215_n := 0 \quad a216_n := -\frac{1}{E \cdot Jy1}$$

$$a31_n := -\frac{b \cdot \alpha^2}{G \cdot Jt1} - \frac{b^2 \cdot \alpha^4}{2 \cdot Dz1} \quad a32_n := 0 \quad a33_n := 0 \quad a34_n := -\frac{b \cdot \alpha^2}{G \cdot Jt1} \quad a35_n := -\frac{1}{G \cdot Jt1} - \frac{b \cdot \alpha^2}{Dz1} - \frac{1}{G \cdot Jt2} - \frac{h \cdot \alpha^2}{Dy2} \quad a36_n := \frac{1}{G \cdot Jt2} \quad a37_n := 0 \quad a38_n := \frac{1}{G \cdot Jt1} \quad a39_n := 0$$

$$a310_n := 0 \quad a311_n := 0 \quad a312_n := 0 \quad a313_n := \frac{h \cdot \alpha^2}{G \cdot Jt2} + \frac{h^2 \cdot \alpha^4}{2 \cdot Dy2} \quad a314_n := \frac{h \cdot \alpha^2}{G \cdot Jt2} \quad a315_n := 0 \quad a316_n := 0$$

$$a41_n := \frac{h}{E \cdot Jz2} \quad a42_n := -\frac{h}{E \cdot Jz2} \quad a43_n := 0 \quad a44_n := 0 \quad a45_n := 0 \quad a46_n := 0 \quad a47_n := 0 \quad a48_n := 0 \quad a49_n := -\frac{b^2}{E \cdot Jy1} - \frac{b^3 \cdot \alpha^2}{3 \cdot Dx1} - \frac{h^2}{E \cdot Jz2} - \frac{h^3 \cdot \alpha^2}{3 \cdot Dx2} \quad a410_n := -\frac{h^2}{E \cdot Jz2}$$

$$a411_n := 0 \quad a412_n := -\frac{b^2}{E \cdot Jy1} \quad a413_n := \frac{b}{E \cdot Jy1} \quad a414_n := 0 \quad a415_n := 0 \quad a416_n := -\frac{b}{E \cdot Jy1} \quad a417_n := -\frac{1}{E \cdot Jz2} \quad a418_n := \frac{b^2 \cdot \alpha^2}{G \cdot Jt3} + \frac{b^3 \cdot \alpha^4}{3 \cdot Dz3} + \frac{1}{E \cdot Jz3} + \frac{1}{E \cdot Jz2} + \frac{h \cdot \alpha^4}{E \cdot Fz2}$$

$$a53_n := \frac{b^2 \cdot \alpha^2}{G \cdot Jt3} - \frac{1}{E \cdot Jz3} \quad a54_n := 0 \quad a55_n := 0 \quad a56_n := \frac{b}{G \cdot Jt3} + \frac{b^2 \cdot \alpha^2}{2 \cdot Dz3} \quad a57_n := -\frac{b}{G \cdot Jt3} \quad a58_n := 0 \quad a59_n := \frac{h}{E \cdot Jz2} \quad a510_n := \frac{h}{E \cdot Jz2} \quad a511_n := 0 \quad a512_n := 0$$

$$a513_n := 0 \quad a514_n := 0 \quad a515_n := 0 \quad a516_n := 0 \quad a61_n := 0 \quad a62_n := 0 \quad a63_n := 0 \quad a64_n := 0 \quad a65_n := \frac{h}{G \cdot Jt2} \quad a66_n := -\frac{h}{G \cdot Jt2} - \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{2 \cdot Dy2} \quad a67_n := 0 \quad a68_n := 0 \quad a69_n := 0$$

$$a610_n := \frac{b}{E \cdot Jy3} \quad a611_n := \frac{b}{E \cdot Jy3} \quad a612_n := 0 \quad a613_n := -\frac{h^2 \cdot \alpha^2}{G \cdot Jt2} + \frac{1}{E \cdot Jy2} \quad a614_n := -\frac{1}{E \cdot Jy3} - \frac{b \cdot \alpha^4}{E \cdot Fy3} - \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{G \cdot Jt2} - \frac{h^3 \cdot \alpha^4}{3 \cdot Dy2} - \frac{1}{E \cdot Jy2} \quad a615_n := \frac{1}{E \cdot Jy3} \quad a616_n := 0$$

$$a71_n := 0 \quad a72 := \frac{b \cdot \alpha^2}{GJt3} + \frac{b^2 \cdot \alpha^4}{2 \cdot Dz3} \quad a73 := \frac{b \cdot \alpha^2}{GJt3} \quad a74_n := 0 \quad a75_n := -\frac{1}{GJt2} \quad a76 := \frac{1}{GJt3} + \frac{b \cdot \alpha^2}{Dz3} + \frac{1}{GJt2} + \frac{h \cdot \alpha^2}{Dy2} \quad a77_n := -\frac{1}{GJt3} \quad a78_n := 0 \quad a79_n := 0 \quad a710_n := 0$$

$$a711_n := 0 \quad a712_n := 0 \quad a713 := \frac{h \cdot \alpha^2}{GJt2} \quad a714 := \frac{h \cdot \alpha^2}{GJt2} + \frac{h^2 \cdot \alpha^4}{2 \cdot Dy2} \quad a715_n := 0 \quad a716_n := 0 \quad a81_n := \frac{h}{EJz2} \quad a82_n := -\frac{h}{EJz2} \quad a83_n := 0 \quad a84_n := 0 \quad a85_n := 0 \quad a86_n := 0$$

$$a87_n := 0 \quad a88_n := 0 \quad a89_n := \frac{h^2}{EJz2} \quad a810 := \frac{b^2}{EJy3} + \frac{b^3 \cdot \alpha^2}{3 \cdot Dx3} + \frac{h^2}{EJz2} + \frac{h^3 \cdot \alpha^2}{3 \cdot Dx2} \quad a811_n := \frac{b^2}{EJy3} \quad a812_n := 0 \quad a813_n := 0 \quad a814_n := -\frac{b}{EJy3} \quad a815_n := \frac{b}{EJy3} \quad a816_n := 0$$

$$a91_n := 0 \quad a92 := -\frac{b^2 \cdot \alpha^2}{GJt3} + \frac{1}{EJz3} \quad a93 := -\frac{b^2 \cdot \alpha^2}{GJt3} - \frac{b^3 \cdot \alpha^4}{3 \cdot Dz3} - \frac{1}{EJz3} - \frac{1}{EJz4} - \frac{h \cdot \alpha^4}{EJz4} \quad a94_n := \frac{1}{EJz4} \quad a95_n := 0 \quad a96_n := -\frac{b}{GJt3} \quad a97 := \frac{b}{GJt3} + \frac{b^2 \cdot \alpha^2}{2 \cdot Dz3} \quad a98_n := 0$$

$$a99_n := 0 \quad a910_n := 0 \quad a911_n := -\frac{h}{EJz4} \quad a912_n := -\frac{h}{EJz4} \quad a913_n := 0 \quad a914_n := 0 \quad a915_n := 0 \quad a916_n := 0 \quad a101_n := 0 \quad a102_n := 0 \quad a103_n := 0 \quad a104_n := 0$$

$$a105_n := 0 \quad a106_n := 0 \quad a107 := \frac{h}{GJt4} + \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{2 \cdot Dy4} \quad a108_n := -\frac{h}{GJt4} \quad a109_n := 0 \quad a1010_n := \frac{b}{EJy3} \quad a1011_n := \frac{b}{EJy3} \quad a1012_n := 0 \quad a1013_n := 0 \quad a1014_n := -\frac{1}{EJy3}$$

$$a1015 := \frac{1}{EJy3} + \frac{b \cdot \alpha^4}{EJy3} + \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{GJt4} + \frac{h^3 \cdot \alpha^4}{3 \cdot Dy4} + \frac{1}{EJy4} \quad a1016 := \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{GJt4} - \frac{1}{EJy4} \quad a111_n := 0 \quad a112 := \frac{b \cdot \alpha^2}{GJt3} \quad a113 := \frac{b \cdot \alpha^2}{GJt3} + \frac{b^2 \cdot \alpha^4}{2 \cdot Dz3} \quad a114_n := 0 \quad a115_n := 0 \quad a116_n := \frac{1}{GJt3}$$

$$a117 := -\frac{1}{GJt3} - \frac{b \cdot \alpha^2}{Dz3} - \frac{1}{GJt4} - \frac{h \cdot \alpha^2}{Dy4} \quad a118_n := \frac{1}{GJt4} \quad a119_n := 0 \quad a1110_n := 0 \quad a1111_n := 0 \quad a1112_n := 0 \quad a1113_n := 0 \quad a1114_n := 0 \quad a1115 := -\frac{h \cdot \alpha^2}{GJt4} - \frac{h^2 \cdot \alpha^4}{2 \cdot Dy4}$$

$$a1116 := -\frac{h \cdot \alpha^2}{GJt4} \quad a121_n := 0 \quad a122_n := 0 \quad a123_n := \frac{h}{EJz4} \quad a124_n := -\frac{h}{EJz4} \quad a125_n := 0 \quad a126_n := 0 \quad a127_n := 0 \quad a128_n := 0 \quad a129_n := 0 \quad a1210_n := -\frac{b^2}{EJy3}$$

$$a1211 := -\frac{b^2}{EJy3} - \frac{b^3 \cdot \alpha^2}{3 \cdot Dx3} - \frac{h^2}{EJz4} - \frac{h^3 \cdot \alpha^2}{3 \cdot Dx4} \quad a1212_n := -\frac{h^2}{EJz4} \quad a1213_n := 0 \quad a1214_n := \frac{b}{EJy3} \quad a1215_n := -\frac{b}{EJy3} \quad a1216_n := 0 \quad a131 := \frac{b^2 \cdot \alpha^2}{GJt1} - \frac{1}{EJz1} \quad a132_n := 0$$

$$a133_n := -\frac{1}{EJz4} \quad a134 := \frac{b^2 \cdot \alpha^2}{GJt1} + \frac{b^3 \cdot \alpha^4}{3 \cdot Dz1} + \frac{1}{EJz1} + \frac{1}{EJz4} + \frac{h \cdot \alpha^4}{EJz4} \quad a135_n := \frac{b}{GJt1} \quad a136_n := 0 \quad a137_n := 0 \quad a138 := -\frac{b}{GJt1} - \frac{b^2 \cdot \alpha^2}{2 \cdot Dz1} \quad a139_n := 0$$

$$a1310_n := 0 \quad a1311_n := -\frac{h}{EJz4} \quad a1312_n := -\frac{h}{EJz4} \quad a1313_n := 0 \quad a1314_n := 0 \quad a1315_n := 0 \quad a1316_n := 0 \quad a141_n := 0 \quad a142_n := 0 \quad a143_n := 0 \quad a144_n := 0 \quad a145_n := 0$$

$$a146_n := 0 \quad a147_n := -\frac{h}{GJt4} \quad a148 := \frac{h}{GJt4} + \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{2 \cdot Dy4} \quad a149_n := -\frac{b}{EJy1} \quad a1410_n := 0 \quad a1411_n := 0 \quad a1412_n := -\frac{b}{EJy1} \quad a1413_n := \frac{1}{EJy1} \quad a1414_n := 0$$

$$a1415 := \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{GJt4} + \frac{1}{EJy4} \quad a1416 := -\frac{1}{EJy1} - \frac{b \cdot \alpha^4}{EJy1} - \frac{h^2 \cdot \alpha^2}{GJt4} - \frac{h^3 \cdot \alpha^4}{3 \cdot Dy4} - \frac{1}{EJy4} \quad a151 := -\frac{b \cdot \alpha^2}{GJt1} \quad a152_n := 0 \quad a153_n := 0 \quad a154 := -\frac{b \cdot \alpha^2}{GJt1} - \frac{b^2 \cdot \alpha^4}{2 \cdot Dz1} \quad a155_n := -\frac{1}{GJt1}$$

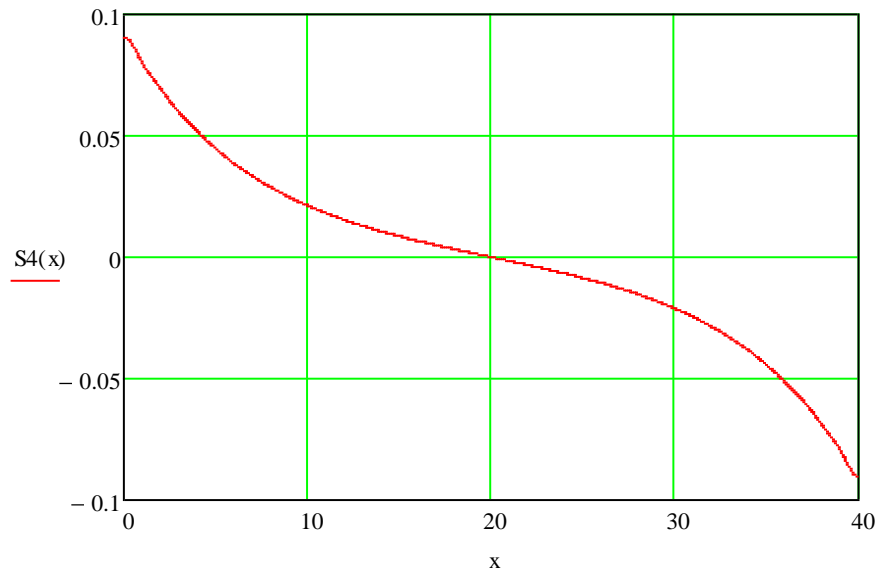
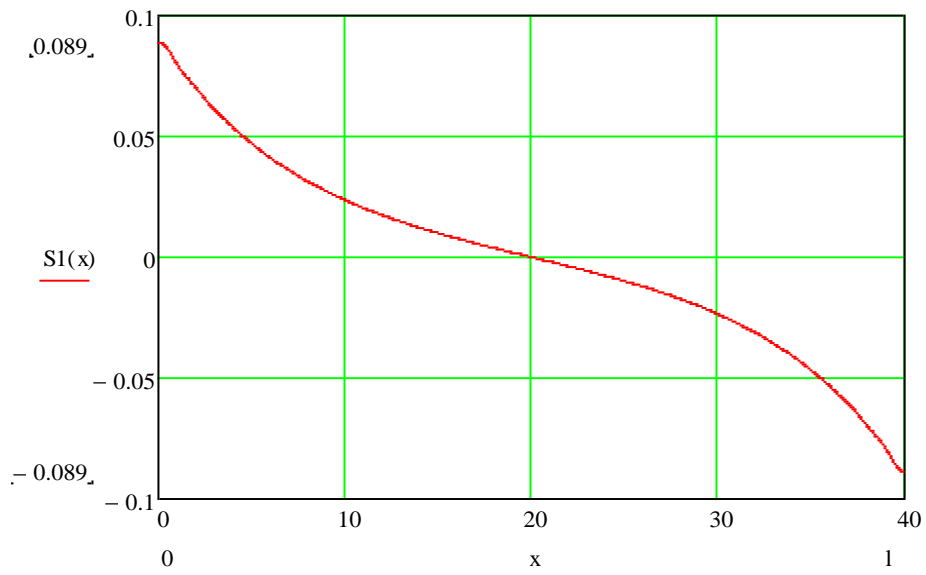
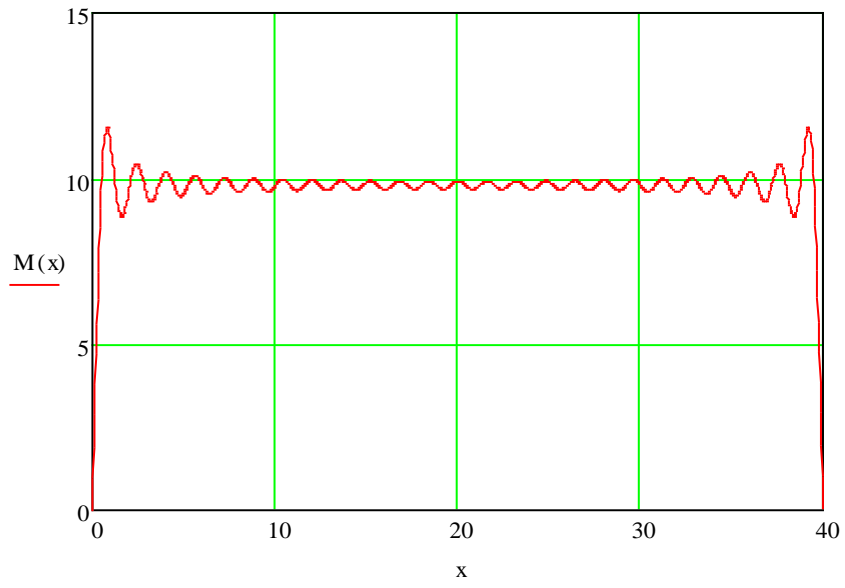
$$a156_n := 0 \quad a157_n := -\frac{1}{GJt4} \quad a158 := \frac{1}{GJt1} + \frac{b \cdot \alpha^2}{Dz1} + \frac{1}{GJt4} + \frac{h \cdot \alpha^2}{Dy4} \quad a159_n := 0 \quad a1510_n := 0 \quad a1511_n := 0 \quad a1512_n := 0 \quad a1513_n := 0 \quad a1514_n := 0 \quad a1515 := -\frac{h \cdot \alpha^2}{GJt4}$$

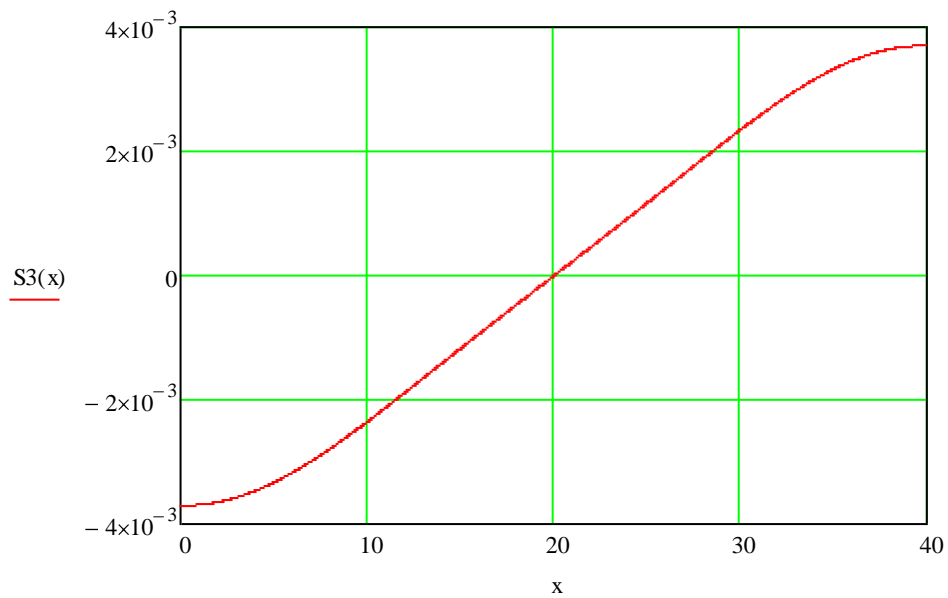
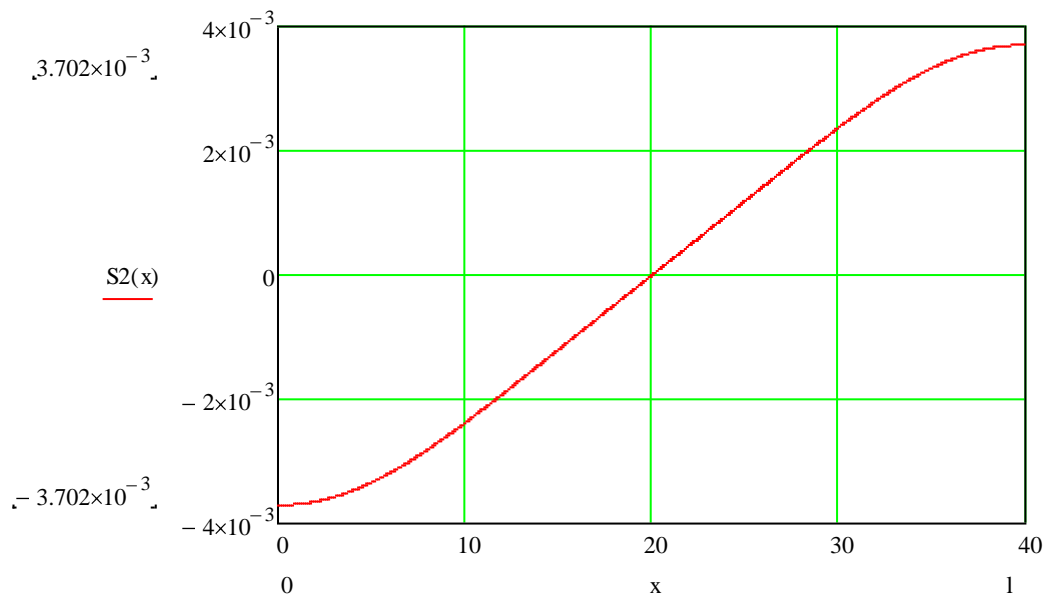
$$a1516 := -\frac{h \cdot \alpha^2}{GJt4} - \frac{h^2 \cdot \alpha^4}{2 \cdot Dy4} \quad a161_n := 0 \quad a162_n := 0 \quad a163_n := \frac{h}{EJz4} \quad a164_n := -\frac{h}{EJz4} \quad a165_n := 0 \quad a166_n := 0 \quad a167_n := 0 \quad a168_n := 0 \quad a169_n := \frac{b^2}{EJy1} \quad a1610_n := 0$$

$$a1611_n := \frac{h^2}{EJz4} \quad a1612 := \frac{b^2}{EJy1} + \frac{b^3 \cdot \alpha^2}{3 \cdot Dx1} + \frac{h^2}{EJz4} + \frac{h^3 \cdot \alpha^2}{3 \cdot Dx4} \quad a1613_n := -\frac{b}{EJy1} \quad a1614_n := 0 \quad a1615_n := 0 \quad a1616_n := \frac{b}{EJy1}$$

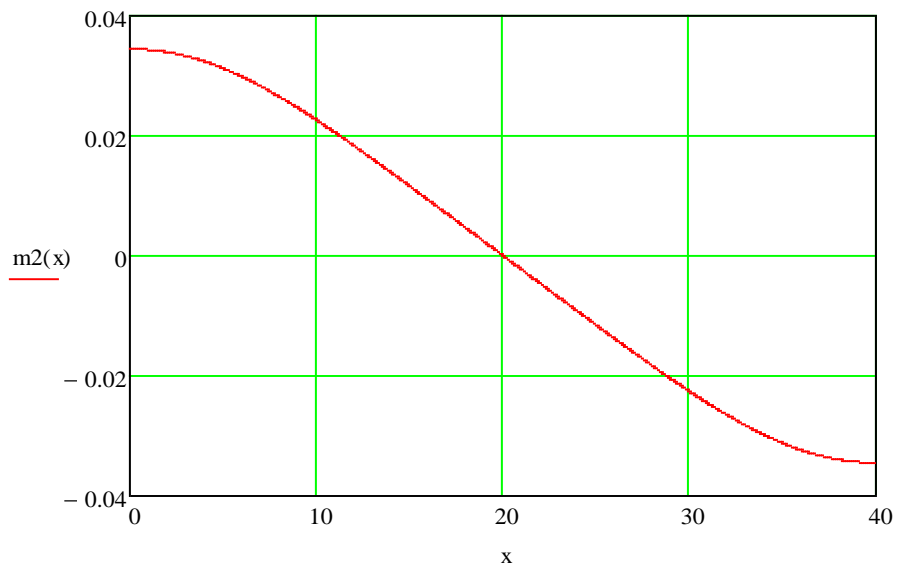
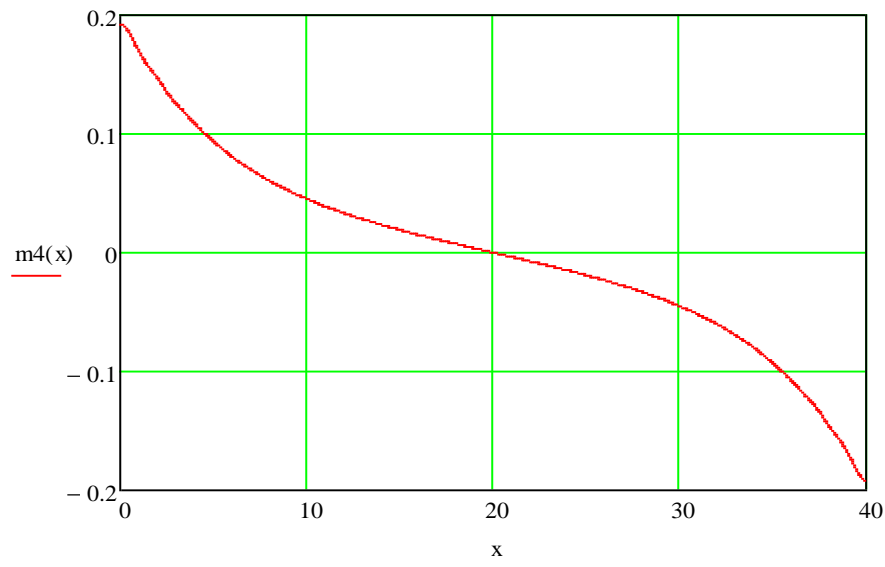
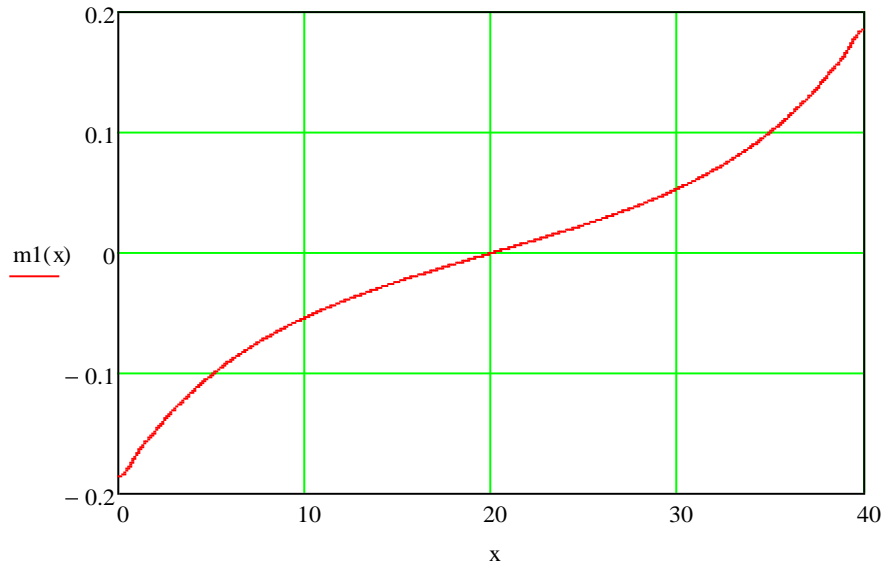
$$\beta := \text{for } n \in 1..m \left(\begin{array}{l}
\left(\begin{array}{l}
a11_n \ a12_n \ a13_n \ a14_n \ a15_n \ a16_n \ a17_n \ a18_n \ a19_n \ a110_n \ a111_n \ a112_n \ a113_n \ a114_n \ a115_n \ a116_n \\
a21_n \ a22_n \ a23_n \ a24_n \ a25_n \ a26_n \ a27_n \ a28_n \ a29_n \ a210_n \ a211_n \ a212_n \ a213_n \ a214_n \ a215_n \ a216_n \\
a31_n \ a32_n \ a33_n \ a34_n \ a35_n \ a36_n \ a37_n \ a38_n \ a39_n \ a310_n \ a311_n \ a312_n \ a313_n \ a314_n \ a315_n \ a316_n \\
a41_n \ a42_n \ a43_n \ a44_n \ a45_n \ a46_n \ a47_n \ a48_n \ a49_n \ a410_n \ a411_n \ a412_n \ a413_n \ a414_n \ a415_n \ a416_n \\
a51_n \ a52_n \ a53_n \ a54_n \ a55_n \ a56_n \ a57_n \ a58_n \ a59_n \ a510_n \ a511_n \ a512_n \ a513_n \ a514_n \ a515_n \ a516_n \\
a61_n \ a62_n \ a63_n \ a64_n \ a65_n \ a66_n \ a67_n \ a68_n \ a69_n \ a610_n \ a611_n \ a612_n \ a613_n \ a614_n \ a615_n \ a616_n \\
a71_n \ a72_n \ a73_n \ a74_n \ a75_n \ a76_n \ a77_n \ a78_n \ a79_n \ a710_n \ a711_n \ a712_n \ a713_n \ a714_n \ a715_n \ a716_n \\
a81_n \ a82_n \ a83_n \ a84_n \ a85_n \ a86_n \ a87_n \ a88_n \ a89_n \ a810_n \ a811_n \ a812_n \ a813_n \ a814_n \ a815_n \ a816_n \\
a91_n \ a92_n \ a93_n \ a94_n \ a95_n \ a96_n \ a97_n \ a98_n \ a99_n \ a910_n \ a911_n \ a912_n \ a913_n \ a914_n \ a915_n \ a916_n \\
a101_n \ a102_n \ a103_n \ a104_n \ a105_n \ a106_n \ a107_n \ a108_n \ a109_n \ a1010_n \ a1011_n \ a1012_n \ a1013_n \ a1014_n \ a1015_n \ a1016_n \\
a111_n \ a112_n \ a113_n \ a114_n \ a115_n \ a116_n \ a117_n \ a118_n \ a119_n \ a1110_n \ a1111_n \ a1112_n \ a1113_n \ a1114_n \ a1115_n \ a1116_n \\
a121_n \ a122_n \ a123_n \ a124_n \ a125_n \ a126_n \ a127_n \ a128_n \ a129_n \ a1210_n \ a1211_n \ a1212_n \ a1213_n \ a1214_n \ a1215_n \ a1216_n \\
a131_n \ a132_n \ a133_n \ a134_n \ a135_n \ a136_n \ a137_n \ a138_n \ a139_n \ a1310_n \ a1311_n \ a1312_n \ a1313_n \ a1314_n \ a1315_n \ a1316_n \\
a141_n \ a142_n \ a143_n \ a144_n \ a145_n \ a146_n \ a147_n \ a148_n \ a149_n \ a1410_n \ a1411_n \ a1412_n \ a1413_n \ a1414_n \ a1415_n \ a1416_n \\
a151_n \ a152_n \ a153_n \ a154_n \ a155_n \ a156_n \ a157_n \ a158_n \ a159_n \ a1510_n \ a1511_n \ a1512_n \ a1513_n \ a1514_n \ a1515_n \ a1516_n \\
a161_n \ a162_n \ a163_n \ a164_n \ a165_n \ a166_n \ a167_n \ a168_n \ a169_n \ a1610_n \ a1611_n \ a1612_n \ a1613_n \ a1614_n \ a1615_n \ a1616_n
\end{array} \right) \\
C1 \leftarrow \\
\left(\begin{array}{l}
\frac{\alpha_n \cdot b \cdot Mt_n}{G \cdot Jt1} \\
0 \\
\frac{\alpha_n \cdot Mt_n}{G \cdot Jt1} \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
\frac{\alpha_n \cdot b \cdot Mt_n}{G \cdot Jt1} \\
0 \\
\frac{\alpha_n \cdot Mt_n}{G \cdot Jt1} \\
0
\end{array} \right) \\
b1 \leftarrow \\
X1 \leftarrow C1^{-1} \cdot b1 \\
\text{for } i \in 1..16 \\
\beta_{i,n} \leftarrow X1_{i-1}
\end{array} \right)$$

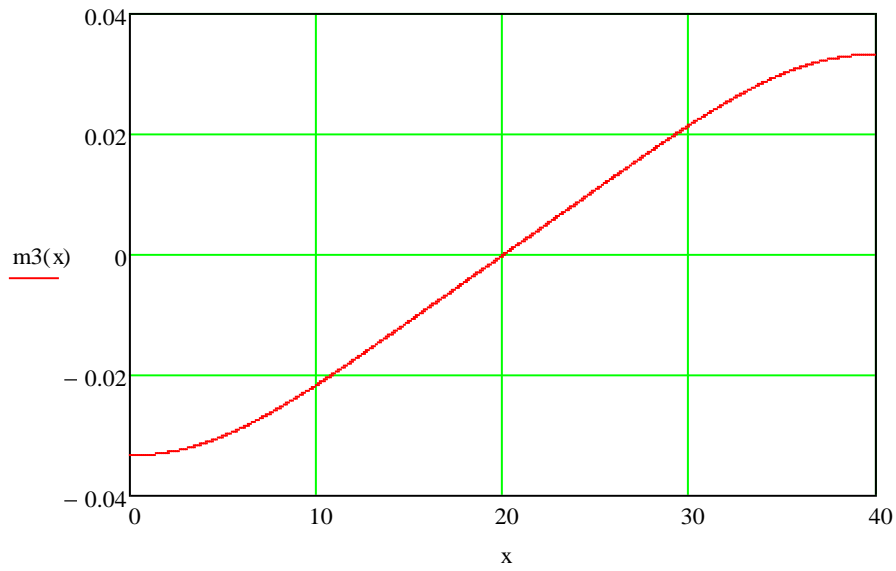
$$M(x) := \sum_{n=1}^m \left(Mt_n \cdot \sin\left(\frac{n \pi \cdot x}{l}\right) \right)$$



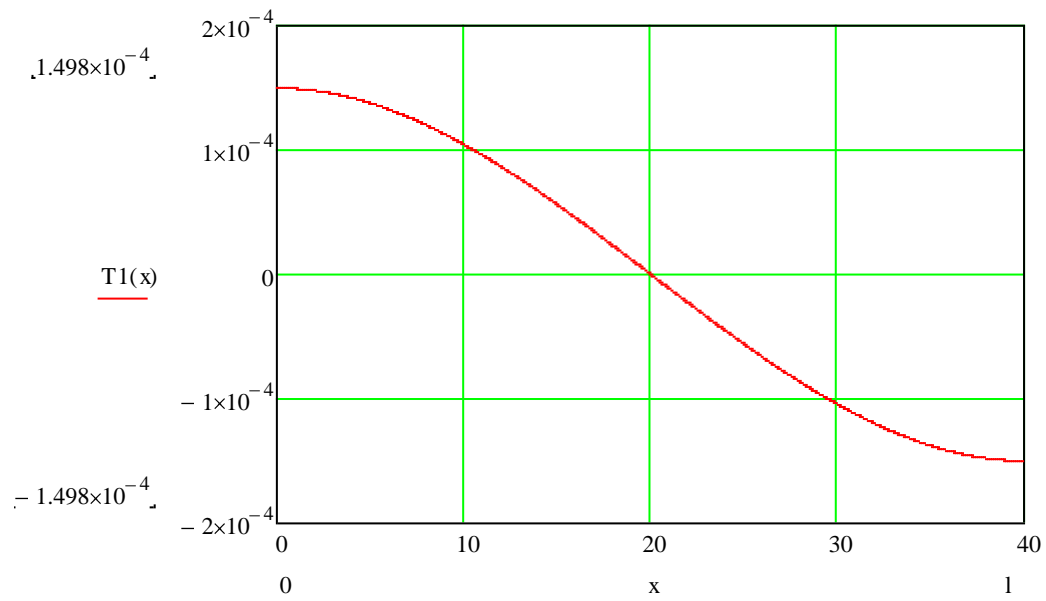


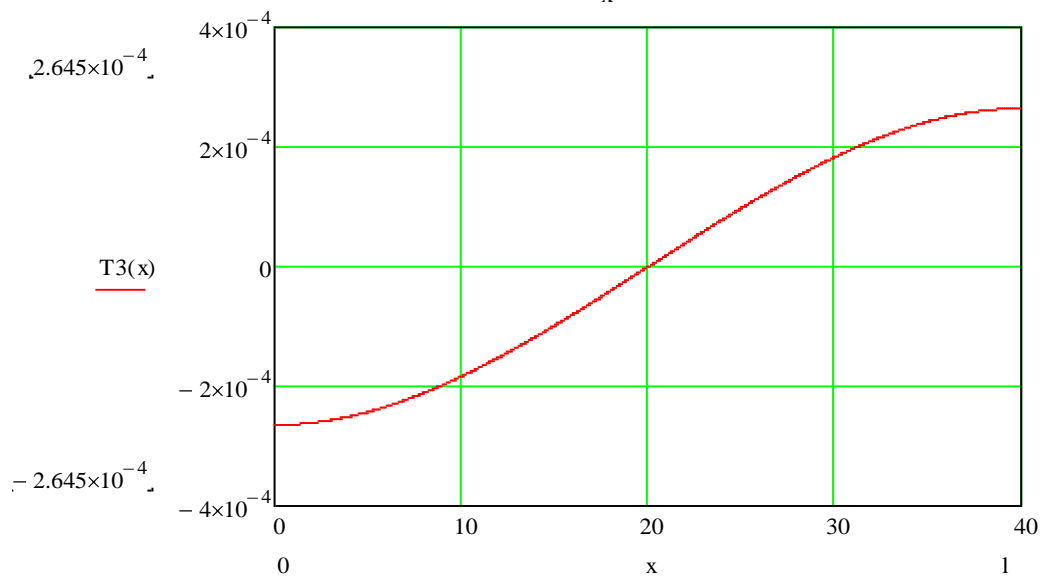
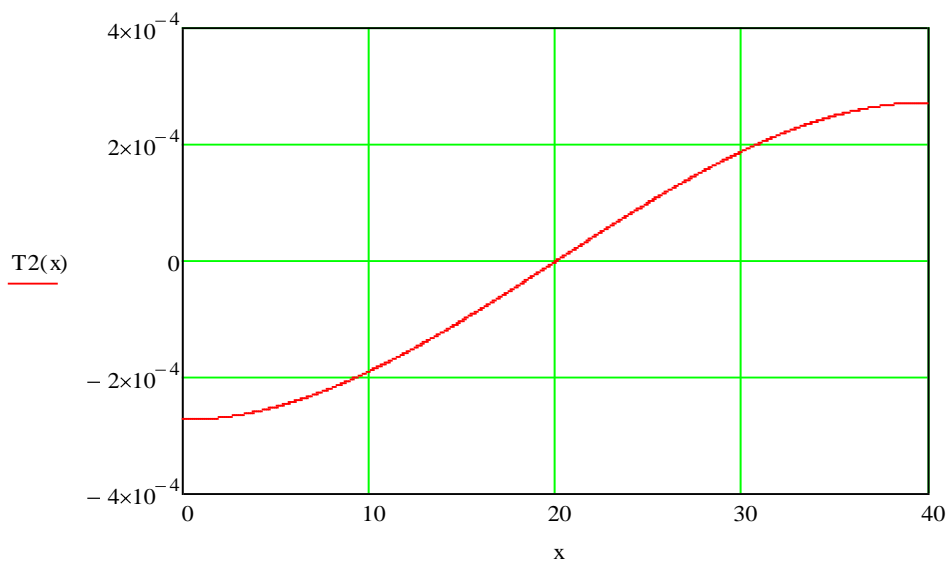
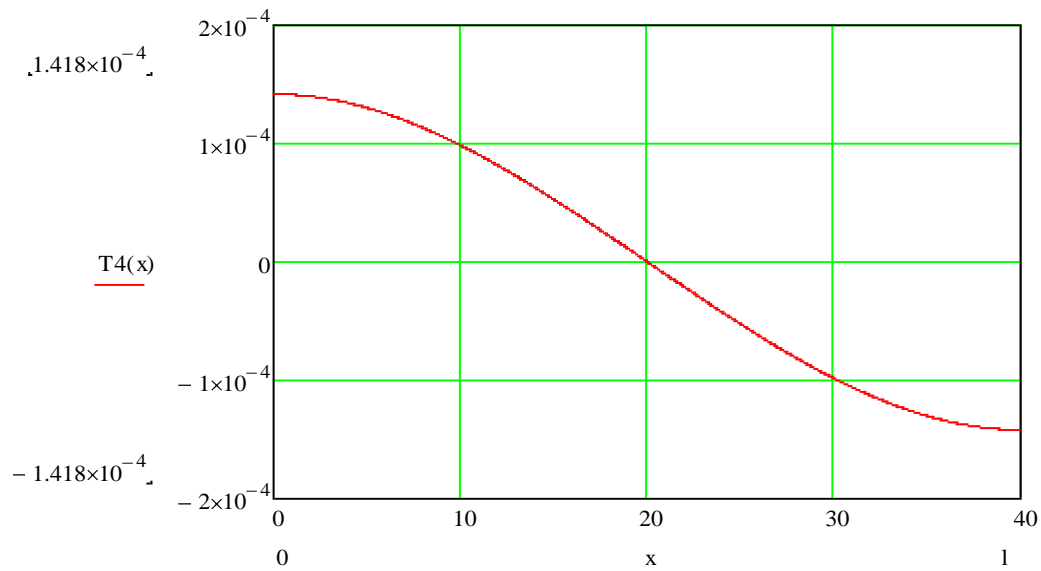
$$S1(x) := \sum_{n=1}^m \left[\left[\alpha_n^2 \cdot \beta \right]_{1,n} \cdot \cos\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right] \quad S2(x) := \sum_{n=1}^m \left[\left[\alpha_n^2 \cdot \beta \right]_{2,n} \cdot \cos\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right] \quad S3(x) := \sum_{n=1}^m \left[\left[\alpha_n^2 \cdot \beta \right]_{3,n} \cdot \cos\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right] \quad S4(x) := \sum_{n=1}^m \left[\left[\alpha_n^2 \cdot \beta \right]_{4,n} \cdot \cos\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right]$$



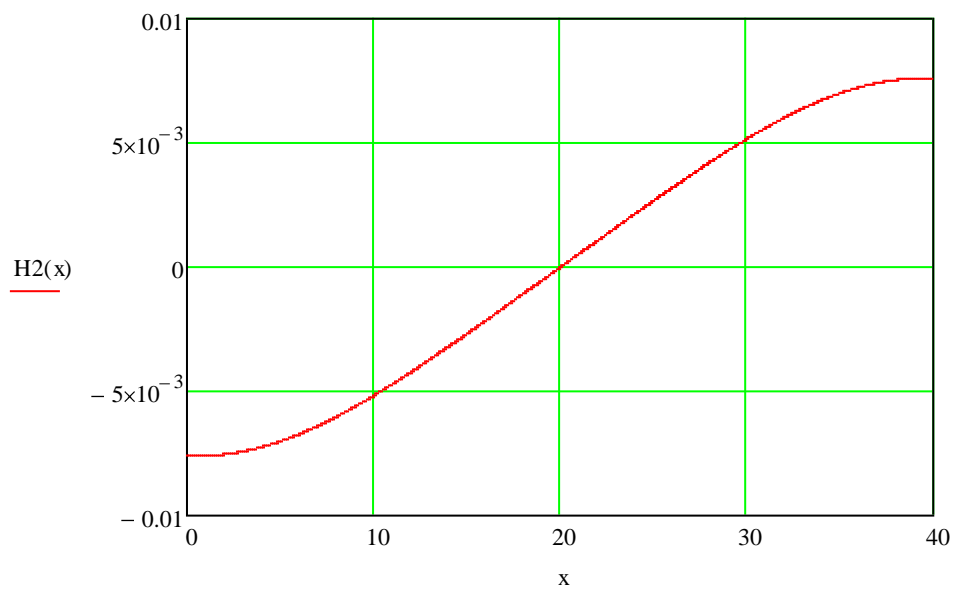
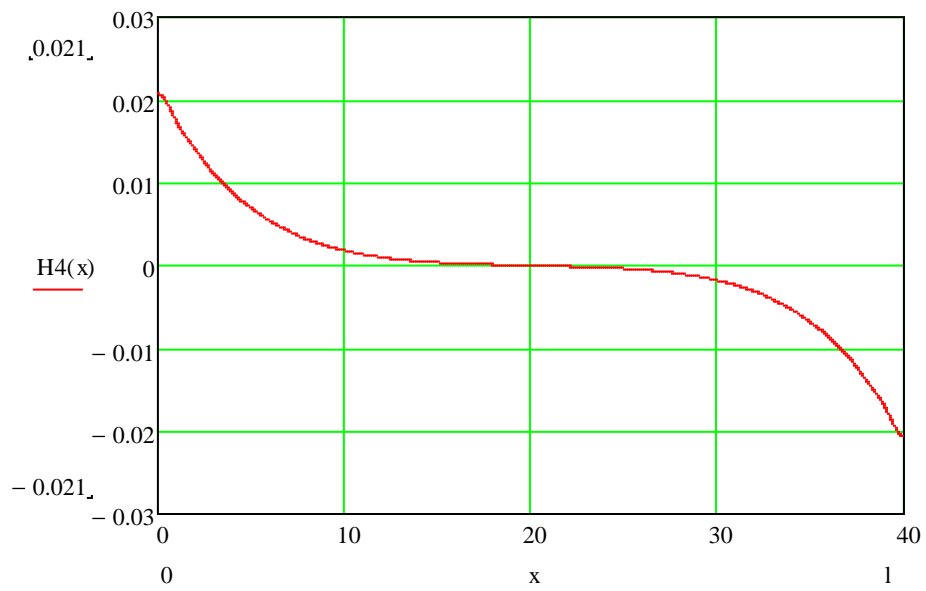
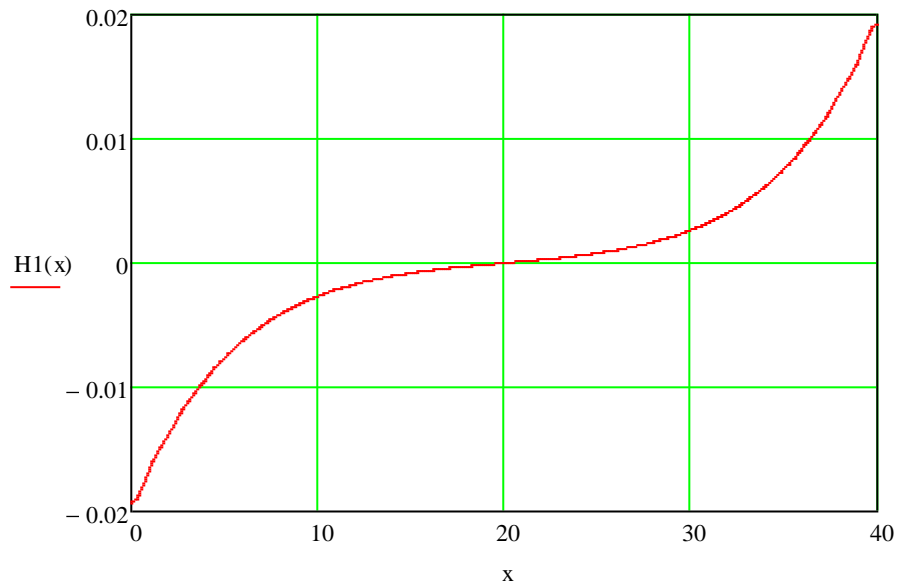


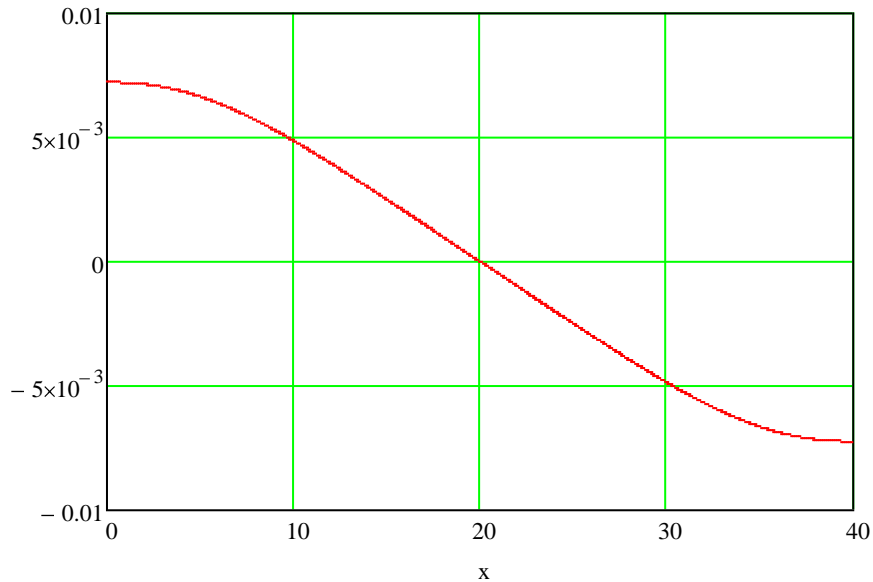
$$m1(x) := \sum_{n=1}^m \left(\beta_{5,n} \cdot \cos\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right) \quad m2(x) := \sum_{n=1}^m \left(\beta_{6,n} \cdot \cos\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right) \quad m3(x) := \sum_{n=1}^m \left(\beta_{7,n} \cdot \cos\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right) \quad m4(x) := \sum_{n=1}^m \left(\beta_{8,n} \cdot \cos\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right)$$





$$T1(x) := \sum_{n=1}^m \left[\left| \alpha_n \cdot \beta \right|_{9,n} \cdot \cos\left(\frac{n\pi \cdot x}{l}\right) \right] \quad T2(x) := \sum_{n=1}^m \left[\left| \alpha_n \cdot \beta \right|_{10,n} \cdot \cos\left(\frac{n\pi \cdot x}{l}\right) \right] \quad T3(x) := \sum_{n=1}^m \left[\left| \alpha_n \cdot \beta \right|_{11,n} \cdot \cos\left(\frac{n\pi \cdot x}{l}\right) \right] \quad T4(x) := \sum_{n=1}^m \left[\left| \alpha_n \cdot \beta \right|_{12,n} \cdot \cos\left(\frac{n\pi \cdot x}{l}\right) \right]$$





$$H1(x) := \sum_{n=1}^m \left[\left[\alpha_n^2 \cdot \beta \right]_{13,n} \cdot \cos\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right] \quad H2(x) := \sum_{n=1}^m \left[\left[\alpha_n^2 \cdot \beta \right]_{14,n} \cdot \cos\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right] \quad H3(x) := \sum_{n=1}^m \left[\left[\alpha_n^2 \cdot \beta \right]_{15,n} \cdot \cos\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right] \quad H4(x) := \sum_{n=1}^m \left[\left[\alpha_n^2 \cdot \beta \right]_{16,n} \cdot \cos\left(\frac{n\pi \cdot x}{1}\right) \right]$$

$$S1(0) = 0.089 \quad S1(20) = 0$$

$$k := 100 \quad i := 1..k \quad lk := \frac{1}{2} \quad \Delta := \frac{lk}{k}$$

$$x_1 := lk - \left[\Delta \cdot (i - 1) + \frac{\Delta}{2} \right]$$

$$S_i := S1(x_1)$$

$$N_i := \Delta \cdot \frac{S_i + S_{i-1}}{2} \quad N_{20} = 1.477 \times 10^{-3}$$

$$\varphi_s := \sum_{i=1}^k \left[\frac{2 \cdot |N_i| \cdot b \cdot x_1}{G \cdot Jt1} \right] = 0.01$$

$$m_i := m1(x_1) \quad m1(0) = -0.186 \quad m1(20) = 0$$

$$\varphi_m := - \sum_{i=1}^k \left[\frac{2 \cdot |m_i| \cdot \Delta \cdot x_1}{G \cdot Jt1} \right] = 2.34 \times 10^{-3}$$

$$\varphi_{tot} := \frac{MM \cdot lk}{G \cdot Jt1} - \varphi_s - \varphi_m = 0.018 \quad G \cdot Jt1 = 6.456 \times 10^3 \quad \frac{MM \cdot lk}{G \cdot Jt1} = 0.03 \quad \varphi_{tot} = 0.018$$

$$\Delta mt := 2 \cdot \varphi_{tot} \cdot Z_s = 0.596$$

$$\Delta Q_{ed} := \Delta mt \cdot \frac{Z_s}{MM} = 1.019 \quad \frac{Z_s}{MM} = 1.709 \quad Z_s = 16.75 \quad MM = 9.8 \quad \Delta Q_{ed} = 1.019 \quad \Delta mt = 0.596$$

$$\Delta s_{med} := \frac{1000}{dds^3 \cdot Eb^2} + \frac{1}{dds \cdot Eb} = 8.599 \times 10^{-4} \quad Q := \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\Delta mt}{\Delta Q_{ed} + 2 \cdot \Delta s_{med}} \right) = 0.292 \quad M_v := MM - Q \cdot Z_s = 4.908$$

Наукове видання

Мельник О.В.

**ЖОРСТКІСТЬ ТА МІЦНІСТЬ КОРОБЧАСТИХ
ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ЗА ДІЇ ДЕФОРМАЦІЙ
КРУЧЕННЯ**