

Азизов Т.Н. , д.т.н., профессор (Уманский государственный педагогический университет имени Павла тычины)

Савченко Л.Г., старший преподаватель (Сумский национальный аграрный университет)

К РАСЧЕТУ КЕССОННЫХ ПЕРЕКРЫТИЙ С УЧЕТОМ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ РАБОТЫ

Приводится методика моделирования кессонных перекрытий с ортогональным расположением ребер, которая учитывает крутящие моменты в ребрах в отличие от традиционного подхода. Приводится методика подбора крутильных жесткостей ребер кессонного перекрытия при аппроксимации перекрестно-стержневой системой по методу конечных элементов.

Постановка задачи и анализ исследований. Кессонные перекрытия являются достаточно распространенными в строительстве. По архитектурным соображениям их используют для больших помещений гражданских зданий, которые не имеют внутренних колонн.

Помещения, перекрываемые кессонными перекрытиями, имеют в плане прямоугольную форму с отношением сторон $l_2/l_1 \leq 1.5$. При большей длине перекрытие разделяют на отдельные участки определенной длины.

Традиционно балки кессонного перекрытия рассчитываются таким образом, что изгибающие моменты для балок посреди пролетов определяются по формулам [1]:

$$M_1 = q_1 \cdot a \cdot L_1^2 / 8; \quad M_2 = q_2 \cdot a \cdot L_2^2 / 8, \quad (1)$$

где q_1 и q_2 – составляющие полной нагрузки q на 1 м^2 перекрытия, которые определяются из условия, что прогибы точки, находящейся на пересечении двух центральных балок, одинаков для этих балок, т.е.:

$$f_{max} = (5/384) \cdot (q_1 \cdot L_1^4) / EI_1 = (5/384) \cdot (q_2 \cdot L_2^4) / EI_2. \quad (2)$$

При равных жесткостях $I_1 = I_2 = I$ и условии $q = q_1 + q_2$ получается система

$$\begin{aligned} q_1 L_1^4 &= q_2 L_2^4; \\ q_1 + q_2 &= q, \end{aligned}$$

решение которой дает значения:

$$q_1 = q \cdot L_2^4 / (L_1^4 + L_2^4); \quad q_2 = q \cdot L_1^4 / (L_1^4 + L_2^4). \quad (3)$$

Для других (не центральных) балок, отстоящих на расстоянии x от края перекрытия, принимается приближенно, что прогиб в середине пролета равен [1]:

$$f = (16/5) \cdot (\alpha_i - 2\alpha_i^3 + \alpha_i^4) f_m = k_i f_m, \quad (4)$$

где $\alpha_i = x_i/L_i$.

Изгибающие моменты по направлениям:

$$M_{1x} = k_1 M_1; \quad M_{2x} = k_2 M_2. \quad (5)$$

Недостатки вышеописанной методики заключаются в следующем:

1. При выводе (1) и (3) не учитываются деформации от кручения балок;
2. В формулах 1, 3 и 4 нельзя учесть различные жесткости балок одного направления. На первый взгляд это может показаться несущественным, так как в кессонных перекрытиях все балки выполняются одинаковой жесткости, однако, даже при начальных равных жесткостях после образования трещин это равенство будет нарушено [3] и вышеприведенные формулы будут несправедливы.

В связи с вышесказанным **целью настоящей статьи** является разработка методики моделирования кессонных перекрытий при расчете по МКЭ с учетом пространственной работы, которая учитывает взаимодействие отдельных ребер между собой, а также их крутильные деформации.

Рассмотрим конечно-элементное представление кессонного перекрытия.

Пусть имеется кессонное перекрытие размерами в плане $L_1 \times L_2 = 6 \times 6$ м с одинаковым шагом ребер в обоих направлениях $a \times b = 1000 \times 1000$ мм и равномерно распределенной нагрузкой $q = 10$ кН/м². Ширина сечения ребер 100 мм; полная высота сечения 300 мм; толщина полки 50 мм. Наиболее близкая к реальной конечно-элементная схема будет состоять из плоских конечных элементов (рис. 1).

Схема по рис. 1 достаточно сложна. Для упрощения расчетов представим кессонное перекрытие в виде перекрестно-стержневой системы. Для этого приведем ребристое сечение к условно-сплошному с эквивалентной толщиной

$$h_{ekv} = \sqrt[3]{\frac{12I}{b}}, \quad (6)$$

где I – момент инерции таврового сечения. Для приведенных размеров (ширина полки 1000 мм, толщина ребра 100 мм, толщина полки 50 мм) эквивалентная толщина условно-сплошной плиты составит 183.58 мм.

Стержневая схема кессонного перекрытия показана на рис. 2, где сечения всех внутренних стержней $b_x h = 1000 \times 183,58$ мм, а сечения окаймляющих крайних стержней – $500 \times 183,58$ мм.

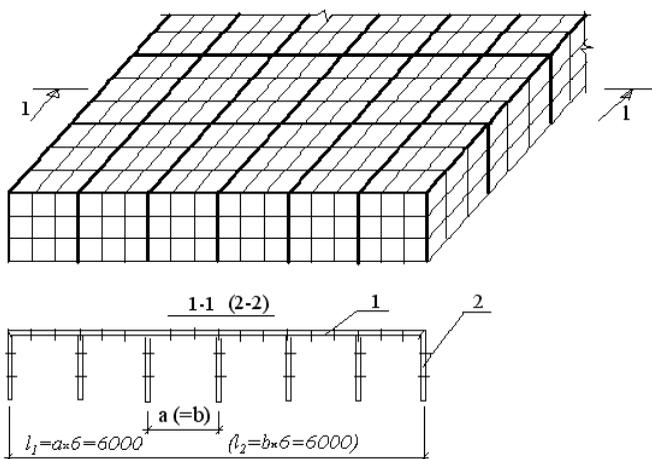


Рис. 1. Расчетная МКЭ-схема кессонного перекрытия при представлении полок и ребер плоскими конечными элементами: 1 – КЭ полки; 2 – КЭ ребер

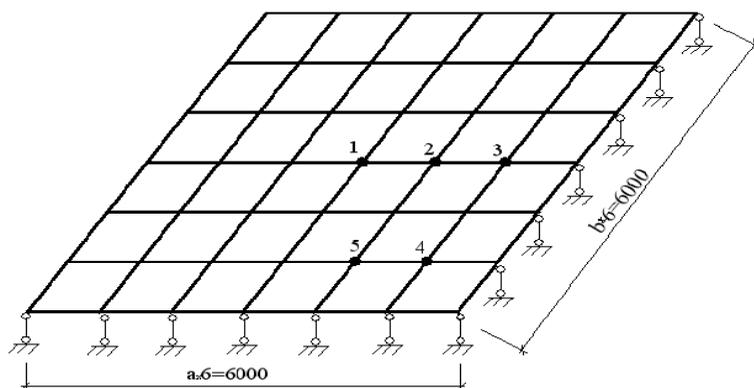


Рис. 2. Расчетная схема кессонного перекрытия в виде стержневой аппроксимации

Погонная нагрузка на перекрестные балки определяется следующим образом. Суммарная вертикальная нагрузка $Q = q \cdot L_1 \cdot L_2 = 10 \times 6 \times 6 = 360$ кН распределяется на 5 продольных и 5 поперечных внутренних (на схеме по рис. 2) балок. Т.е. суммарная нагрузка, приходящаяся на 1 балку составляет 36 кН. Затем погонная нагрузка определяется делением на пролет балки: $36/6 = 6$ кН/м.

В таблице 1 приведены данные расчета перемещений характерных точек 1-5 на рис. 2 перекрестно-стержневой системы и системы из плоских конечных элементов (рис. 1) для вышеописанного примера при модуле деформаций $E_b=27500 \text{ МПа}$ (соответствует бетону класса В25) при действии равномерно-распределенной нагрузки $q=10 \text{ кН/м}^2$.

Таблица 1

Сравнение перемещений при расчете плоскими и стержневыми КЭ

Расчетная схема	Вертикальные перемещения точек, мм				
	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
Перекрестно-стержневая (ПС)	4,4795	3,943	2,376	1,257	2,093
Плоскими КЭ (ПЭ)	4,476	3,906	2,297	1,192	2,01
Отношение ПС/ПЭ	≈ 1	1,01	1,034	1,054	1,041

Как видно из таблицы погрешность при представлении кессонного перекрытия в виде перекрестно-стержневой системы с предложенными способами подбора жесткостных параметров вполне приемлема для практических расчетов.

Рассмотрим теперь усилия и перемещения, определенные с помощью перекрестно-стержневой системы по рис. 2 и по традиционной методике, применяемой при проектировании [1,2]. Данные такого расчета приведены в таблице 2.

Из таблицы видна существенная разница изгибающих моментов и перемещений. Это объясняется двумя причинами:

1. При традиционном подходе условная погонная нагрузка, приходящаяся на одну балку принимается равной (при квадратной ячейке кессонного перекрытия) $q_{пог}=q \cdot b/2$ (см. формулу (3)). В вышеприведенном примере это составляет 5 кН,м. На самом деле т.к. крайние (окаймляющие балки оперты , то вся нагрузка условно воспринимается средними балками. Для схемы из семи балок в каждом направлении (см. рис. 2) суммарная вертикальная нагрузка составила бы $Q=5 \times 6 \times 5 \times 2=300 \text{ кН}$. На самом деле суммарная нагрузка $Q=q \cdot L_1 \cdot L_2=10 \times 6 \times 6=360 \text{ кН}$.

2. При традиционной схеме расчета не учитывается кручение ребер кессонного перекрытия, что накладывает, как показано в [3], существенный отпечаток на НДС перекрытия.

**Сравнение усилий и перемещений в кессонном перекрытии
при расчете различными методами**

Расчетная схема	Изгибающие моменты M (кн·м) и перемещения f (мм) для точек					
	1		2		3	
	M	f	M	f	M	f
Традиционная (ТР)	22,5	5,9	19,55	-	11,38	-
Перекрыт.-стержневая (ПС)	15,71	4,478	13,72	3,943	7,71	2,376
Отношение ТР/ПС	1,43	1,317	1,42	-	1,47	-

Без применения МКЭ расчет кессонного перекрытия можно производить с помощью предложенного в [3] общего метода расчета. При этом кессонное перекрытие рассекается продольными плоскостями, параллельными балкам одного направления. В результате такого рассечения получаются балки с полками, роль которых играют плита и балки перпендикулярного направления (рис. 3).

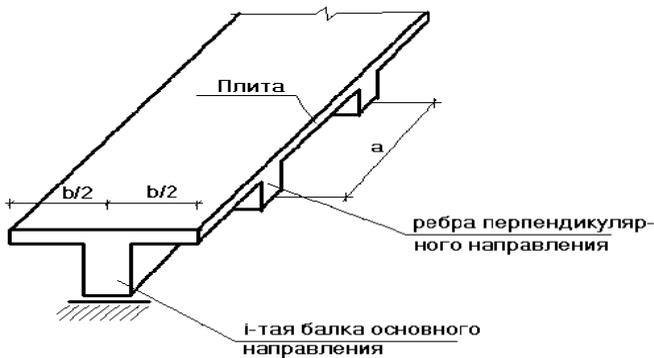


Рис. 3. Схема выделенного i -того ребра одного из направлений кессонного перекрытия при расчете численно-аналитическим методом

Полку со скачкообразным изменением жесткости можно заменить сплошной полкой эквивалентной толщины h_{ekv} из условия:

$$\frac{ah_{ekv}^3}{12} = I_r, \quad (6)$$

где a – шаг балок, имитирующих полки;

I_r – момент инерции таврового элемента с ребром в направлении пролета L_2 и полкой, толщиной, равной толщине плиты кессонного перекрытия.

Учитывая, что в кессонном перекрытии балки обоих направлений имеют одинаковую высоту, приближенно можно считать, что полки ребристой системы располагаются по центрам тяжести ребер, что позволяет из общего числа неизвестных учитывать только вертикальные силы взаимодействия и поперечные изгибающие моменты по линиям расчленения между балками.

В результате решения системы дифференциальных уравнений, приведенной в [3], можно определить изгибающие продольные и поперечные моменты. Продольные моменты являются изгибающими моментами балок основного направления (рис. 3), а поперечные моменты распределяются между балками перпендикулярного направления. При этом крутильные жесткости балок поперечного и продольного направления следует подбирать с учетом приведенных выше рекомендаций.

Выводы и перспективы исследований. При расчете кессонных перекрытий следует обязательно учитывать пространственную работу балок двух направлений, а также их крутильные жесткости, т.к. эти факторы накладывают существенный отпечаток на напряженно-деформированное состояние кессонного перекрытия. При этом крутильные жесткости ребер не должны равняться жесткостям прямоугольных балок, а рекомендуется подбирать приведенным в настоящей статье способом.

Изменение крутильных и изгибных жесткостей в результате трещинообразования как в ребрах, так и полках с использованием общих положений [3] является предметом дальнейших исследований.

1. Вахненко П.Ф. Залізобетонні конструкції. – Київ: Урожай, 1995. – 364 с. 2. Гольшев А.Б., Бачинский В.Я., Полищук В.П. Железобетонные конструкции. – Киев: Логос, 2001. – Том.1 – 418 с. 3. Азизов Т.Н. Пространственная работа железобетонных перекрытий. Теория и методы расчета: Дисс. ... доктора техн. наук: 05.23.01 / Полтавский национальный технический университет. – Полтава, 2006. – 406 с.