

ПРО КОНЦЕНТРАЦІЮ НАПРУЖЕНЬ БІЛЯ КІНЦІВ ТРІЩИНИ У КУТОВІЙ ТОЧЦІ МЕЖІ ПОДІЛУ СЕРЕДОВИЩ

Анатолій Камінський, Леонід Кіпніс, Тетяна Поліщук, Геннадій Хазін

*Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України,
Україна, 03057, м. Київ, вул. Несторова,*

*Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини, Україна, 20300,
м. Умань, вул. Садова,2*

Розглянуто плоску статичну симетричну задачу теорії пружності для кусково-однорідної ізотропної площини з межею поділу середовищ у формі сторін кута, яка містить тріщину скінченної довжини, що виходить з кутової точки. На нескінченності реалізується асимптотика, яка є розв'язком аналогічної задачі для тріщини, що породжується єдиним на інтервалі $-1;0$ коренем λ її характеристичного рівняння. Довільна стала, яка входить в указаний розв'язок, вважається заданою. Вона характеризує інтенсивність зовнішнього поля і повинна визначатись з розв'язку зовнішньої задачі.

З використанням апарату інтегрального перетворення Мелліна [3] задача зводиться до функціонального рівняння Вінера – Хопфа [2] виду

$$\Phi^+ p + \frac{c}{p + \lambda + 1} = G p \Phi^- p$$

($\Phi^\pm p$ – невідомі функції) у смузі комплексної площини, що містить уявну вісь. Будується точний розв'язок функціонального рівняння, який виражається через інтеграли типу Коші і гамма-функції. При цьому факторизація коефіцієнта рівняння на уявній осі здійснюється шляхом його розщеплення на функцію, що факторизується за допомогою гамма-функцій, і функцію, що факторизується за формулою Гахова [1]. На основі розв'язку рівняння Вінера-Хопфа виводиться формула для коефіцієнта інтенсивності напружень у кінці тріщини.

Дослідження поведінки напружень біля кутової точки крайової задачі теорії пружності. Показано, що ця точка є концентратором напружень з ступеневою особливістю. Показник степеня сингулярності напружень залежить від кута, відношення модулів Юнга та від коефіцієнтів Пуассона. Цей показник є найменшим на інтервалі $-1;0$ коренем певного трансцендентного рівняння.

Якщо відношення e_0 модуля Юнга матеріалу з тріщиною до модуля Юнга матеріалу без тріщини менше за 1 (вважається, що коефіцієнти

Пуассона дорівнюють 0,3), то при зростанні кута між тріщиною і межею поділу середовищ концентрація напружень біля кутової точки спочатку послаблюється, а потім посилюється. При цьому значення кута, для якого концентрація напружень буде найменшою, належить інтервалу від 80° до 90° і збільшується зі збільшенням e_0 .

Якщо $e_0 > 1$, то при зростанні кута концентрація напружень біля кутової точки спочатку посилюється, а потім послаблюється. При цьому значення кута, для якого концентрація напружень буде найбільшою, належить інтервалу від 90° до 110° і збільшується зі збільшенням e_0 .

Якщо кут прямує до нуля чи 180° , то показник степеня сингулярності напружень прямує до -0,5. Зі збільшенням e_0 концентрація напружень біля кутової точки посилюється.

1. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. – М. : Наука, 1977. – 640 с.
2. Нобл Б. Применение метода Винера – Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. – М. : Изд-во иностр. лит., 1962. – 279 с.
3. Уфлянд Я. С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. – Л. : Наука, 1967. – 402 с.

ON THE STRESS CONCENTRATION NEAR THE TIPS ON THE CRACK AT THE CORNER POINT OF THE INTERFACE OF MEDIA

The plain plastic symmetric problem of the theory of elasticity fore crack at the corner point of the interface of two isotropic media is considered. The solution of the problem is constructed by the Wiener-Hopf method. The stress behaviour near the tip on the crack is investigated.