

УДК 539.375

**Каминский А.А.**

Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины,  
Украина, г. Киев, Нестерова, 3

**Кипнис Л.А., Хазин Г.А., Полищук Т.В., Колмакова В.А.**

Уманский государственный педагогический университет  
им. Павла Тычины

Украина, 20300, г. Умань, ул. Садовая, 2

[g\\_khazin@mail.ru](mailto:g_khazin@mail.ru)

## **О НАЧАЛЬНЫХ ПЛАСТИЧЕСКИХ ПОЛОСАХ В УГЛОВОЙ ТОЧКЕ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ИЗОТРОПНЫХ СРЕД**

*Рассмотрена симметричная задача о расчете начальных пластических полос вблизи угловой точки границы раздела изотропных сред. Пластическая полоса моделируется линией разрыва касательного смещения. Решение соответствующей задачи теории упругости построено методом Винера – Хопфа. Определены длина и направление развития пластической полосы.*

Разрушение упругопластических материалов происходит после развития в них вблизи различных остроконечных концентраторов напряжений пластических зон предразрушения.

Определение конфигурации и размеров локальных пластических зон предразрушения позволяет описать напряженно – деформированное состояние материалов в окрестностях остроконечных концентраторов, предшествующее разрушению, и является одной из центральных проблем механики разрушения.

В литературе по механике разрушения опубликовано большое число работ, посвященных решению задач о расчетах пластических зон предразрушения вблизи концов трещин [1-3]. Менее изучены в этом плане другие остроконечные концентраторы напряжений и, в частности, угловые точки кусочно-однородных тел. В данной работе решена симметричная задача о расчете начальных пластических полос-зон вблизи угловой точки границы раздела изотропных сред, развивающихся под углом к этой границе.

В условиях плоской деформации в рамках симметричной задачи рассмотрим кусочно-однородное изотропное упругопластическое тело с границей раздела сред в форме сторон угла. С ростом внешней нагрузки вблизи угловой точки границы раздела сред, представляющей собой остроконечный концентратор напряжений, появляется и развивается пластическая зона, расположенная в более пластичном материале. Будем изучать лишь начальный этап развития пластической зоны, считая внешнюю нагрузку достаточно малой. Тогда размер зоны будет значительно меньше размеров тела.

Известно, что в начальной стадии своего развития пластические деформации вблизи угловых точек – концентраторов напряжений (в частности, вблизи концов трещин) локализованы в тонких слоях материала – узких пластических полосах, которые принято моделировать прямыми линиями разрыва смещения, исходящими из этих угловых точек [2, 3]. Ниже используется широко распространенная в настоящее время модель пластической зоны с двумя боковыми линиями скольжения. На линии допускается разрыв лишь касательного смещения, а касательное напряжение равно пределу текучести на сдвиг  $\tau$ .

Ставится задача определения длины начальных пластических полос, моделируемых линиями скольжения, и направлений их развития.

Основываясь на вышеизложенном и учитывая малость пластической зоны, приходим к плоской статической симметричной задаче теории упругости для кусочно-однородной изотропной плоскости с границей раздела сред в форме сторон угла, содержащей два прямолинейных разреза конечной длины (линии разрыва касательного смещения), исходящих из угловой точки и расположенных внутри одного из углов, как показано на рис. 1.

На бесконечности реализуется асимптотика, представляющая собой решение аналогичной задачи без разрезов, порождаемое единственным на интервале  $(-1;0)$  корнем ее характеристического уравнения. Произвольная постоянная  $C$ , входящая в это решение, считается заданной. Она характеризует интенсивность внешнего поля и должна определяться из решения внешней задачи.

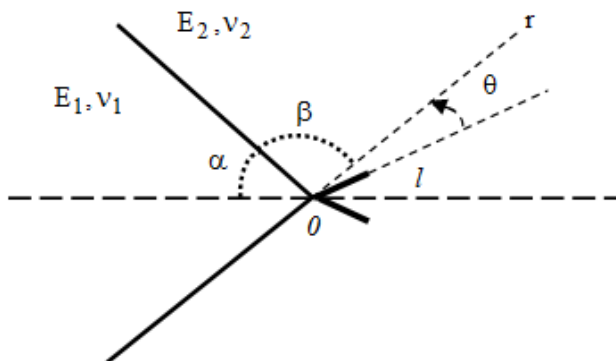


Рис.1

Сформулированная задача теории упругости сводится к функциональному уравнению Винера-Хопфа. Строится точное решение уравнения и определяется коэффициент интенсивности напряжений в конце разреза. Длина  $l$  пластической полосы находится из условия ограниченности напряжений вблизи конца линии разрыва касательного смещения, т.е. из условия равенства нулю коэффициента интенсивности напряжений.

Имеет место формула вида

$$l = L(\alpha, \beta, E_1/E_2, \nu_1, \nu_2) \left( \frac{|C|}{\tau} \right)^{-1/\lambda}, \quad (1)$$

где  $L$  – известная функция,  $\lambda(\alpha, E_1/E_2, \nu_1, \nu_2)$  - показатель степени сингулярности напряжений в угловой точке при отсутствии линий разрыва.

Следуя [3], направление развития пластической полосы будем определять из условия максимума ее длины.

Согласно (1), в качестве угла наклона пластической полосы к границе раздела сред должно быть выбрано то значение  $\beta \in [0; \pi - \alpha]$ , которое доставляет наибольшее значение функции  $L(\beta)$ .

Зависимость  $L(\beta)$ ,  $\beta \in [0; \pi - \alpha]$  качественно изображена на рис.2 ( $E_1/E_2 > 1, \nu_1 = \nu_2 = 0,3$ ).

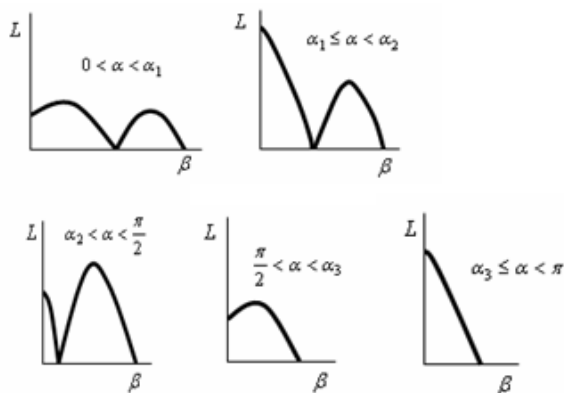


Рис.2

Значениям  $E_1 / E_2$ , равным 2; 3; 5; 10, соответствуют значения  $\alpha_1^\circ$ , равные  $37,3^\circ; 35,9^\circ; 22,4^\circ; 16,5^\circ$ , значения  $\alpha_2^\circ$ , равные  $43,8^\circ; 43,2^\circ; 42,6^\circ; 41,3^\circ$ , и значения  $\alpha_3^\circ$ , равные  $132,2^\circ; 137,7^\circ; 127,1^\circ; 123,4^\circ$ .

Некоторые значения угла наклона пластической полосы к границе раздела сред, выраженные в градусах, приведены в таблицах 1, 2. Если  $\alpha^\circ \geq 135^\circ$ , то значение угла наклона равно нулю.

Таблица 1

$\alpha^0$	$E_1 / E_2$			
	2	3	5	10
10	32,1	29,4	18,1	10,2
15	25,8	22,3	10,9	3,5
20	20,2	15,7	5,2	0
25	14,3	11,5	0	0
30	8,6	6,1	0	0
35	4,4	1,2	0	0
40	0	0	0	0
45	88,3	87,8	86,3	85,4
50	84,1	83,4	81,5	81,1
55	79,1	78,3	77,3	76,2
60	74,5	73,3	72,4	71,8
65	69,3	68,6	68,2	67,3

Таблица 2

$\alpha^0$	$E_1 / E_2$			
	2	3	5	10
70	64,4	64,2	63,1	62,9
75	59,2	58,9	58,7	58,4
80	55,3	55,1	54,4	54,2
85	50,2	49,8	49,6	48,7
95	40,5	39,4	38,3	37,7
100	34,4	34,1	32,5	31,3
105	28,7	28,3	26,2	25,1
110	23,1	22,4	20,3	18,4
115	18,3	17,2	14,1	11,8
120	12,9	12,2	8,4	6,2
125	8,4	7,5	3,3	0
130	3,2	1,7	0	0

Пусть  $E_1 / E_2 > 1$  фиксировано ( $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$ ). При  $\alpha < \alpha_1$  начальные пластические полосы развиваются под углом к границе раздела сред, уменьшающимся с увеличением  $\alpha$ . При  $\alpha_1 \leq \alpha < \alpha_2$  они развиваются вдоль границы раздела сред. При  $\alpha_2 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$  и  $\frac{\pi}{2} \leq \alpha < \alpha_3$  развивающиеся начальные пластические полосы снова составляют с границей раздела сред угол, уменьшающийся с увеличением  $\alpha$ , а при  $\alpha \geq \alpha_3$  – развиваются вдоль нее.

Если  $E_1 / E_2 > 1$  возрастает, то угол наклона начальных пластических полос к границе раздела сред уменьшается, а область  $[\alpha_1; \alpha_2) \cup [\alpha_3; \pi)$  значений  $\alpha$ , при которых начальные пластические полосы развиваются вдоль границы раздела сред, расширяется.

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы. С ростом модуля параметра нагружения  $S$  длина начальных пластических полос возрастает по степенному закону. Чем больше предел текучести на сдвиг  $\tau$ , тем меньше длина пластических полос.

**Список литературы:** 1. Партон В. З., Морозов Е. М. Механика упруго-пластического разрушения. – М.: Наука, 1985. – 504 с. 2. Витвицкий П. М.,

Панасюк В.В., Ярема С. Я. Пластические деформации в окрестности трещин и критерии разрушения (обзор) // Проблемы прочности. – 1973. - №2. – С. 3-18. 3. Каминский А. А., Кипнис Л. А., Хазин Г. А. Исследование напряженного состояния вблизи угловой точки при моделировании начальной пластической зоны линиями скольжения // Прикладная механика. – 2001. – Т.37, №5. – С.93-99.