УДК 514.12(07)

Т.М. Махомета
(Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини, м. Умань)

ЕВОЛЮЦІЯ РОЗВИТКУ ПОНЯТЬ «ЛІНІЯ» ТА «ПОВЕРХНЯ» В КУРСІ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

Зародження основних геометричних понять почалося ще в доісторичний період. Перші реальні передумови виникнення наукових знань із геометрії пов'язані з трудовою діяльністю людини, з необхідністю створення знарядь праці та засобів існування. Матеріальні потреби змушували людей виготовляти знаряддя праці, будувати житло, культові споруди, ліпити глиняний посуд. Виконуючи ці операції тисячі разів, вони поступово дійшли до одного з перших абстрактного геометричного поняття - прямої лінії. Приблизно таким же способом виникли і інші геометричні поняття: точки, поверхні геометричного тіла, тощо. Саме цей початковий період розвитку геометрії характеризується нагромадженням фактів і встановленням перших найпростіших залежностей між геометричними образами та об’єктами.

Лінія (крива) є одним із найважливіших геометричних об’єктів, однією з основних чистих геометричних форм, що має широке використання в різних галузях математики і її застосуваннях. Формування і кристалізація загального означення лінії тривало більше 2000 років, від означення Евкліда “лінія — це довжина без ширини” до строгого внутрішньо геометричного означення П.С. Урисона “лінія — це зв’язний континуум топологічної розмірності 1” [4]. На сучасному етапі поняття лінії означають через трактування її Декартом, Жорданом, Кантором, Пеаном тощо. Не дивлячись на відносну простоту поняття лінії на інтуїтивному рівні, його загальне означення вимагає ґрунтовної підготовки з використанням, зокрема, топологічних понять, що важко забезпечити при викладанні традиційних курсів аналітичної геометрії.

Проаналізувавши наукову та навчально-методичну літературу ми з‘ясували, що розглядаючи певні класи ліній в різних розділах геометрії користуються фактично різними її означеннями. Подібна ситуація має місце і з поверхнями.

Прослідкуємо трактування лінії на різних етапах розвитку аналітичної геометрії. Центральне місце серед праць із геометрії періоду її розвитку займають складені близько 300 років до н. е. «Початки» Евкліда [1]. У фундаментальній науковій праці Евкліда «Початки», геометрія викладена в логічній послідовності на основі чітко сформульованих основних положень — аксіом та основних просторових уявлень, таких як точка, пряма лінія, площина, геометричне тіло. Лінію Евклід означає, як довжину, що позбавлена ширини. Межами лінії є точки. В його розумінні пряма лінія – це лінія що містить усі свої точки на одному рівні, жодна проміжна точка якої не відхиляється вгору чи вниз. Крива лінія — це така, що може бути частиною кола. Мішана лінія — це така лінія, що не є прямою й не може бути частиною кола. Поверхня — це те, що має довжину й ширину. Межами поверхні є лінії. Плоска поверхня — це така поверхня, всі лінії якої розташовані на одному рівні [2].

У XVII столітті значним внеском в розвитку геометрії стало відкриття Р. Декартом (1596–1650) і П. Ферма (1601–1665) координатного методу (1637 р.) та створення на його основі нового напрямку в геометрії – аналітичної геометрії [6].

Р. Декарт розглядає лінію як алгебраїчну криву, яка може бути описана рівнянням виду $F(x,y)=0$, степінь многочлена $F(x,y)$ визначає порядок алгебраїчної лінії. Проте таке означення лінії є неповним, оскільки уже навіть в той час були відомі криві, які не можна було описати рівнянням виду $F(x,y)=0$. Прикладом такої кривої може слугувати спіраль Архімеда. Поверхнею називається сукупність точок простору, координати яких в деякій афінній системі координат задовольняють рівняння $F(x,y,z)=0$, де $F(x,y,z)$ — математичний вираз, що містить змінні $x,\ y$ та z.

Більш чітке визначення лінії дав у другій половині XIX ст. К. Жордан (1838-1922). Лінія – це плоска крива, яка є сукупністю точок площини, координати яких задовольняють параметричним рівняння: $x=\varphi(t),\ y=\psi(t)$, де φ та ψ є неперервними функціями аргументу t на відрізку $0\le t\le 1$ Якщо різним значенням аргументу t з відрізку $[0{,}1]$ відповідають різні точки площини, то лінія називається простою або лінією (кривою) без крайніх точок. Коли ж значенням 0 та 1 аргументу t відповідає одна й та сама точка площини – то лінія називається замкненою [4].

У 1890 р. Д. Пеано довів, що жорданове означення лінії може не узгоджуватися зі звичним уявленням про лінію. Зокрема, він показав, що можна так підібрати функції φ та ψ неперервні на відрізку $0\le t\le 1$, що сукупність точок, координати яких задовольняють рівнянням $x=\varphi(t),\ y=\psi(t)$, заповнює цілий квадрат. Тобто, яку б точку $A(x,y)$ з цього квадрату ми не взяли б, завжди знайдеться таке значення параметру $0\le t\le 1$, яке буде задовольняти рівняння $x=\varphi(t),\ y=\psi(t)$.

Наприкінці XIX ст. в математику міцно увійшов теоретико-множинний підхід, який розглядає будь-який математичний об’єкт як множину тих чи інших елементів. Не оминув цей підхід і геометрію. Теоретико-множинне означення лінії дав Г. Кантор (1845-1918), де визначив плоску лінію (криву) як будь-яку зв’язну, компактну множину *M* точок площини, що не містить в собі ніякої внутрішньої точки [5].

На початку XX ст. розпочинається новий етап в розвитку геометрії. П.С. Уринсоном (1898-1924) та К. Менгером було дано найбільш загальне визначення лінії (кривої), яким користуються в сучасній топології і яке придатне для будь-якого простору. Лінія — це зв’язний континуум топологічної розмірності 1. Континуум, що лежить на площині, є лінією тоді і тільки тоді, коли він не містить внутрішніх точок [4], [3].

В кінці XX на початку XXI століття намітилася тенденція викладання аналітичної геометрії сумісно з алгеброю у вищих навчальних закладах насамперед технічного та економічного напрямку. Свідченням цього є поява підручників «Лінійна алгебра та аналітична геометрія» виданих різними авторськими колективами.

Література

1. Ball, W.W. Rouse A Short Account of the History of Mathematics, вид. 4th ed. [Reprint. Original publication: London: Macmillan & Co., 1908], 1960 pp. — С. 50–62.
2. Евклид. Начала, том 1-Ш. – М-Л.: Гостехиздат. – 1948-1950.
3. Макаров И.П. Дополнительные главы математического анализа. – М., 1968. – 319 с
4. Математический єнциклопедический словар/ Гл.ред. Ю.В. Прохоров – М.: Сов.энциклопедия , 1988. – 847 с.
5. Пархоменко А.С. Что такое линия. – М., 1954. – 140 с.
6. Стройк Д. Я. Краткий очерк истории математики / Д. Я. Стройк. – [3-е изд.]. – М. : Наука, 1978. – 336 с.

Анотація. Махомета Т.М. Еволюція розвитку понять «лінія» та «поверхня» в курсі аналітичної геометрії. Розглянуто періоди розвитку понять «лінія» та «поверхня» в курсі аналітичної геометрії. Наведено означення ліній і поверхонь видатними математиками минулого та сьогодення

Анотация. Махомета Т.М. Эволюция развития понятий «линия» та «поверхность» в курсе аналитической геометрии. Рассмотрено периоды развития понять «линия» та «поверхность» в курсе аналитической геометрии. Приведено определение линий и поверхностей известными математиками прошлого и настоящего .

Summary. Mahometa T.M. Evolution of development the concepts "line" and "surface" in the course of analytic geometry. The periods of development the concepts "line" and "surface" are considered in the course of analytic geometry. The definitions of line and surface are quoted by outstanding mathematicians of the past and the present.