

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ВІНЕРА-ХОПФА ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ  
КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДЛЯ СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ,  
ЩО МОДЕЛЮЮТЬ ПРОЦЕС ПОЧАТКОВОГО ПЛАСТИЧНОГО  
ДЕФОРМУВАННЯ

Кіпніс Л.А., Дудик М.В., Хазін Г.А., Колмакова В.О.

Уманський державний педагогічний університет ім. П. Тичини (Умань)

Пропонується підхід до дослідження гострокінцевих концентраторів напружень у кусково-однорідному ізотропному пружнопластичному тілі в умовах плоскої задачі з точки зору початкового розвитку біля них пластичних деформацій. Початкові вузькі пластичні смужки-зони моделюються прямими лініями розриву переміщення, які виходять з кутових точок - концентраторів напружень.

Суть підходу полягає у зведенні пружнопластичної задачі для тіла з концентраторами напружень до статичних задач математичної теорії пружності для клиновидних тіл з однією точкою зміни крайових умов і умовою на нескінченності, що дозволяє врахувати вплив зовнішнього поля; побудові точних розв'язків відповідних до них крайових задач для системи диференціальних рівнянь; визначенні на основі цих розв'язків довжин ліній розриву і кутів їх нахилу до межі тіла та встановленні з використанням одержаних результатів механізму початкового розвитку пластичних зон біля концентраторів напружень.

Для розв'язання крайових задач та дослідження їх особливих точок застосовується метод Вінера-Хопфа у поєднанні з апаратом інтегрального перетворення Мелліна. При цьому факторизація скалярного або двовимірного матричного коефіцієнта функціонального рівняння Вінера-Хопфа здійснюється шляхом його розщеплення на функцію, яка елементарно факторизується за допомогою гамма-функцій, і функцію (матричну функцію), яка факторизується за допомогою деяких відомих положень теорії крайових задач для функції комплексної змінної. Розв'язки функціональних рівнянь виражаються через інтеграли типу Коші та гамма-функції.

З використанням запропонованого підходу в рамках різних моделей з лініями розриву переміщення здійснено розрахунки початкових пластичних зон біля кінця тріщини; у симетричних випадках кутових точок отвору, жорсткого включення, межі розділу двох середовищ, точки зіткнення ліній ковзання, кінця тріщини, яка виходить на межу розділу двох середовищ; біля кінця тріщини, яка розташована на межі розділу двох середовищ; біля кутової точки жорсткого штампа, що втискується у тіло, та біля деяких інших концентраторів напружень.