

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**ІМЕНІ ОЛЕСЯ ГОНЧАРА**

**Поліщук Тетяна Вікторівна**

УДК 539.375

**ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ МІЖФАЗНОГО ПЕРЕДРУЙНУВАННЯ**  
**У КУТОВІЙ ТОЧЦІ МЕЖІ ПОДІЛУ СЕРЕДОВИЩ**

01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла

**Автореферат**

дисертації на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

Дніпропетровськ – 2015

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано в Уманському державному педагогічному університеті імені Павла Тичини.

**Науковий керівник:** доктор фізико-математичних наук, професор  
**Кіпніс Леонід Абрамович**,  
Уманський державний педагогічний  
університет імені Павла Тичини,  
завідувач кафедри вищої математики.

**Офіційні опоненти:** доктор фізико-математичних наук, професор  
**Говоруха Володимир Борисович**,  
Дніпропетровський державний аграрно-  
економічний університет,  
завідувач кафедри вищої математики;

доктор фізико-математичних наук,  
старший науковий співробітник  
**Меньшиков Василь Олександрович**,  
Національний аерокосмічний університет  
ім. М.Є. Жуковського «Харківський  
авіаційний інститут»,  
професор кафедри теоретичної механіки,  
машинознавства та роботомеханічних  
систем.

Захист відбудеться “06” «березня» 2015 р. о 14:00 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 08.051.10 при Дніпропетровському національному університеті імені Олеся Гончара за адресою: 49044, м. Дніпропетровськ, просп. К. Маркса, 35, корпус 5, ауд. 85.

З дисертацією можна ознайомитись у науковій бібліотеці Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара за адресою: 49050, м. Дніпропетровськ, вул. Козакова, 8.

Автореферат розісланий “02” лютого 2015 р.

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради,  
доктор технічних наук, професор



А. П. Дзюба

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Сучасний рівень розвитку техніки вимагає від науки дослідження нових задач, які пов'язані з необхідністю підвищення надійності та довговічності машин і конструкцій, що працюють в складних умовах експлуатації. Наявність в матеріалах тріщин та тріщиноподібних дефектів, які можуть стати причиною непередбаченого катастрофічного руйнування конструкцій, зумовлює зростаючий інтерес дослідників до механіки руйнування, що є однією з найважливіших складових частин науки про міцність матеріалів і елементів конструкцій.

Руйнування матеріалів відбувається після розвитку в них біля різного типу концентраторів напружень зон передруйнування. Визначення конфігурації і розмірів локальних зон передруйнування дозволяє повніше описати напружено-деформований стан матеріалу біля гострокінцевих концентраторів, який передуює руйнуванню, та є однією з центральних проблем механіки руйнування.

Більшість праць, що присвячені визначенню зон передруйнування, відносяться до концентраторів напружень в однорідних тілах. У випадку кусково-однорідних тіл зони передруйнування визначалися лише біля кінців міжфазних тріщин та тріщин, які виходять на межу поділу середовищ. Кутові точки кусково-однорідних тіл в цьому плані не вивчалися. Але сучасні конструкції передбачають використання нових композитних матеріалів, клейове і зварне з'єднання елементів, наявність на поверхнях поділу середовищ гострокінцевих концентраторів напружень (зокрема, кутових точок). Тому актуальною проблемою механіки деформівного твердого тіла є здійснення досліджень процесів передруйнування біля кутових точок кусково-однорідних тіл. У даній роботі проведено дослідження, що відноситься до указаної проблеми.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Робота виконувалася у рамках держбюджетних науково-дослідних тем кафедри вищої математики Уманського державного педагогічного університету імені Пала Тичини «Математичне дослідження початкового етапу руйнування ізотропних пружних і пружнопластичних тіл біля гострокінцевих концентраторів напружень» (2009-2011р.р., номер державної реєстрації 0109U000006), «Побудова розв'язків задач про тріщини та пластичні смуги біля кутових точок пружних і пружнопластичних тіл» (2013-2015р.р., номер державної реєстрації 0105U007894).

**Мета і завдання дослідження.** Метою роботи є установлення законів розвитку міжфазних зон передруйнування у кутовій точці межі поділу ізотропних середовищ та характеру зміни рівня концентрації напружень біля цієї точки (зокрема, в області деструкції матеріалу) у залежності від кута і пружних сталей.

Поставлена мета досягалась шляхом виконання таких завдань:

- здійснення переходу від задач механіки руйнування композитних матеріалів про визначення міжфазних зон передруйнування в кутовій

точці межі поділу ізотропних середовищ до задач теорії пружності для кусково-однорідних клиноподібних тіл з лініями розриву переміщення у вершині;

- побудова точних розв'язків указаних задач;
- визначення на основі даних розв'язків довжин ліній розриву переміщення;
- дослідження поведінки напружень біля вершин клиноподібних тіл.

*Об'єкт дослідження* – кусково-однорідне тіло у випадках пружнопластичного і крихкого з'єднуючих матеріалів та у випадку жорсткого зчеплення частин.

*Предмет дослідження* – процеси розвитку міжфазних зон передруйнування у кутовій точці межі поділу середовищ.

**Методи дослідження:** положення механіки квазікрихкого руйнування; загальні положення про поведінку напружень біля кутових точок пружних тіл; метод Вінера–Хопфа у поєднанні з апаратом інтегрального перетворення Мелліна.

**Наукова новизна одержаних результатів** полягає у наступному:

- побудовано точні розв'язки нових задач теорії пружності для кусково-однорідної площини з межею поділу середовищ у формі сторін кута і міжфазними лініями розриву переміщення в кутовій точці;
- на основі цих розв'язків вперше у механіці руйнування композитних матеріалів визначено міжфазні зони передруйнування в кутовій точці межі поділу ізотропних середовищ у випадках пружнопластичного і крихкого з'єднуючих матеріалів;
- метод розв'язання функціональних рівнянь Вінера–Хопфа задач про визначення вузьких зон передруйнування у кутових точках однорідних тіл в рамках моделей з лініями розриву переміщення поширено на випадок кусково-однорідного тіла;
- розв'язано задачу про розвиток початкових пластичних смуг-зон від негладкої межі поділу середовищ;
- розв'язано пружнопластичну задачу механіки руйнування про визначення слабо розвинутої міжфазної пластичної зони у біоднорідній площині в кутовій точці межі поділу середовищ за наявності навантаженої внутрішньої напівнескінченної тріщини.

**Обґрунтованість і достовірність** одержаних результатів забезпечується використанням як вихідних лише класичних положень механіки деформівного твердого тіла; коректністю постановок крайових задач теорії пружності, їх адекватністю фізичним процесам, що досліджуються; застосуванням точних математичних методів для розв'язання задач; збігом результатів в окремих випадках з відомими, їх відповідністю відомим результатам експериментальних досліджень.

**Практичне значення одержаних результатів.** Результати роботи подано у вигляді зручних для практичного користування формул, числових

таблиць і графіків, які відповідають різним значенням кута між лініями межі поділу середовищ в її кутовій точці і пружних сталей. Ці дані можуть становити інтерес для різних галузей будівництва, машинобудування, приладобудування і використовуватись при вирішенні питань, що пов'язані з руйнуванням конструкцій, які передбачають клейове з'єднання елементів.

**Публікації.** За матеріалами дисертації опубліковано 14 наукових праць: 2 статті у науковому фаховому виданні України, яке включено до міжнародних наукометричних баз; 6 статей у наукових фахових виданнях України; 6 робіт у матеріалах конференцій.

**Особистий внесок здобувача.** Основні результати роботи одержані здобувачем самостійно. В [1-12, 14] здобувачу належить участь у постановці задач; здійснення переходу від задач про зони передруйнування до задач теорії пружності для клиноподібних тіл з розрізами; виведення і розв'язання рівнянь Вінера–Хопфа; визначення довжин зон передруйнування; знаходження напружень та дослідження їх поведінки біля кутових точок. Співавторам в [1-12, 14] належить формулювання загальної проблеми, з якою пов'язана дана робота; участь у постановці задач і вибір методів їх розв'язання; участь спільно зі здобувачем в обговоренні одержаних результатів.

**Апробація результатів роботи.** Основні положення та результати дисертації доповідались і обговорювались на 8-му, 9-му, 10-му і 11-му міжнародних симпозиумах українських інженерів – механіків у Львові (Львів 2007, 2009, 2011, 2013); Міжнародних конференціях «Dynamical system modelling and stability investigation: modelling&stability» (Київ 2007, 2011); XV-й міжнародної наукової конференції учених України, Беларусі, Росії «Прикладные задачи математики и механики» (Севастополь 2007); II-й міжнародній науковій конференції «Сучасні проблеми механіки та математики» (Львів 2008); 4-й міжнародній конференції «Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій» (Львів 2009); Міжнародній науковій конференції «Математичні проблеми технічної механіки -2010» (Дніпродзержинськ 2010); IV-й конференції молодих вчених із сучасних проблем механіки та математики імені академіка Я. С. Підстригача (Львів 2011); XXI-й і XXII-й міжнародних наукових школах ім. академіка С. А. Христиановича «Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках» (Симферополь 2011, 2012); XIV-й міжнародній науковій конференції імені академіка М. Кравчука (Київ 2012); Міжнародній науковій конференції «Сучасні проблеми механіки деформівного твердого тіла, диференціальних та інтегральних рівнянь» (Одеса 2013).

У повному обсязі дисертація доповідалась і обговорювалась на наукових семінарах відділу механіки руйнування матеріалів Інституту механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України під керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора А.О. Камінського і кафедри теоретичної та прикладної механіки Дніпропетровського національного

університету імені Олеса Гончара під керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора В.В. Лободи.

**Об'єм та структура роботи.** Дисертація складається зі вступу, 4 розділів, висновків та списку використаної літератури, що включає 163 найменування. Загальний обсяг дисертації становить 163 сторінки, у тому числі 144 сторінки основного тексту. Робота містить 43 рисунка і 15 таблиць.

Автор висловлює глибоку вдячність науковому керівнику професору Леоніду Абрамовичу Кіпнісу і науковому консультанту професору Анатолію Олексійовичу Камінському за постійну увагу до роботи, консультації та численні методичні вказівки, які були використані при її виконанні.

## ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ВИСНОВКИ

В роботі вперше у механіці руйнування композитних матеріалів визначено міжфазні зони передруйнування в кутовій точці межі поділу ізотропних середовищ у випадках пружнопластичного і крихкого з'єднуючих матеріалів. Розрахунки зон передруйнування виконано на основі побудованих в роботі точних розв'язків нових задач теорії пружності для кусково-однорідної площини з межею поділу середовищ у формі сторін кута і міжфазними лініями розриву дотичного або нормального переміщення в кутовій точці.

Основні результати роботи такі.

1. Здійснено перехід від задач про зони передруйнування до задач пружності для клиноподібних тіл з розрізами.

2. Методом Вінера–Хопфа побудовано точні розв'язки цих задач.

3. На основі одержаних розв'язків виведено формули, які установлюють зв'язок між довжинами зон передруйнування і сталою, що характеризує інтенсивність напружень у кутовій точці.

4. Досліджено поведінку напружень біля кутової точки.

Аналіз одержаних в роботі результатів дозволив зробити такі основні висновки для широких класів задач про визначення міжфазних зон передруйнування у кутовій точці межі поділу середовищ.

1. Зі зростанням модуля параметра навантаження довжина зон передруйнування зростає за степеневим законом. Чим більша границя текучості на зсув (опір відриву) з'єднуючого матеріалу, тим менша довжина зони передруйнування.

2. Область зміни кута  $\alpha$  складається з проміжків, на яких довжина зони

передруйнування спочатку збільшується, а потім зменшується. Кут найбільшої довжини зони передруйнування є гострим.

3. Чим більше відношення модулів Юнга  $e_0 = E_1/E_2 > 1$ , тим більша довжина зони передруйнування і меншим є кут її найбільшої довжини.

4. У випадку пружнопластичного з'єднуючого матеріалу зі зростанням гострого кута  $\alpha$  концентрація напружень біля кутової точки (зокрема, в області деструкції матеріалу) послаблюється, а зі зростанням тупого – посилюється. У випадку крихкого з'єднуючого матеріалу при  $e_0 \leq e_0^* \approx 4,5$  зі зростанням гострого кута концентрація напружень посилюється, а зі зростанням тупого – послаблюється. При  $e_0 > e_0^*$  зі зростанням гострого кута концентрація напружень спочатку послаблюється, потім посилюється, а зі зростанням тупого – послаблюється. Якщо кут гострий, то в обох випадках зі зростанням  $e_0$  концентрація напружень послаблюється, а якщо тупий – посилюється.

5. Якщо частини кусково-однорідного пружнопластичного тіла жорстко зчеплені, то чим більше відношення модулів Юнга, тим ширша область значень кута, при яких початкова вузька зона передруйнування буде розвиватися уздовж негладкої межі поділу середовищ, примикаючи до неї зі сторони більш пластичного матеріалу.

## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Каминский А. А. О расчете пластической зоны предразрушения в угловой точке кусочно-однородного тела / А. О. Каминский, Л. А. Кипнис, Г. А. Хазин, Т. В. Полищук // Теоретическая и прикладная механика. – 2007. – № 43. – С.69– 75.
2. Кипнис Л. А. О расчете пластической зоны предразрушения в угловой точке границы раздела сред / Л. А. Кипнис, Т. В. Полищук // Прикладная механика: международный научный журнал. – 2009. – Т. 45, № 2. – С. 59–70. (*English translation: Kipnis L.A. Analysis of the plastic zone at the corner point of interface / L.A. Kipnis, T.V. Polishchuk // International Applied Mechanics. – 2009. – Vol. 45 (2). – P. 159-168*).
3. Каминский А. А. О модели пластической зоны предразрушения в угловой точке границы раздела сред / А. А. Каминский, Л. А. Кипнис, Т. В. Полищук // Доповіді НАН України. – 2009. – № 3. – С.78–84.
4. Каминский А. А. Трещина вблизи угловой точки границы раздела сред / А. А. Каминский, Л. А. Кипнис, Г. А. Хазин, Т. В. Полищук // Теоретическая и прикладная механика. – 2009. – № 46. – С. 57–61.
5. Кіпніс Л. А. Про вузьку зону передруйнування біля кутової точки кусково-однорідного пружного тіла / Л. А. Кіпніс, Г. А. Хазин, Т. В. Поліщук // Машинознавство. – 2009. – № 12. – С. 17–21.

6. Каминский А. А. О развитии начальных пластических полос от негладкой границы раздела изотропных сред / А. А. Каминский, Л. А. Кипнис, Г. А. Хазин, Т. В. Полищук // Теоретическая и прикладная механика. – 2011. – Т. 49, № 3. – С. 70–75.
7. Каминский А. А. О начальной зоне предразрушения в угловой точке границы раздела упругих сред / А. А. Каминский, Л. А. Кипнис, Т. В. Полищук // Прикладная механика: международный научный журнал. – 2012. – Т. 48, № 6. – С. 95–105.  
(English translation: Kaminsky A.A. Initial fracture process zone at the corner point of the interface between elastic bodies / A.A. Kaminsky, L.A. Kipnis, T.V. Polishchuk // International Applied Mechanics. – 2012. – Vol. 48 (6). – С. 700–709).
8. Кипнис Л. А. О начальном этапе процесса расслаивания кусочно-однородного упругого тела вблизи угловой точки / Л. А. Кипнис, Г. А. Хазин, Т. В. Полищук // Теоретическая и прикладная механика. – 2012. – Т. 50, № 4. – С.85–90.
9. Кіпніс Л. А. Розрахунок пластичної зони передруйнування у кутовій точці межі поділу середовищ / Л. А. Кіпніс, Г. А. Хазін, Т. В. Поліщук // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій / Під заг. ред. В. В. Панасюка. – Львів: Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, 2009. – С. 247–252.
10. Камінський А.О. Поведінка напружень біля кутової точки межі поділу середовищ за наявності зони передруйнування / А.О. Камінський, Л.А. Кіпніс, Г.А. Хазін, Т.В.Поліщук // Математичні проблеми технічної механіки - 2010: Матеріали міжнародної конференції «Математичні проблеми технічної механіки - 2010», Дніпродзержинськ 19-20 квітня 2010. – С. 47–48.
11. Кіпніс Л. А. Міжфазні пластичні смуги у кутовій точці кусково-однорідного ізотропного тіла / Л. А. Кіпніс, Г. А. Хазін, Т. В. Поліщук // Десятий міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові: Праці. – Львів: КІНПАТРИ ЛТД. – 2011. – С. 111–112.
12. Каминский А. А. О начальных пластических полосах в угловой точке границы раздела изотропных сред / А. А. Каминский, Л. А. Кипнис, Г. А. Хазин, Т. В. Полищук, В. О. Колмакова // Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках: Материалы XXI Международной научной школы им. академика С. А. Христиановича. – Симферополь: Тавр. нац. ун-т. – 2011. – С. 144–149.
13. Поліщук Т. В. Про початковий етап процесу розшарування кусково-однорідного ізотропного пружного тіла біля його кутової точки / Т.В. Поліщук // IV – та конференція молодих учених із сучасних проблем механіки і математики імені академіка Я. С. Підстригача / Тези доповідей. – Львів: Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України. – 2011. – С. 95–97.
14. Поліщук Т. Пластичні лінії розриву у кутовій точці межі поділу середовищ / Т. Поліщук, Г. Хазін, Л. Кіпніс // Одинадцятий міжнародний



симпозіум українських інженерів-механіків у Львові: Тези доповідей. – Львів : КІНПАТРИ ЛТД. – 2013. – С. 49–50.

## АНОТАЦІЯ

**Поліщук Т. В. Дослідження процесів міжфазного передруйнування у кутовій точці межі поділу середовищ. – Рукопис.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла. – Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара, Дніпропетровськ, 2015.

Визначено міжфазні зони передруйнування в кутовій точці межі поділу ізотропних середовищ у випадках пружнопластичного і крихкого з'єднуючих матеріалів. З цією метою здійснено перехід від задач про зони передруйнування до плоских статичних симетричних задач теорії пружності для кусково-однорідної ізотропної площини з межею поділу середовищ у формі сторін кута, яка містить лінії розриву дотичного або нормального переміщення скінченної довжини, що виходять з кутової точки та розташовані на даній межі. На нескінченності формулюється умова, яка дозволяє врахувати вплив зовнішнього поля.

Для побудови точних розв'язків задач використано метод Вінера–Хопфа у поєднанні з апаратом інтегрального перетворення Мелліна. На основі даних розв'язків виведено формули для визначення довжин зон передруйнування та досліджено поведінку напружень біля кутової точки. Установлено характер зміни рівня концентрації напружень біля кутової точки у залежності від кута і пружних сталей.

У випадку, коли частини кусково-однорідного пружнопластичного тіла жорстко зчеплені, вивчено питання про можливість розвитку початкової пластичної зони передруйнування уздовж негладкої межі поділу середовищ. Показано, що відповідна область значень кута існує.

**Ключові слова:** межа поділу середовищ, пружнопластичний і крихкий з'єднуючі матеріали, кутова точка, міжфазна зона передруйнування, лінія розриву переміщення, концентрація напружень, метод Вінера–Хопфа.

## АННОТАЦИЯ

**Полищук Т. В. Исследование процессов межфазного предразрушения в угловой точке границы раздела сред. – Рукопись.**

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела. – Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара, Днепропетровск, 2015.

Определены межфазные зоны предразрушения в угловой точке границы раздела изотропных сред в случаях упругопластического и хрупкого связующих материалов. С этой целью осуществлен переход от задач о зонах

предразрушения к плоским статическим симметричным задачам теории упругости для кусочно-однородной изотропной плоскости с границей раздела сред в форме сторон угла, которая содержит линии разрыва касательного или нормального смещения конечной длины, исходящие из угловой точки и расположенные на данной границе. На бесконечности формулируется условие, которое позволяет учесть влияние внешнего поля.

Для построения точных решений задач использован метод Винера–Хопфа в сочетании с аппаратом интегрального преобразования Меллина. На основе данных решений выведены формулы для определения длин зон предразрушения и исследовано поведение напряжений вблизи угловой точки. Установлен характер изменения уровня концентрации напряжений вблизи угловой точки в зависимости от угла и упругих постоянных.

Решена задача о развитии начальных пластических полос-зон от негладкой границы раздела сред. С использованием этого решения показано, что если части кусочно-однородного упругопластического тела жестко сцеплены, то чем больше отличаются материалы, тем шире область значений угла, при которых начальная узкая зона предразрушения будет развиваться вдоль негладкой границы раздела сред, примыкая к ней со стороны более пластичного материала.

**Ключевые слова:** граница раздела сред, упругопластический и хрупкий связующие материалы, угловая точка, межфазная зона предразрушения, линия разрыва смещения, концентрация напряжений, метод Винера–Хопфа.

## SUMMARY

**Polischuk T.V. Research of interfacial prefracture processes at the corner point of media-separating boundary. – Manuscript.**

Thesis for candidate's degree of physical and mathematical sciences on specialty 01.02.04 – mechanics of deformable solid. – Oles Honchar National university of Dniepropetrovsk, Dniepropetrovsk, 2015.

Interfacial prefracture zones at the corner point of the media-separating boundary in the case of elastoplastic and brittle connective materials are calculated. To this end, the transition from problems on prefracture zones to the plane static symmetric problems of elasticity theory for the piece-homogeneous isotropic plane with boundary of separating in the form of angle sides which contains lines of rupture of tangential or normal displacement of the finite length emanating from the corner point and placed on the boundary is accomplished. The condition that allows taking into consideration influence of external field is formulated at infinity.

Wiener–Hopf method in combination of Mellin transformation is used for the exact solution of corresponding problems. Formulae for calculating prefracture zones lengths are derived on the base of the given solutions and the stress near the corner point is investigated. Character of changing of concentration level of the stress near the corner point depending on the angle and elastic constants is determined.

When parts of piece-homogeneous elastoplastic body are rigidly connected the possibility of development initial plastic prefraction zone along non-smooth interface of media is investigated. Shown that the corresponding range of values of angle exit .

**Key words:** media-separating boundary, elastoplastic and brittle connective materials, corner point, interfacial prefraction zone, displacement rupture line, concentration of stresses, Wiener–Hopf method.