

А. О. Камінський, Л. А. Кіпніс, Т. В. Поліщук

**Міжфазне передруйнування  
у кутовій точці  
межі поділу середовищ**

*Монографія*

Умань – 2015

УДК 539.375  
ББК 22.251  
К 18

**Рецензенти:**

**В. М. Бастун** – доктор технічних наук, головний наукових співробітник Інституту механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України;

**В. М. Дякон** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, директор Уманської філії Європейського університету.

*Рекомендовано вченою радою*

*Уманського державного педагогічного університету*

*імені Павла Тичини*

Протокол 13 від 30 червня 2015 року

**К 18 Камінський А. О.** Міжфазне передруйнування у кутовій точці межі поділу середовищ : монографія / А. О. Камінський, Л. А. Кіпніс, Т. В. Поліщук. – Умань : ФОП Жовтий О.О., 2015. – 147 с.

Викладено результати розрахунків міжфазних зон передруйнування у кутовій точці межі поділу ізотропних середовищ в рамках моделей з лініями розриву переміщення. Відповідні задачі теорії пружності для кусково-однорідних тіл клиноподібної конфігурації з розрізами розв'язано точно методом Вінера-Хопфа у поєднанні з апаратом інтегрального перетворення Мелліна. Виведено формули для визначення довжин міжфазних зон передруйнування. Досліджено поведінку напружень біля кутових точок.

Для науковців у галузі механіки деформівного твердого тіла, а також студентів фізико-математичних спеціальностей вищих навчальних закладів.

УДК 539.375  
ББК 22.251

© А. О. Камінський, Л. А. Кіпніс, Т. В. Поліщук, 2015

## ЗМІСТ

<b>ПЕРЕДМОВА.....</b>	<b>4</b>
<b>РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ.....</b>	<b>7</b>
<b>РОЗДІЛ 2. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ ПРО ПОВЕДІНКУ НАПРУЖЕНЬ БІЛЯ КУТОВИХ ТОЧОК ПРУЖНИХ ТІЛ..</b>	<b>25</b>
<b>РОЗДІЛ 3. ЗАДАЧА ПРО РОЗВИТОК МІЖФАЗНОЇ ПЛАСТИЧНОЇ ЗОНИ ПЕРЕДРУЙНУВАННЯ В КУТОВІЙ ТОЧЦІ МЕЖІ ПОДІЛУ ІЗОТРОПНИХ СЕРЕДОВИЩ.....</b>	<b>41</b>
3.1. Постановка задачі.....	41
3.2. Виведення функціонального рівняння Вінера–Хопфа.....	45
3.3. Розв'язання рівняння Вінера–Хопфа.....	50
3.4. Визначення довжини пластичної зони передруйнування та дослідження поведінки напружень біля кутової точки.....	56
3.5. Розвиток початкових пластичних смуг від негладкої межі поділу середовищ.....	72
3.6. Пружнопластична задача для біоднорідної площини з навантаженою внутрішньою напівнескінченною тріщиною...	79
<b>РОЗДІЛ 4. ЗАДАЧА ПРО РОЗВИТОК МІЖФАЗНОЇ ЗОНИ ПЕРЕДРУЙНУВАННЯ В КУТОВІЙ ТОЧЦІ МЕЖІ ПОДІЛУ ІЗОТРОПНИХ СЕРЕДОВИЩ У ВИПАДКУ КРИХКОГО З'ЄДНУЮЧОГО МАТЕРІАЛУ.....</b>	<b>98</b>
4.1. Постановка задачі.....	98
4.2. Виведення функціонального рівняння Вінера–Хопфа.....	101
4.3. Розв'язання рівняння Вінера–Хопфа.....	105
4.4. Визначення довжини зони передруйнування та дослідження поведінки напружень біля кутової точки.....	111
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....</b>	<b>129</b>

## ПЕРЕДМОВА

Як свідчать літературні джерела, при дослідженні плоских статичних задач механіки руйнування композитних матеріалів про тріщини у кусково-однорідних тілах вважається, що межа поділу середовищ є гладкою, в першу чергу, прямолінійною. Але кутові точки негладкої межі поділу середовищ являють собою гострокінцеві концентратори напружень. У відповідних задачах теорії пружності при наближенні точки області до кутової точки межі поділу середовищ напруження прямують до нескінченності. Тому кожний з таких концентраторів напружень є надзвичайно небезпечний з точки зору можливості розриву суцільності біля нього і зародження тріщин, які виходять з нього. При цьому слід очікувати, що першими зароджуватимуться міжфазні тріщини (тріщини, які розташовані на межі поділу середовищ). Саме кутові точки негладкої межі поділу середовищ, а також складніші за своєю структурою точки указанного типу – вузлові, присутні у сучасних конструкціях, що передбачають використання нових композитних матеріалів, клейове і зварне з'єднання елементів. Якщо тріщина, яка зародилася у кутовій точці межі поділу середовищ, виявиться не стійкою, то після досягнення стану граничної рівноваги режим її розвитку буде динамічним. Це може призвести до непередбаченого катастрофічного руйнування конструкції.

Зародженню тріщин у кутових точках передують виникнення і розвиток біля них вузьких зон передруйнування, визначення яких є необхідним для установлення умов зародження тріщин. Більшість праць, що присвячені визначенню зон передруйнування, відноситься до концентраторів напружень в однорідних тілах. У випадку кусково-однорідних тіл зони передруйнування визначалися лише біля кінців міжфазних тріщин та тріщин, які виходять на межу поділу середовищ. Кутові точки кусково-однорідних тіл в цьому плані не вивчалися.

У монографії наведено одержані авторами розв'язки задач про визначення міжфазних зон передруйнування у кутовій точці межі поділу ізотропних середовищ в рамках моделей з лініями розриву переміщення.

Перший розділ містить огляд опублікованих в літературі з механіки руйнування результатів досліджень плоских задач про визначення зон передруйнування біля гострокінцевих концентраторів напружень у пружнопластичних і пружних тілах в рамках моделей з лініями розриву переміщення.

У другому розділі викладено необхідні для подальшого загальні положення про поведінку напружень біля кутових точок пружних тіл.

У третьому розділі дано розв'язок задачі про розвиток початкової міжфазної пластичної зони передруйнування з кутової точки межі поділу ізотропних лінійно-пружних середовищ у випадку пружнопластичного з'єднуючого матеріалу. Пластична зона передруйнування моделюється лініями розриву дотичного переміщення. Відповідну плоску статичну симетричну задачу теорії пружності для кусково-однорідної ізотропної площини з межею поділу середовищ у формі сторін кута, яка містить розрізи скінченної довжини, що виходять з кутової точки та розташовані на даній межі, розв'язано методом Вінера–Хопфа у поєднанні з апаратом інтегрального перетворення Мелліна. На основі цього розв'язку визначено довжину пластичної зони передруйнування та досліджено поведінку напружень біля кутової точки.

У випадку, коли частини кусково-однорідного пружнопластичного тіла жорстко зчеплені, вивчено питання про можливість розвитку початкової пластичної зони передруйнування уздовж негладкої межі поділу середовищ.

З використанням результатів, що одержано у підрозділах 3.1 – 3.4, дано розв'язок симетричної пружнопластичної задачі механіки руйнування композитних матеріалів про визначення слабо розвинутої міжфазної пластичної зони у кусково-однорідній ізотропній площині в кутовій точці межі поділу середовищ, яка має форму сторін кута, за наявності навантаженої внутрішньої напівнескінченної тріщини.

У четвертому розділі дано розв'язок задачі про розвиток початкової міжфазної зони передруйнування з кутової точки межі поділу ізотропних лінійно-пружних середовищ у випадку крихкого з'єднуючого матеріалу. Зона передруйнування моделюється лініями розриву нормального переміщення. Відповідну задачу теорії пружності розв'язано методом Вінера–Хопфа. На основі цього розв'язку визначено довжину зони передруйнування та досліджено поведінку напружень біля кутової точки.

Викладені у монографії результати можуть бути корисні науковцям у галузі механіки деформівного твердого тіла, а також студентам фізико-математичних спеціальностей вищих навчальних закладів.

