

## **ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРОЕКТУВАННЯ ТА ЗАПРОВАДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНИХ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ**

**УДК 624.012.45**

**Азизов Т.Н., д.т.н., професор** (Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тычины, г. Умань)

### **ОБЩИЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ КРУТИЛЬНОЙ ЖЕСТКОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С ТРЕЩИНАМИ**

**Описується загальний підхід до визначення крутильної жорсткості залізобетонних елементів при наявності в них тріщин. Зроблено акцент на факт практичного відсутності методик визначення крутильних жорсткостей залізобетонних елементів з тріщинами при тому, що їх вигибною жорсткістю уделено подавляюче більшість досліджень.**

**The general approach to the defining of the torsion resistance of the reinforced concrete elements if the splits are present is described. The accent is made on the fact of the practical absence of the methods of determination of the torsion harshness of the elements made of reinforced concrete with the splits in them by the fact, that their bending resistance.**

**Аналіз публікацій і постановка задачі.** Відомо, що на просторову роботу плитно-ребристих систем суттєве впливає крутильна жорсткість їх елементів. В залізобетонних плитно-ребристих системах (мости, ребристі монолітні і сборні перекриття) на вигибну і крутильну жорсткості оказують вплив різні тріщини [2, 9].

При діянні локальних навантажень (наприклад, транспортна навантаження на одну або декілька мостових балок) в окремих балках можуть з'являтися тріщини, в інших вони можуть відсутні. При цьому крутильні і вигибні жорсткості в балках без тріщин і з тріщинами будуть відрізнятися. В роботах [2, 7, 9] показано, що перерозподіл локального навантаження залежить практично однаково як від вигибною, так і від крутильної жорсткостей окремих балок. Ця залежність є суттєвою. Слідовательно, визначення вигибною і крутильної жорсткостей є важливою і актуальною задачею. В той же час на сьогоднішній день існує дуже багато робіт по дослідженню вигибною жорсткості залізобетонних елементів з тріщинами і дуже мало досліджень крутильної жорсткості таких елементів. Більшість досліджень, присвячених крученню в залізобетоні, присвячено вивченню міцності таких елементів. Існуючі методики визначення жорсткості на кручення [6]

касаются только железобетонных элементов с пространственными (спиральными) трещинами, хотя экспериментальными исследованиями установлено существенное влияние нормальных трещин на крутильную жесткость железобетонных элементов. Б.В. Карабанов [5] сделал вывод о том, что при образовании трещин крутильная жесткость уменьшается быстрее изгибной жесткости на основе экспериментов В.Н. Горнова [4]. Однако теоретически этот факт не обоснован.

В связи с вышесказанным **целью настоящей статьи** является разработка подходов к определению крутильных жесткостей железобетонных элементов с трещинами

**Изложение основного материала.** Как было сказано выше, жесткость железобетонных элементов при кручении рассматривалась ранее только для случаев наличия спиральных пространственных трещин. Кроме того, и в этих работах рассматриваются простые виды сечений: прямоугольник с симметричной арматурой, кольцо, цилиндрические элементы. На практике же встречаются самые различные виды сечений: тавровые, двутавровые, полые треугольники, коробчатые и т.д. Поэтому следует разработать методы определения крутильных жесткостей, которые имели бы общие гипотезы для любого типа сечения, а также включали бы в себя способы расчета элементов с наличием как пространственных, так и наклонных и нормальных трещин.

Рассмотрим для начала железобетонный элемент с нормальными трещинами (рис. 1).

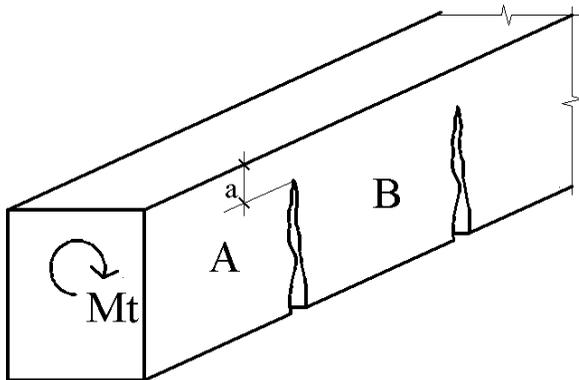


Рис. 1. Схема железобетонного элемента с нормальными трещинами, нагруженного крутящим моментом

Если из решения одной части задачи каким-либо образом определить перемещения верхней части блока В относительно нижней его части (рис. 1), то неизвестная поперечная (нагельная) сила  $Q$  в арматуре элемента (рис. 2) может быть достаточно просто определена из условия равенства горизонтальных перемещений точек  $C$  и  $C'$  в месте мысленного разреза арматуры.

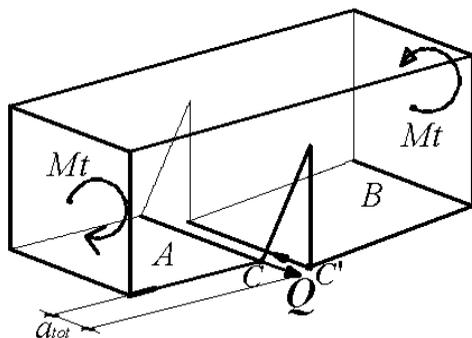


Рис. 2. Схема для определения нагельной силы в арматуре при взаимном повороте двух блоков, отделенных трещиной

Нагельная сила в арматуре  $Q$  может быть определена на основе методик [1] и [2] с уточнениями, сделанными в результате исследований, проведенных автором в последнее время, по формуле:

$$Q = \frac{\Delta_{ver}^{Mt} - \Delta_{T,S}^{Mt}}{\Delta_{ver,ed}^Q + \Delta_{cel,ed}^Q - \Delta_{TS,ed}^Q + \Delta_{ob,ed} + \Delta_{sh,ed}}, \quad (1)$$

где обозначено:

$\Delta_{ob,ed}$ ;  $\Delta_{sh,ed}$  - перемещения от смятия бетона и сдвига арматуры от действия единичной силы  $\bar{Q} = 1$ , определяемые как перемещения стержня, опирающегося на сплошное упругое основание [2];

$\Delta_{ver}^{Mt}$  - перемещение точки  $C$  от кручения верхней части, т.е. сжатой зоны (см. рис. 2) внешним моментом  $M_i$ ;

$\Delta_{T,S}^{Mt}$  - перемещение точки  $C'$ , т.е. нижней части на рис. 2, от действия внутренних сил  $QS_i(x)$  и  $T_i(x)$ , возникающих в плоскости, проходящей на уровне низа сжатой зоны бетона, от кручения внешним моментом  $M_i$ ;

$\Delta_{ver,ed}^Q$  - перемещение точки  $C$  от кручения верхней части (см. рис. 2) крутящим моментом, создаваемым единичной силой в арматуре  $\bar{Q} = 1$ ;

$\Delta_{TS,ed}^Q$  - перемещение точки  $C'$ , т.е. нижней части от действия внутренних сил  $QS_i(x)$  и  $T_i(x)$ , возникающих в плоскости низа сжатой зоны от кручения единичной силой  $\bar{Q} = 1$ ;

$\Delta_{cel,ed}^Q$  - перемещение точки  $C^I$  от кручения блока с полной высотой сечения в результате действия единичной силы  $\bar{Q} = 1$ . Следует отметить, что в действительности имеется не одна сила  $Q$ , а пара сил. Верхняя сила, направленная в сторону, противоположную от нагельной силы в арматуре и приложенная на уровне центра тяжести сжатой зоны вместе с рассматриваемой нагельной силой создает крутящий момент пары сил  $\bar{Q} \cdot Z_s$ , где  $Z_s$  – плечо этой пары сил, равное расстоянию от центра тяжести арматуры до центра тяжести сжатой зоны бетона.

В виду симметрии схемы, показанной на рис. 2, общее взаимное перемещение берегов трещины будет складываться из перемещений как блока  $A$ , так и блока  $B$ . Поэтому перемещения блоков могут быть определены по схеме, показанной на рис. 3.

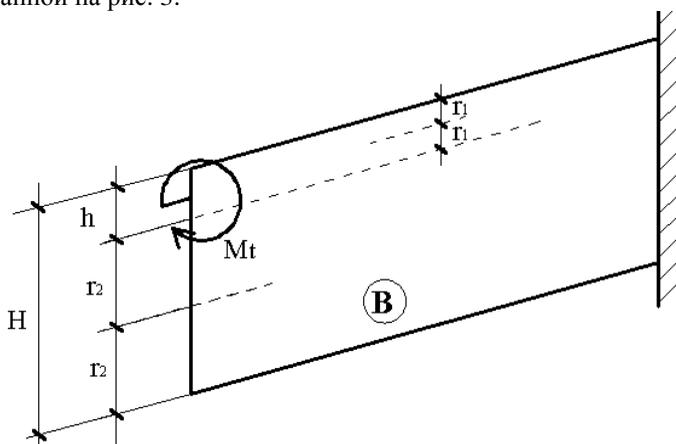


Рис. 3. Схема приложения момента к блоку  $B$

При этом длина каждого из блоков равна половине расстояния между трещинами, т.е. условная заделка на рис. 3 находится в середине между двумя нормальными трещинами.

С учетом схемы по рис. 3 перемещения точек  $C$  и  $C^I$  определяются по выражениям (против часовой стрелки – положительный знак):

$$\begin{aligned} \Delta C &= \Delta_{T,s}^{Mt} - \Delta_{ver}^{Mt} - \Delta_{T,S}^Q + \Delta_{cel}^Q + \Delta_{ver}^Q + \Delta_{ob} + \Delta_{sh}; \\ \Delta C^I &= -\Delta_{T,s}^{Mt} + \Delta_{ver}^{Mt} + \Delta_{T,S}^Q - \Delta_{cel}^Q - \Delta_{ver}^Q - \Delta_{ob} - \Delta_{sh} \end{aligned} \quad (2)$$

При этом рассматривается сначала схема по рис. 3, затем кососимметричная этой схеме, т.е. когда с блока  $B$  передается крутящий момент на блок  $A$ .

В выражениях (2) приняты обозначения:

$\Delta_{T,S}^{Mt}$  - перемещения нижней точки консоли (на рис.3) от действия внешнего момента, который на уровне низа сжатой зоны создает внутренние усилия  $T$  и  $S$  (см. [1]);

$\Delta_{ver}^{Mt}$  - перемещения точки  $C$  от кручения верхней части консоли внешним моментом (условно, если считать блок  $A$  абсолютно жестким, то точка  $C$  переместится в результате закручивания верхней части блока  $B$ );

$\Delta_{T,S}^Q$  - то же, что и  $\Delta_{T,S}^{Mt}$ , но от кручения парой сил, создаваемой нагельной силой  $Q$ ;

$\Delta_{ver}^Q$  - то же, что и  $\Delta_{ver}^{Mt}$ , но от кручения парой сил, создаваемой нагельной силой  $Q$ ;

$\Delta_{cel}^Q$  - перемещение нижней точки консоли от кручения блока с полной высотой  $H$  (см. рис. 3) парой сил, создаваемой нагельной силой  $Q$ ;

$\Delta_{ob}$  и  $\Delta_{sh}$  - перемещения от смятия бетона и сдвига арматуры в результате действия нагельной силы.

Приравнявая перемещения точек  $C$  и  $C'$  по (2), придавая единичное значение нагельной силе  $\bar{Q} = 1$  и приведя подобные, получим приведенную выше формулу (1) для определения неизвестной нагельной силы.

После вычисления неизвестной величины  $Q$  можно определить реальное перемещение в трещине  $a_{tot}$ , которое будет равно удвоенной сумме перемещений от смятия бетона и сдвига арматуры:

$$a_{tot} = 2(\Delta_{ob} + \Delta_{sh}) \quad (3)$$

Здесь перемещения умножаются на 2, т.к. обмятие арматуры происходит как в блоке слева, так и в блоке справа от трещины. При разных длинах блоков принцип определения нагельной силы и перемещений в трещине не изменяется.

Для определения крутильной жесткости элемента с нормальной трещиной следует определить угол поворота условно сплошного (без трещин) элемента:

$$\varphi_{ekv} = \frac{a_{tot}}{h/2}. \quad (4)$$

Отношение угла поворота сплошного элемента без трещин к эквивалентному, определяемому по (2), дает нам отношение жесткости сплошного элемента к жесткости элемента с нормальной трещиной.

Составляющие перемещений, входящие в выражения (1) и (2), определя-

ются из условия поворота верхней части каждого блока (сжатая от изгиба зона) относительно его нижней части. Передача крутящего момента от блока  $A$  к блоку  $B$  на рис. 1 происходит через сжатую зону бетона. При этом схема приложения крутящего момента к блоку  $B$  выглядит как показано на рис. 3.

Задача теории упругости о кручении стержня прямоугольного сечения, как известно, решается в предположении, что торец стержня равномерно загружен касательными силами, равнодействующая которых приводится к крутящему моменту  $M_t$ . При схеме приложения момента по рис. 3 на части сечения напряжения и перемещения не могут быть определены по формулам кручения.

Задача определения поворота верхней (заштрихованной на рис. 4) части относительно нижней может быть решена несколькими способами.

**Первый способ** – с помощью метода конечных элементов (МКЭ) с применением объемных конечных элементов (КЭ). Однако при этом следует учитывать трудности использования объемных КЭ с использованием стандартных программных комплексов типа «Лира-windows», «Скад», «Recon» и т.д. Эти трудности общеизвестны, тем более, когда речь идет о том, что данная задача является только частью решения более общей задачи определения крутильной жесткости железобетонного элемента с трещинами. Т.е. эта часть решения задачи должна быть подпрограммой при решении основной задачи, что в принципе возможно.

**Второй способ** – использование в качестве подпрограммы прямых методов решения пространственной задачи теории упругости [3, 8, 10]. Разработка таких подпрограмм позволила бы более точно решать задачу. Недостатком использования таких методов является почти непреодолимые трудности учета физической нелинейности, т.к. при этом весь блок должен рассматриваться как сплошное упругое тело.

Третий и четвертый способы – инженерные, более приближенные, но более просто реализуемые. Преимуществом этих способов (особенно, четвертого) является возможность распространения их на решение нелинейных задач.

Суть **третьего способа** заключается в том, что на основе большого количества расчетов по МКЭ с использованием объемных конечных элементов в стандартных программных комплексах для балок с различным соотношением высоты сжатой (от изгиба) зоны, длины блока между трещинами, высоты сечения блока и его ширины получают зависимости перемещений (поворотов) в рассматриваемых блоках. Затем, используя схему стержня с переменной высотой сечения (рис. 4), следует подобрать функцию изменения его высоты по длине блока вдоль продольной оси стержня  $h_y=f(y)$  от начальной высоты, равной высоте сжатой (от изгиба) зоны  $X$ , до полной высоты  $h$  в конце блока длиной  $L$ .

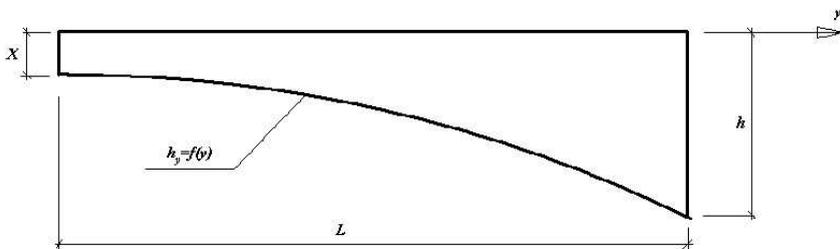


Рис. 4. Схема стержня с переменной высотой поперечного сечения

К левому концу такого эквивалентного стержня прикладывается крутящий момент, правый конец считается жестко зашпеленным. Задача решается элементарными методами сопротивления материалов для закрученного стержня с переменной высотой сечения. Функцию изменения высоты  $h_y=f(y)$  следует подбирать таким образом, чтобы поворот левого конца эквивалентного стержня (рис. 4) был равен повороту верхней части объемного блока, к части поперечного сечения которого приложен крутящий момент (рис. 3) и который рассчитан с использованием объемных конечных элементов с использованием стандартных программ, в которых реализован МКЭ.

Такой подход позволяет (после получения функций изменения высоты сечения для блоков с любой длиной, шириной и высотой сечения, а также с любой высотой сжатой от изгиба зоны бетона) ввести в общую программу расчета весьма малую подпрограмму, которая вычисляет поворот конца сечения с высотой  $X$ . При тщательном подборе функции изменения высоты получается весьма высокая точность приближения при очень простом подходе к решению задачи.

Четвертый способ также является приближенным, но весьма удобным, особенно для решения задачи с учетом нелинейных свойств железобетона. Блок балки между нормальными трещинами разделяется на  $n+1$  полос горизонтальными сечениями, количество которых равно  $n$  (см. [1]). Составляется система дифференциальных уравнений, в результате решения которой получаются неизвестные функции внутренних усилий по плоскостям рассечения.

Количество стержней, на которые по высоте разбивается блок между трещинами, подбирается путем пробных расчетов для получения сходимости результатов так же, как это обычно делается при расчете методом конечных элементов.

После определения одним из четырех выше перечисленных способов угла поворота верхней части блока, вычисляются составляющие перемещений формулы (1) и по формуле (4) определяется реальная жесткость железобетонного элемента с нормальными трещинами.

Таким способом вычисляется жесткость на протяжении всей длины железобетонного элемента с трещинами. Аналогичный способ определения жест-

кости применяется для элементов с наклонными трещинами.

Для тавровых железобетонных элементов с трещинами более удобным является четвертый способ определения жесткости. При этом ода из секущих плоскостей должна проходить на уровне стыка полки с ребром тавра.

**Выводы и перспективы исследований.** Предложен новый подход к определению крутильных жесткостей железобетонных элементов с трещинами. Этот подход позволяет разными способами определять крутильные жесткости железобетонных элементов разной формы.

В **перспективе** предложенный подход требует дальнейшего развития с доведением до расчетных формул и программ расчета на ЭВМ для любой формы поперечного сечения железобетонного элемента, любого вида трещин (нормальных, наклонных и пространственных), а также распространение предложенного подхода на расчет с учетом длительных процессов и ползучести железобетона.

Исследователям следует иметь в виду, что проблема определения крутильных жесткостей балочных конструкций перекрытий и мостов при трещинообразовании не менее важна, чем проблема определения их изгибных жесткостей, которой уделялось до настоящего времени значительно большее внимание.

1. Азизов Т.Н. Определение крутильной жесткости железобетонных элементов с трещинами//Дороги і мости. Збірник наукових праць. Вип. 7.Том 1. - Київ: ДерждорНДІ, 2007. – С. 3-8.
2. Азизов Т.Н. Пространственная работа железобетонных перекрытий. Теория и методы расчета: Дисс. ... докт. техн. наук: 05.23.01 / Полтавский национальный технический университет. – Полтава, 2006. – 406 с.
3. Винокуров Л.П. Прямые методы решения пространственных и контактных задач для массивов и фундаментов. Харьков, 1956. – 279 с.
4. Горнов В.Н. Исследование прочности и жёсткости сборных железобетонных перекрытий из лотковых настилов // Материалы и конструкции в современной архитектуре. – М.: Стройиздат, 1950.
5. Карабанов Б.В. Новые конструктивные решения несущей системы каркасно-панельных зданий и нелинейные методы их расчета: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – М., 1998. – 41с.
6. Карпенко Н.И. общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.
7. Лантух-Лященко А.И. Развитие дискретно-континуальных методов расчета комбинированных систем: Автореф. дисс. ... докт. техн. Наук: 05.23.17/ КИСИ. – К., 1992. – 30 с.
8. Рекач В.Г. Руководство к решению задач по теории упругости. М., 1977.
9. Улицкий Б.Е., Потапкин А.А, Руденко В.И., Сахарова И.Д., Егорушкин Ю.М. Пространственные расчёты мостов. – М.: Транспорт, 1967. – 404 с.
10. Филоненко-Бородич М.М. Задача о равновесии упругого параллелепипеда при заданных нагрузках на его гранях // Прикладная математика и механика. – 1951. , т.15, вып. 2. – С. 137-148.