

## ВЛИЯНИЕ КРУЧЕНИЯ НА РАБОТУ СБОРНЫХ И МОНОЛИТНЫХ ПЛИТ

Азизов Т.Н. Уманский государственный педагогический университет  
имени Павла Тычины

**АНОТАЦІЯ:** У статті приводиться метод розрахунку збірних ребристих плит при дії нерівномірного навантаження. Показано, що урахування кручення полиць ребристих плит дозволяє точніше і більш надійно проектувати такі конструкції.

**АННОТАЦИЯ:** В статье приводится метод расчета сборных ребристых плит при действии неравномерной нагрузки. Показано, что учет кручения полок ребристых плит позволяет более точно и надежно проектировать такие конструкции.

**ABSTRACT:** In the article the method of calculation of the collapsible ribbed flags is presented at the action of the uneven loading. It is shown that the account of twisting of shelves of the ribbed flags allows more exactly and reliably to design such constructions.

### **Анализ публикаций и постановка задачи.**

При традиционном проектировании сборных ребристых плит [5] их ребра считаются одинаково загруженными и поэтому рассчитываются как одна целая тавровая балка с шириной сжатой полки, равной ширине сборной плиты, и шириной ребра, равной удвоенной ширине ребер сборной плиты. Полка рассчитывается как балка единичной ширины, защемленная в ребрах. Такие расчеты не учитывают пространственную работу сборных плит, хотя известно, что ребра ребристой плиты в составе сборного перекрытия при действии локальных нагрузок оказываются неравномерно загруженными [1, 7]. При этом проявляется пространственная работа сборной плиты.

Если жесткость ребер принять равной реальной жесткости таврового сечения, то схему ребристой плиты с полкой в сжатой зоне можно привести к схеме плиты с полкой, расположенной на уровне центров тяжести ребер. Такое изменение схемы не приводит к ощутимым погрешностям [1, 7, 8]. Кроме того, по такой расчетной схеме рассчитываются сплошные плиты [1].

При неравномерном нагружении ребер сборных ребристых плит в них возникают неравномерные изгибающие моменты, а также крутящие моменты, которые не учитываются при традиционном проектировании. Степень вовлечения незагруженного (или менее загруженного) ребра в работу зависит от жесткости полки на изгиб [1]. Кроме того, степень этого вовлечения зависит от крутильных деформаций полок ребристой плиты. В [2] приведена методика учета кручения полок на работу сборной плиты в случае отсутствия поперечных изгибающих моментов в середине между ребрами. Такая схема может иметь место при равных жесткостях ребер плиты или в случае наличия шарнира в полке по середине между ребрами. Однако при неравномерном трещинообразовании жесткости ребер могут отличаться, и в полке по линии расчленения появляются кроме учтенных в [2] еще и поперечные изгибающие моменты.

При расчете сборных перекрытий монолитные швы считаются цилиндрическими шарнирами, передающими с плиты на плиту только вертикальные усилия взаимодействия [3, 6]. Однако при этом учитывается кручение только относительно оси вдоль пролета ребер ребристых плит или сборных пустотных плит [3, 6, 7], хотя известно, что крутящие моменты появляются как в продольном, так и в поперечном (перпендикулярном пролету) направлении. Этот фактор не учитывается при расчетах с использованием стержневой аппроксимации. Известно также, что в железобетонных сплошных сборных и монолитных плитах при плане, близком к квадратному, крутящие моменты оказывают весьма

существенное влияние на их НДС [4].

Расчет ребристых и сплошных плит при учете не только изгибающих моментов и вертикальных сил взаимодействия, но и крутильных деформаций полок плит позволяет более точно оценить их напряженно-деформированное состояние и является **целью настоящей статьи**.

#### **Изложение методики.**

Использование теоретических разработок автора [1, 2] позволяет получить экономию арматуры в перекрытиях, а также повысить надежность проектируемых перекрытий, т.к. учитываются некоторые факторы, ранее не принимавшиеся во внимание, но влияющие на НДС сборных и монолитных перекрытий и покрытий.

При выводе основной системы дифференциальных уравнений [1] деформации полок рассеченной системы рассматривались как деформации полосок единичной ширины, заделанных в продольные ребра ребристой системы. При этом деформации от кручения стержней, имитирующих работу полок относительно оси, перпендикулярной ребрам, не учитывается.

В большинстве случаев деформациями кручения можно пренебречь. Кручение может оказывать заметное влияние в достаточно толстых плитах с планом, близким к квадратному. В случаях, когда требуется учесть кручение полок это можно сделать следующим образом. П-образная ребристая плита приводится к эквивалентной системе с полками, расположенными по центрам тяжести ребер (см. выше). Рассмотрим расчет такой системы. Расчетная схема ребристой плиты приведена на рисунке 1. К такой же схеме приводится сплошная плита при расчете с помощью стержневой аппроксимации [1]. В таком случае разница состоит лишь в том, что при этом рассматривается определенное количество стержней, большее двух. Однако подход к решению не изменяется. Рассмотрение методики расчета для наглядности легче привести для системы, содержащей два ребра.

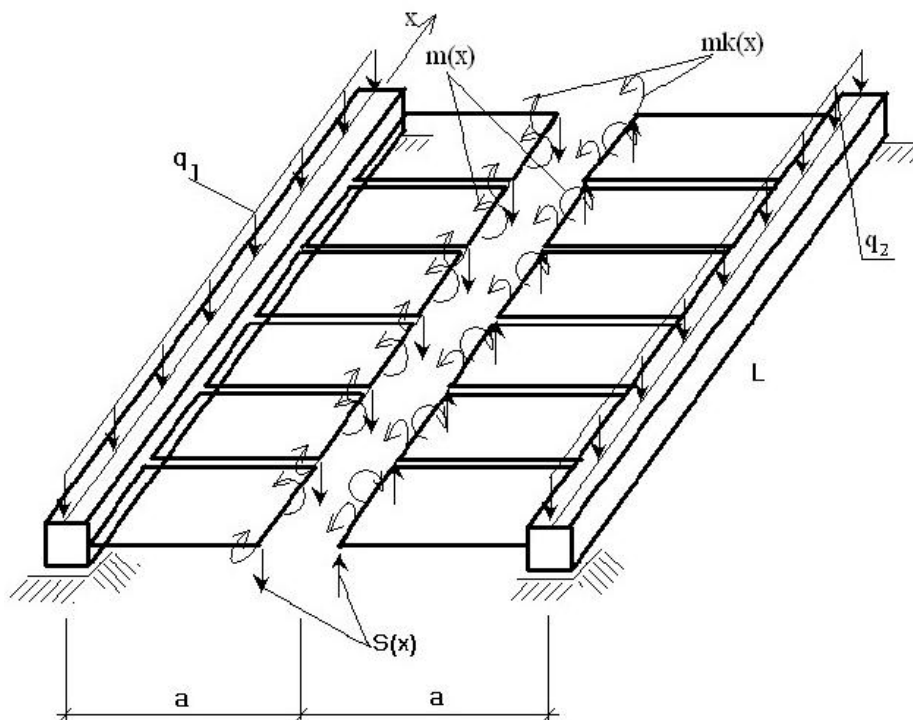


Рис. 1. Расчетная схема ребристой плиты с учетом кручения полок

Для получения разрешающей системы уравнений для определения неизвестных усилий имеются условия равенства деформаций слева и справа от рассматриваемого сечения. Рассмотрим отдельно эти условия совместности деформаций.

Кривизны в вертикальной плоскости в направлении пролета ребер  $L$  слева  $1/\rho_l$  и справа  $1/\rho_r$  от сечения (см. рис. 1) будут иметь следующие выражения (пусть только на правое ребро действует нагрузка  $q$ ; при действии нагрузки и на левое и на правое ребра можно считать их разницу).

1. Кривизны от изгиба ребер

$$\frac{1}{\rho_l} = \frac{MS}{EI_1} + \frac{MK}{EI_1}; \quad \frac{1}{\rho_r} = \frac{MQ}{EI_2} - \frac{MS}{EI_2} - \frac{MK}{EI_2}, \quad (1)$$

где обозначено  $MS=MS(x)$  – изгибающий момент от усилий  $S(x)$ ;  $MQ=MQ(x)$  – изгибающий момент от внешней нагрузки;  $MK=MK(x)$  – суммарный крутящий момент от действия неизвестных погонных крутящих моментов  $m_k$  (являющийся изгибающим для ребер):

$$MK = \int_0^x m_k(x) dx \quad \text{или} \quad MK' = m_k.$$

2. Кривизны от кручения ребер

$$\frac{1}{\rho_l} = \frac{a^2}{GI_1} MS'' - \frac{a}{GJ_1} m; \quad \frac{1}{\rho_r} = -\frac{a^2}{GI_2} MS'' - \frac{a}{GJ_2} m. \quad (2)$$

3. Кривизны от изгиба полок (аналогично [1]):

$$\frac{1}{\rho_l} = \frac{a^3}{3D} MS^{IV} - \frac{a^2}{2D} m''; \quad \frac{1}{\rho_r} = -\frac{a^3}{3D} MS^{IV} - \frac{a^2}{2D} m''. \quad (3)$$

Первое разрешающее дифференциальное уравнение получится, приравняв сумму выражений по (1), (2) и (3) для кривизн слева и справа от сечения.

Это уравнение будет отличаться от уравнений, приведенных в [1] наличием члена, содержащего  $MK$ , т.е. учитывающего изгиб ребер крутящими моментами в полках.

Рассмотрим условие равенства углов поворота (их вторых производных) относительно осей ребер. Положительными считаются углы поворота по часовой стрелке, отрицательными – против.

1. Углы поворота от изгиба полок

$$\Theta_l'' = \frac{a^2}{2D} MS^{IV} - \frac{a}{D} m''; \quad \Theta_r'' = \frac{a^2}{2D} MS^{IV} + \frac{a}{D} m''. \quad (4)$$

2. Углы поворота от кручения ребер

$$\Theta_l'' = \frac{a}{GJ_1} MS'' - \frac{1}{GJ_1} m; \quad \Theta_r'' = \frac{a}{GJ_2} MS'' + \frac{1}{GJ_2} m. \quad (5)$$

Рассмотрим теперь условие равенства углов поворота слева и справа от продольного сечения относительно оси консольных полок (перпендикулярно оси ребер).

1. Углы поворота от изгиба ребер

$$\varphi_l = \frac{1}{EI_1} \int MS \cdot dx + \frac{1}{EI_1} \int MK \cdot dx; \quad \varphi_r = \frac{1}{EI_2} \left( \int MQ \cdot dx - \int MS \cdot dx - \int MK \cdot dx \right). \quad (6)$$

2. Углы поворота от кручения полок (полосок единичной ширины)

$$\varphi_l = \frac{a}{GI_p} m_k = \frac{a}{GI_p} MK'; \quad \varphi_r = -\frac{a}{GI_p} MK', \quad (7)$$

где  $GI_p$  – жесткость полосок единичной ширины на кручение.

Примем решения аналогично [1] в виде разложения неизвестных в тригонометрические ряды по синусам:

$$MS(x) = \sum_{n=1}^{\infty} MS_n \sin(\alpha \cdot x); \quad m(x) = \sum_{n=1}^{\infty} m_n \sin(\alpha \cdot x);$$

$$MK(x) = \sum_{n=1}^{\infty} MK_n \cos(\alpha \cdot x), \quad (8)$$

где  $\alpha = \pi \cdot n / l$ .

Представление решений в виде рядов (8) удобно тем, что при этом автоматически удовлетворяются граничные условия для  $MS(x)$ ,  $m(x)$  и  $MK(x)$ , а также отсутствуют постоянные интегрирования при подстановке в (6).

Приравняв суммы выражений для кривизн слева  $1/\rho_l$  по (1), (2) и (3) суммам для кривизн справа  $1/\rho_r$  этих выражений, получим первую строку системы дифференциальных уравнений. Аналогично приравняв суммы для вторых производных углов поворота слева  $\Theta_l$  по (4) и (5) суммам для вторых производных углов поворота справа  $\Theta_r$  этих выражений, получим вторую строку системы. Наконец, приравняв суммы для углов поворота слева  $\varphi_l$  по (6) и (7) суммам для углов поворота справа  $\varphi_r$  этих выражений, получим третью строку системы дифференциальных уравнений.

Разложив в этих уравнениях неизвестные в ряды по (8), произведя дифференцирование, сократив на величину  $\sin(\alpha \cdot x)$  и приведя подобные, получим систему уравнений для определения неизвестных коэффициентов Фурье:

$$\left( \frac{1}{EJ_1} + \frac{1}{EJ_2} + \frac{a^2 \alpha^2}{GJ_1} + \frac{a^2 \alpha^2}{GJ_2} + \frac{2 \cdot a^3 \alpha^4}{3D} \right) MS_n + \left( -\frac{a}{GJ_1} + \frac{a}{GJ_2} \right) m_n + \left( \frac{1}{EJ_1} + \frac{1}{EJ_2} \right) MK_n = \frac{MQ_n}{EJ_2}$$

$$\left( \frac{a \alpha^2}{GJ_1} - \frac{a \alpha^2}{GJ_2} \right) MS_n + \left( -\frac{2a \alpha^2}{D} - \frac{1}{GJ_1} - \frac{1}{GJ_2} \right) m_n = 0$$

$$\left( \frac{1}{EJ_1 \alpha} + \frac{1}{EJ_2 \alpha} \right) MS_n + \left( \frac{1}{EJ_1 \alpha} + \frac{1}{EJ_2 \alpha} + \frac{2a \alpha}{GJ_p} \right) MK_n = \frac{MQ_n}{EJ_2 \alpha}, \quad (9)$$

где через  $MQ_n$  обозначен коэффициент разложения изгибающего момента от внешней нагрузки в ряд по синусам (он является известной величиной).

Система (9) решается  $m$  раз, где  $m$  – верхний предел суммирования рядов (8). После этого значения определенных в результате решения системы коэффициентов  $MS_n$ ,  $MK_n$ ,  $m_n$  подставляются в ряды (8) и определяются функции внутренних усилий. После определения этих усилий каждая часть плиты рассматривается как балка, на которую действует внешняя нагрузка и определенные из решения основной задачи усилия.

Сравнение расчетов по выше приведенной методике с расчетами по программе «Лира-Windows» показало высокую степень сходимости. В то же время расчеты по предложенной методике имеют преимущество в том, что при этом появляется достаточно простая возможность учета образования различных трещин в ребрах и полках ребристых плит, а также сплошных плит при использовании стержневой аппроксимации.

Расчеты показывают, что при большой толщине полок (что может иметь место при наличии поперечных ребер большой жесткости) в опорных сечениях ребер появляются отрицательные изгибающие моменты за счет эффекта кручения полок. Этот фактор говорит о важности учета кручения полок, т.к. при этом увеличивается достоверность расчетов по определению напряженно-деформированного состояния ребристых плит.

Приведенные выше исследования справедливы для расчета плит на пролет, где проблема загрузки одного ребра подвесным крановым оборудованием еще более актуальна, так как их конструкция такова, что совместная работа плит друг с другом не возможна ввиду невозможности их объединения шпонками. Поэтому схема одиночного загрузки ребра в этом случае более реальна.

Приведенная методика легко распространяется на ребристые системы с произвольным количеством ребер. Подход к решению задачи при этом совершенно не изменяется, а только увеличивается количество неизвестных функций. В таком случае

составляется (аналогично [1]) система уравнений для каждого из сечений перекрытия, которые проводятся между ребрами плит и между смежными ребрами соседних плит. При этом в сечениях между ребрами учитываются все составляющие неизвестных усилий, а в сечениях между ребрами смежных плит – только вертикальные усилия взаимодействия, т.к. сборное соединение рассматривается как цилиндрический шарнир, передающий с плиты на плиту только вертикальные усилия взаимодействия [3, 6].

Методика расчета особенно эффективна при расчете сплошных плит с помощью стержневой аппроксимации, т.к. при этом крутящие моменты оказывают весьма существенное значение. В таком случае сплошная плита отсекается на несколько линейных (балочных) конечных элементов с фиктивными полками, расположенными по центрам тяжести ребер (см. рис. 1) и усилия по линиям сопряжения смежных элементов определяются по методике, совершенно аналогичной приведенной выше.

#### **Выводы и перспективы исследований.**

Приведенная методика позволяет рассчитывать ребристые плиты, сборные ребристые перекрытия и сплошные плиты с учетом кручения их полок. Кручение полок уточняет представление о напряженно-деформированном состоянии полок и ребер ребристых плит, т.к. при традиционном проектировании учитываются только изгибающие моменты. Таким образом, учет кручения полок повышает достоверность расчета проектируемых конструкций.

В перспективе следует провести исследования по учету не только крутильных деформаций полок, но и распоров в полках, появляющихся в горизонтальном направлении, перпендикулярном осям продольных ребер, т.к. в плитах с высоким поперечным сечением учет фактора распора накладывает отпечаток на их напряженно-деформированное состояние.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Азизов Т.Н. Теория пространственной работы перекрытий. К.: Науковий світ, 2001. – 276 с.
2. Азизов Т.Н. Учет кручения полок при расчете ребристых перекрытий // Будівельні конструкції. Міжвідомчий науково-технічний збірник. Вип.58. – Київ: НДІБК, 2003. – С. 3-7.
3. Байков В.Н. Расчёт сборного панельного перекрытия на местную продольную линейно-сосредоточенную нагрузку // Проектирование железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1966. – 380 с.
4. Байков В.Н., Бедов А.И., Фролов А.К. Эффект крутящих моментов и распоров в железобетонных плитах, опертых по контуру // Строительная механика и расчет сооружений. – 1992. - № 3. – С. 41-48.
5. Голышев А.Б., Бачинский В.Я., Полищук В.П. Железобетонные конструкции. – Киев: Логос, 2001. – Том.2 – 415 с.
6. Дроздов П.Ф. Расчёт сборных перекрытий, опирающихся на внутренние и наружную стены // Сборник трудов НИИСК. «Строительные конструкции», вып. XII. – Киев, 1969. – С. 120-129.
7. Семченков А.С. Пространственно–деформирующиеся железобетонные диски перекрытий многоэтажных зданий. Экспериментальные исследования, практические методы расчета и проектирование: Дис. ... докт. техн. наук: 05.23.01. – М., 1991. – 703 с.
8. Трифонов И.А, Складнев Н.Н. Практический метод расчёта распределения рядовой сосредоточенной нагрузки в пролётных строениях балочных мостов // Известия вузов. Сер. Строительство и архитектура. – 1968. – №10. – С. 29-32.