

СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МЕХАНІКИ ТА МАТЕМАТИКИ



MODERN PROBLEMS OF MECHANICS AND MATHEMATICS



Національна академія наук України
Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача

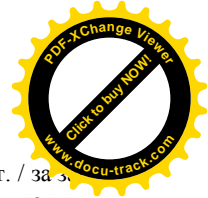
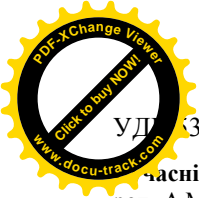
Сучасні проблеми механіки та математики

Збірник наукових праць

*За загальною редакцією
академіка НАН України А.М. Самойленка
та академіка НАН України Р.М. Кушніра*

Том 1

Львів – 2018



УДК 62-39.3; 510(061)

Сучасні проблеми механіки та математики: збірник наукових праць у 3-х т. / за ред. А.М. Самойленка та Р.М. Кушніра [Електронний ресурс] // Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України. – 2018. – Т. 1. – Режим доступу до ресурсу: www.iapmm.lviv.ua/mpm2018

Збірник наукових праць складається з трьох томів. Перший та другий томи збірника містять наукові праці, присвячені проблемам математичного моделювання у механіці деформівних твердих тіл; математичних методів механіки та термомеханіки; механіки неоднорідних твердих тіл і наномеханіки; механіки контактної взаємодії, тіл з тріщинами та тонкими включеннями; динаміки неоднорідних середовищ; оптимізації та проектування елементів конструкцій і біомеханічних систем; міцності та втоми матеріалів. Третій том присвячено сучасним проблемам математики, зокрема, алгебри і топології, теорії функцій і функціонального аналізу, числових методів, диференціальних рівнянь і математичної фізики. Вони були предметом обговорення на Міжнародній науковій конференції «Сучасні проблеми механіки та математики», яка проходила 22-25 травня 2018 р. у Львові.

Для наукових працівників, докторантів, аспірантів, магістрів і студентів, які цікавляться означеними вище проблемами.

Редакційна колегія:

Головний редактор: академік НАН України, д.ф.-м.н., проф. *Р.М. Кушнір*

Заступники: д.ф.-м.н., проф. *О.Р. Гачкевич*, д.ф.-м.н., ст.н.с. *В.О. Пелих*, д.ф.-м.н., проф. *Г.Т. Сулим*

Відповідальні секретарі: к.ф.-м.н., ст.н.с. *В.С. Пакош*, к.ф.-м.н. *Н.М. Івасько*, к.ф.-м.н. *Н.С. Джалюк*

Члени редколегії: академіки НАН України: д.ф.-м.н., проф. *В.Т. Грінченко*, д.ф.-м.н., проф. *З.Т. Назарчук*, д.т.н., проф. *В.В. Панасюк*; члени-кореспонденти НАН України: д.т.н., проф. *О.С. Андрейків*, д.т.н., проф. *В.С. Гудрамович*, д.ф.-м.н., проф. *Г.С. Кім*; д.ф.-м.н., проф. *М.М. Войтович*, д.ф.-м.н., проф. *А.В. Загороднюк*, д.ф.-м.н., проф. *Я.О. Жук*, д.ф.-м.н., проф. *К.Б. Казарян*, д.ф.-м.н., проф. *П.І. Каленюк*, д.ф.-м.н., проф. *П.П. Костробій*, д.ф.-м.н., ст.н.с. *Я.І. Кунець*, д.ф.-м.н., ст.н.с. *Х.Й. Кучмінська*, д.ф.-м.н., проф. *В.В. Лобода*, д.ф.-м.н., проф. *Р.М. Мартиняк*, д.ф.-м.н., проф. *М.В. Марчук*, д.ф.-м.н., проф. *В.В. Михаськів*, д.т.н., проф. *В.В. Можаровський*, д.ф.-м.н., проф. *М.М. Николішин*, д.ф.-м.н., проф. *В.М. Петричків*, д.ф.-м.н., проф. *В.Я. Підстригач*, д.ф.-м.н., проф. *В.Г. Попов*, д.ф.-м.н., ст.н.с. *Б.В. Процюк*, д.т.н., ст.н.с. *Я.Д. П'янило*, д.ф.-м.н., проф. *М.П. Саврук*, д.ф.-м.н., проф. *Я.Г. Савула*, д.ф.-м.н., ст.н.с. *Ю.В. Токовий*, д.ф.-м.н., проф. *В.Ф. Чекурін*, д.ф.-м.н., ст.н.с. *А.В. Ясінський*

Рецензенти: *І.М. Дмитрах*, член-кореспондент НАН України, д.т.н., проф., *М.М. Зарічний*, д.ф.-м.н., проф., *Є.Я. Чапля*, д.ф.-м.н., проф.

Ухвалено до друку

Вченою радою Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України



National Academy of Sciences of Ukraine
Pidstryhach Institute for Applied Problems
of Mechanics and Mathematics



Modern Problems of Mechanics and Mathematics

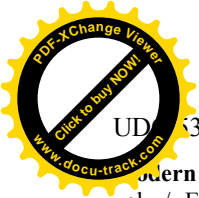
Collection of scientific papers

Edited by

*Academician of NAS of Ukraine A.M. Samoilenko
and Academician of NAS of Ukraine R.M. Kushnir*

Volume 1

L'viv – 2018



UDC 539.3; 510(061)

Modern problems of Mechanics and Mathematics: collection of scientific papers in 3 volumes. / Edited by A.M. Samoilenko, R.M. Kushnir [Electronic resource] // Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics NAS of Ukraine. – 2018. – Vol. 1. – Access mode: www.iapmm.lviv.ua/mpmm2018.

The collection of proceedings contains three volumes. The first and second volumes deal, basically, with such problems: mathematical modelling in mechanics of deformable solids, mathematical methods of mechanics and thermomechanics; mechanics of non-homogeneous solids and nanomechanics, mechanics of contact interaction, solids with cracks and thin inclusions; dynamic problems of non-homogeneous environments; optimization and design of elements of the constructions and biomechanics systems, strength and fatigue of materials. The third volume is devoted to modern problems of mathematics, partially, numerical methods, theory of functions and functional analysis, theory of functions and functional analysis, differential equations and mathematical physics, algebra, geometry and topology. They were the subject for discussion on International Conference «Modern Problems of Mechanics and Mathematics», held on May 22-25, 2018, L'viv.

The book may be useful to scientists, to those working for a doctor's degree, post-graduate students, masters and students of corresponding specialties.

Editorial board

Editor-in-chief: *R.M. Kushnir*

Vice-editors-in-chief: *O.R. Hachkevych, V.O. Pelykh, H.T. Sulym*

Senior secretaries: *V.S. Pakosh, N.M. Ivas'ko, N.S. Dzhaluik*

International Editorial Board: *O.Ye. Andreikiv, V.F. Chekurin, K.B. Ghazaryan, V.S. Hudramovych, V.T. Hrinchenko, P.I. Kalenyuk, H.S. Kit, P.P. Kostrobiiy, Kh.Yo. Kuchmins'ka, Ya.I. Kunets, V.V. Loboda, M.V. Marchuk, R.M. Martynyak, V.V. Mozharovs'kyy, V.V. Mykhas'kiv, Z.T. Nazarchuk, M.M. Nykolyshyn, V.V. Panasyuk, V.M. Petrychkovych, V.Ya. Pidstryhach, V.H. Popov, B.V. Protsyuk, Ya.D. Pyanylo, M.P. Savruk, Ya.H. Savula, M.M. Voitovych, Yu.V. Tokovyy, A.V. Yasins'kyy, A.V. Zagorodnyuk, Ya.O. Zhuk*

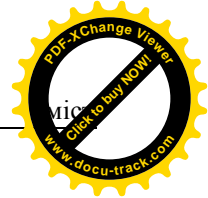
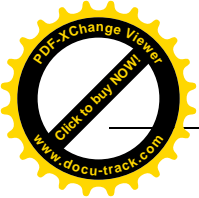
Reviewers: *Ye.Ya. Chaplya, I.M. Dmytrakh, M.M. Zarichnyy*

Approved for publishing

by the Academic Council of Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics NAS of Ukraine

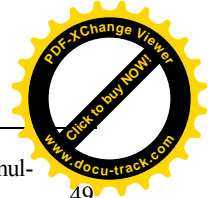
ISBN 978-966-02-8502-6 (common, electronic edition)
ISBN 978-966-02-8503-3 (v. 1)

© Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics NAS of Ukraine



ЗМІСТ

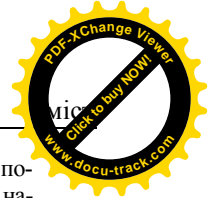
Кіт Григорій, Кушнір Роман Академік Я.С. Підстригач – видатний вчений, організатор науки та громадянин	14
Акопян Ваграм Осесимметричное напряженное состояние равномерно слоистого пространства с периодическими межфазными дискообразными дефектами	22
Андрейків Олександр, Скальський Валентин, Долінська Ірина Моделі заповненого руйнування елементів конструкцій за дії фізико-хімічних чинників і локальної повзучості	23
Боднар Дмитро, Дмитришин Роман Про збіжність деяких класів гіллястих ланцюгових дробів з нерівнозначними змінними	25
Гарт Етері, Гудрамович Вадим Проекційно-ітераційний варіант методу локальних варіацій та його застосування до задач стійкості оболонкових конструкцій при локалізованих навантаженнях	28
Дацишин Олександра Моделювання еволюції типових контактнo-втомних пошкоджень в залізничних рейках	30
Дробенко Богдан, Будз Степан, Асташкін Володимир Напружено-деформований стан та експлуатаційний ресурс елементів енергообладнання	32
Івасишен Степан, Мединський Ігор Фундаментальні розв'язки задач Коші для ультрапараболічних рівнянь типу Колмогорова	34
Крак Юрій Побудова роботизованої системи нанесення біосумісних покриттів на імпланти	36
Марчук Михайло, Сіренко Володимир, Харченко Володимир, Клименко Дмитро Математичні моделі та сучасні програмні засоби оцінки міцності елементів ракетно-космічної техніки з композиційних матеріалів	37
Пастернак Ярослав, Сулим Георгій Термомагнітоелектропружність тіл із тонкими оболонковими та нитковими недеформівними електропровідними включеннями	39
Пелих Володимир, Тайстра Юрій Клас точних розв'язків рівнянь Максвелла у полі Керра і нові ефекти у полі чорних дір	41
Попов Всеволод Визначення динамічних КІН для тріщини у вигляді ламаної в умовах антиплоскої деформації	43
Шарковський Олександр Дескриптивна теорія детермінованого хаосу	45
Auzinger Winfried Sharp a posteriori error estimation for symmetric one-step integrators	46
Avetisyan Ara, Khachatryan Vazgen Converters of electro-acoustic waves. Vacuum-crystalline filters and resonators	47



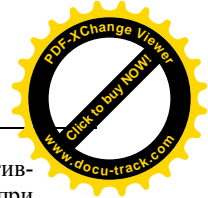
Khminska Khrystyna Corresponding multidimensional continued fractions for multiple power series	49
Mykhas'kiv Viktor, Kushch Volodymyr, Strelnikova Elena Multipole expansion and boundary element analysis in computational nanomechanics of composites .	51
Pidstrygach Victor Generalised Seiberg-Witten equations and gauge theories on manifolds with exceptional holonomy	52
Sladek Jan, Sladek Vladimir, Wünsche Michael Micro/nano-sized magneto-electro-elastic structures analyzed by strain gradient theory	56
Zhao Ya-Pu A full-stress model for hydraulic fracturing: the combined effects of pressure and shear stress for a power-law fluid	58
Zhuk Yaroslav, Hashemi Mohammad Thermomechanical instability and fatigue life prediction of transversely isotropic nanocomposite rod under combined static and harmonic loading	60

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ У МЕХАНІЦІ ДЕФОРМІВНИХ ТВЕРДИХ ТІЛ

Аветісян Ара, Мусій Роман, Мельник Наталія, Тарлаковський Дмитро Варіант моделі біметалевого неферромагнітного термопружного шару за дії однорідного нестационарного електромагнітного поля	62
Боженко Богдан, Онишко Олексій, Метельські Анджей, Моринь Стефан Фізико-механічний стан біметалевої пластини, виготовленої зі сталі та нікеліду титану, за термомеханічного навантаження	64
Боженко Богдан, Онишко Олексій, Станік-Беслер Аніда, Адріан Торський Моделювання термомеханічних процесів у твердих тілах при структурних перетвореннях за дії електричного поля	66
Водка Олексій До прогнозування механічних властивостей чавунів на основі аналізу їх мікроструктури	68
Волчанські Томаш, Козакевич Тереза, Муліцка Івона Дослідження та оптимізація залишкових структурного і напруженого станів сталевих пластин за нагріву рухомими джерелами тепла при врахуванні вибраних термічних і технологічних факторів	69
Гачкевич Микола, Казарян Карен, Тріщ Богдан Моделювання температурних полів в алгоритмі оптимізації режимів нагріву конвективним способом і джерелами тепла кусково-однорідних оболонок	71
Гачкевич Микола, Козярська Анна, Чорний Борис, Шинкаренко Георгій Моделювання температури і теплових деформацій в прямих задачах термомеханіки в алгоритмах оптимізації за напруженим станом режимів технологічного нагріву кусково-однорідних скляних оболонок	73

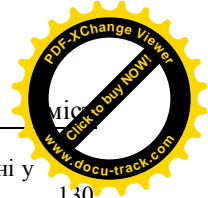


Гачкевич Олександр, Гуменчук Орест, Маринівч Анджей Температурні поля і напруження в частково прозорих тілах за теплового опромінення при наявності порожнин та відбиваючих поверхонь	75
Гачкевич Олександр, Івасько Роман, Станік-Беслер Аніда Термомеханічна поведінка магнітним'якого феромагнітного шару при дії усталеного електромагнітного поля за підмагнічування	77
Гачкевич Олександр, Чурик Ігор Моделювання залишкових напружень у титанових сплавах при нагріві – охолодженні	79
Голубева Елена, Аль-Абси Рушди Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния труб из неоднородных материалов с учетом явлений вязкоупругости	82
Голубець Тарас Моделювання напружень у зволоженому пористому шарі за двостороннього мікрохвильового опромінення	84
Горбунович Ірина Виникнення біфуркаційних станів обертових гіпердовгих стрижнів	86
Грицина Ольга До побудови градієнтної теорії діелектриків з електричними квадруполями	88
Гаск Максиміліан, Козакевич Тереза, Моринь Стефан Моделювання та оптимізація залишкових структурного і напруженого станів маловуглецевої низьколегованої сталеві пластини при нагріві рухомими розподіленими джерелами тепла	90
Дробенко Богдан, Будз Степан, Асташкін Володимир Фазовий склад низьколегованої сталі на етапі його формування	92
Жук Олександр, Жук Ярослав Дія звукової хвилі на нерухому жорстку сферу в околі вільної поверхні рідини	93
Іваницький Ярослав, Гембара Оксана, Чепіль Ольга, Сапужак Ярослав Апробація енергетичного підходу для моделювання нагромадження пошкодження в металі елементів енергетичного обладнання	95
Ірза Євгеній, Козярска Анна, Можаровський Валентин Модель термомеханіки за термічного навантаження тіл обертання з термов'язкопружних функціонально-градієнтних матеріалів	97
Ірза Євгеній, Равска-Скотнічни Анна, Гаєвська Любов Числова модель оптимізації режимів технологічного нагріву тіл обертання з термов'язкопружних функціонально-градієнтних матеріалів	99
Киселев Михаил Идентификация механических свойств материалов по косвенным измерениям	101
Колодяжний Анатолій, Меднікова Маргарита Про межі застосовності моделі А.І. Лур'є в задачах напружено-деформованого стану оболонки з круговим отвором	103



СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МЕХАНІКИ ТА МАТЕМАТИКИ

Савченко Софія, Киричок Іван, Жук Ярослав Резонансні коливання і дисипативний розігрів гнучкої в'язкопружної кільцевої пластини з п'єзошарами при врахуванні деформації зсуву	105
Лабібов Расим, Черняков Юрий Линии локализации при чистом изгибе пластины в ее плоскости	106
Махненко Олег, Кандапа Степан Математичне моделювання радіаційного розпухання вигородки реактора ВВЕР-1000	108
Махненко Олег, Костеневич Олена Вплив залишкових напружень в патрубковій зоні корпусу реактора ВВЕР-1000 на результати оцінки опору крихкому руйнуванню	110
Михайлишин Віра Термомеханічні пружнопластичні процеси у відпалених виробках при моделюванні умов їх експлуатації	112
Мусій Роман, Мельник Наталя, Зашкільняк Іванна, Войтечек-Ляцак Катяжина Математичне моделювання термопружної поведінки електропровідної системи (кулі з тонким покриттям) за нестационарної електромагнітної дії	114
Нагірний Тарас, Сенік Юлія Напружено-деформований стан електропровідного неферомагнітного шару із урахування геометричної неоднорідності його поверхні	116
Олійник Андрій, Незамай Борис Комплексна математична модель аварійної ситуації на трубопроводах та оцінка її впливів на довкілля	117
Павлюк Ярослав, Фернаті Павло, Рагуліна Віра Визначення параметрів дробово-експоненційних ядер спадковості у нелінійно-в'язкопружних матеріалах в кубічній теорії в'язкопружності	119
Полищук Татьяна, Кипнис Леонид, Селиванов Михаил, Черноиван Юрий Маломасштабная пластическая зона предразрушения в точке пересечения линий микропластического деформирования	121
Рожок Лілія Моделювання напруженого стану порожнистих циліндрів з поперечним перерізом у вигляді з'єднаних угнутих напівгофрів при дії локального навантаження	123
Сенченков Игорь, Червинко Ольга, Доля Елена Математическое моделирование термомеханических процессов при многослойной наплавке листовых элементов конструкций	125
Сеньків Леся, Дяків Василь Моделювання напружено-деформованого стану ортотропної пружно-пластичної циліндричної оболонки з тріщиною вздовж гвинтової лінії	127
Силованюк Віктор, Ліснічук Андрій, Івантишин Наталя Модель тонких анізотропних прошарків та включень у суцільному середовищі	128



Ганкіна Наталя Моделювання процесу крихкого удару кулею по пластині у фрактальній постановці	130
Терлецький Ростислав, Брухаль Мар'ян, Журавска Александра Термонапружений стан системи шарів різної прозорості за теплового опромінення зі сторони непрозорого шару	132
Феньків Володимир, Дудик Михайло, Решітник Юлія Комплексна модель зони передруйнування в кінці міжфазної тріщини, що виходить з кутової точки ламаної межі поділу матеріалів	134
Фурман Віталій, Хом'як Микола, Хом'як Леонід Моделювання траєкторій напружень для гірського масиву в зоні тектонічного розлому	135
Черняков Юрий, Шнейдер Владимир Бифуркационный критерий устойчивости вязкопластических тел	137
Чопоров Сергій Проекційний підхід до генерації поверхневих сіток при функціональному поданні тіл	139
Шаповалова Марія Визначення складу сталі, виходячи із даних мікроструктурного аналізу	141
Штойко Іван Математична модель для визначення залишкового ресурсу газопроводу за дії постійного тиску, ґрунтової корозії і деградації його матеріалу	142
Ghazaryan Karen, Mozharovsky Valentin, Ohanyan Sergey, Sarkisyan Samvel Generalized Love waves in bi-material waveguide with viscous slip interface ...	144
Rushchitsky Jeremiah Auxetic materials: using nonlinear models as the next stage of study	146

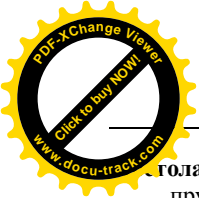
МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ МЕХАНІКИ ТА ТЕРМОМЕХАНІКИ

Бойчук Юрій, Чекурін Василь Обернена задача визначення радіаційних поверхневих властивостей діелектричних шарів	151
Веремейчик Андрей, Хвисевич Виталий Исследование напряженно-деформированного состояния неравномерно нагретого цилиндра конечной длины в условиях нейтронного облучения	153
Вовк Оксана, Соляр Тетяна Дослідження ефективності числового обернення перетворення Лапласа в задачі теплопровідності для термочутливого півпростору	155
Гарматій Галина, Калиняк Богдан Неусталений термомпружний стан термочутливої двошарової плити із залежними від поперечної координати характеристиками	157

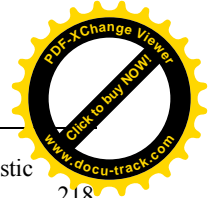


СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МЕХАНІКИ ТА МАТЕМАТИКИ

Голошко Володимир Математичне моделювання та дослідження термопружного стану п'ятишарової термочутливої порожнистої кулі за складного теплообміну	159
Дудик Михайло Наближений метод розв'язання матричних рівнянь Вінера-Гопфа в задачах прикладної механіки	161
Жук Ярослав, Остос Олександр Вплив попереднього деформування на циклічну термомеханічну поведінку еластомерного в'язкопружного циліндра	162
Зеленський Анатолій Про знаходження загального розв'язку системи диференціальних рівнянь в теорії згину нетонких пластин	164
Кагадій Тетяна Метод збурення в задачах електропружності	166
Кіт Григорій, Андрійчук Роман Термонапружений стан півпростору з вільною або жорстко закріпленою межею за теплоізоляції у паралельній до неї області	168
Кіт Григорій, Івасько Наталія Плоска деформація півбезмежного тіла з вільною або жорстко закріпленою межею за теплоізоляції у паралельній до неї стрічковій області	170
Колодій Юрій, Турчин Ігор, Хома Василь Змішана квазістатична задача термопружності для плити з покриттям при фрикційному нагріванні	172
Коляно Ярослав, Сасс Тарас, Свирид Оксана Нестационарна задача термовологопровідності для двошарової пластини щодо конвективного і кондуктивного сушіння поліграфічних матеріалів	173
Курпа Лідія, Ткаченко Вікторія, Шматко Тетяна Дослідження стійкості багатошарових пластин з отворами складної форми за допомогою теорії R-функцій та варіаційних методів	175
Курпа Лідія, Шматко Тетяна Застосування теорії R-функцій для дослідження нелінійних коливань функціонально градієнтних пологих оболонок з урахуванням температурного середовища	177
Кушнір Роман Про науковий доробок професора В.С. Поповича з термомеханіки неоднорідних тіл	179
Лавренюк Василь, Лавренюк Микола Методи розрахунку напружено-деформованого стану анізотропної неоднорідної пластини на пружній основі	183
Махоркін Ігор Узагальнені функції в задачах стаціонарної теплопровідності термочутливих багатошарових структур простої геометрії	184
Ориняк Ігор, Селіверстова Ірина, Антонченко Віталій, Дубик Ярослав Застосування понять довгого та короткого рішень для визначення напружень у секторному згині	186
Петров Олександр, Черняков Юрій, Стеблянко Павло Феноменологічна модель термо-пружно-пластичної поведінки матеріалу з пам'яттю форми	188



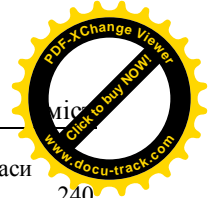
Гололак Леся, Чекурін Василь Визначення осесиметричних залишкових напружень у скінченному циліндрі з використанням варіаційного методу одно-рідних розв'язків	190
Процюк Борис Нестационарні задачі теплопровідності для термочугливого шару за аеродинамічного нагрівання	191
Процюк Борис, Синюта Володимир Температурне поле двошарового циліндра, зумовлене нормально розподіленим тепловим потоком, який рухається по зовнішній поверхні уздовж направляючої	194
Ревенко Віктор Метод розрахунку напруженого стану циліндричних тіл за допомогою узагальнених квадратичних форм	196
Сеник Андрій Дослідження теплової поведінки термочугливого циліндра під дією потоку енергії	198
Скородинський Ігор Реакція нескінченного в'язкопружного шару, зчепленого з жорсткою основою, на дію рівномірно розподіленого циклічного навантаження	199
Ставиченко Вадим, Пургіна Світлана, Літвінова Анастасія, Шестаков Павло, Шевцов Вадим Температурні напруження у вуглецевому композитному матеріалі, викликані пропусканням електричного струму	201
Сторожук Євген, Максимюк Володимир, Чернишенко Іван Методи розв'язання крайових задач теорії тонких некругових циліндричних оболонок	203
Токовий Юрій, Чиж Анатолій Дослідження осесиметричного термонапруженого стану довгого порожнистого циліндра зі змінними за радіальною координатою теплофізичними та термопружними характеристиками	205
Турчин Ігор, Турчин Ольга Нестационарне температурне поле в півпросторі з неоднорідним покриттям при локальному нагріванні	207
Філіпчук Анастасія, Процеров Юрій, Вайсфельд Наталя Напружений стан циліндра скінченної довжини під дією власної ваги	208
Хома Іван, Прощенко Тетяна, Стригіна Оксана Дослідження напруженого стану трансверсально-ізотропної пластини з круговою порожниною при заданій на поверхні розщиплюючій силі	210
Шваб'юк Василь, Ротко Світлана, Ужегова Ольга До проблеми впливу виду крайових умов на напружено-деформований стан транстропних пластин ...	212
Шевчук Віктор, Гаврись Олександр Дослідження температурного поля півпростору з багатошаровим покриттям за циклічної зміни температури довкілля	214
Ярема Євген, Опанасович Віктор, Слободян Микола Двовісний розтяг кусково-однорідної ізотропної пластини з криволінійною межею поділу матеріалів та прямолінійною тріщиною	216



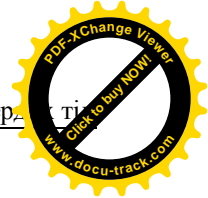
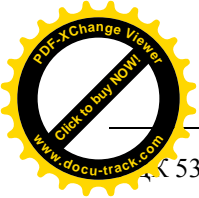
Onenko Nina Plane thermoelastic deformation of a three-layer plate with elastic links between the layers	218
Tokovyy Yuriy, Huang Yu-Hsi, Yen Chien-Yu, Ma Chien-Ching Analytical and experimental evaluation of stresses in elastic annuli subjected to three-point loading on the periphery	220
Yevtushenko Aleksander, Kuciej Michal, Topczewska Katarzyna Effect of the time-dependent profile of friction power on the temperature and thermal stresses in a pad-disc brake system	222
Yevtushenko Aleksander, Kuciej Michal, Topczewska Katarzyna Modelling temperature on the contact surface of the friction elements during optimal braking mode	223

МЕХАНІКА НЕОДНОРІДНИХ ТВЕРДИХ ТІЛ І НАНОМЕХАНІКА

Барахов Костянтин, Куреннов Сергій Напружений стан клейового з'єднання коаксіальних товстінних труб. Спрощена модель	224
Бутрак Іванна, Слободенюк Тетяна Гранично-інтегральне формулювання тривимірної задачі взаємодії пружної хвилі з нановключенням	225
Васильєв Кирил Аналіз пружної рівноваги анізотропного півпростору з тріщиною за поздовжнього зсуву з використанням методу прямого вирізування .	226
Григоренко Олександр, Лоза Ігор, Васильєва Лариса Вимушені осесиметричні коливання порожнистої пезокерамічної кулі з функціонально градієнтного матеріалу	228
Громик Андрій Математичне моделювання коливних процесів у напівобмежених кусково-однорідних клиновидних циліндрично-кругових середовищах .	230
Дегтярьов Кирило, Стрельнікова Олена, Гнітько Василь Вплив нанорозмірного включення на механічні властивості системи матриця-включення для репрезентативного об'єму наноматеріалу	232
Дробенко Богдан, Бурик Олександр, Харченко Володимир Термомеханічна поведінка структурно-неоднорідних тіл складної форми за інтенсивного термосилового навантаження	233
Калиняк Богдан Умови відсутності термонапружень у неоднорідних тілах простоті форми та деякі способи їх реалізації	235
Карнаухов Василь, Козлов Володимир, Карнаухова Тетяна Параметричні коливання тривимірних шаруватих тіл з п'єзоелектричного в'язкопружного матеріалу	237
Кожарін Василь, Тонконоженко Анатолій, Дегтярьов Кирило, Гнітько Василь Напружено-деформований стан перфорованих оболонкових систем під дією високошвидкісного імпульсного навантаження	239



Григорій Петро, Маркович Богдан Вплив поверхні на розподіл густини маси в твердих тілах	240
Куреннов Сергей, Щербакова Юнна Напряженное состояние полубесконечного клеевого соединения. Приближенная двумерная модель	241
Максимук Олександр, Гануліч Надія Циліндричні оболонки під впливом змінних у часі локальних теплових джерел	242
Мачуга Олег, Яхно Олег Енергетичний підхід до формулювання та розв'язування задач механіки неідеалізованих структур	244
Нагірний Тарас, Червінка Костянтин Моделювання взаємозв'язаних процесів у локально неоднорідних твердих розчинах	246
Пороховський Юрій Вплив залишкових напружень на втомне руйнування оболонкових конструкцій із кільцевими зварними з'єднаннями	247
Савельсва Катерина, Дашко Ольга, Симчук Ярослав Числове дослідження взаємодії поперечних плоских хвиль в нанокompозитних матеріалах	249
Хом'як Микола, Марко Ярослав Тестування схем МСЕ з використанням В-сплайнів для теорії пластин Кірхгофа-Лява та С.П. Тимошенка	251
Чернобай Володимир Напружений стан кусково-однорідного тіла з неідеальними еліптичними границями поділу в умовах антиплоского зсуву	253
Алфавітний покажчик	256



МАЛОМАСШТАБНАЯ ПЛАСТИЧЕСКАЯ ЗОНА ПРЕДРАЗРУШЕНИЯ В ТОЧКЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ЛИНИЙ МИКРОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

**Татьяна Полишук, Леонид Кипнис,
Михаил Селиванов, Юрий Черноиван**

*Уманский государственный педагогический университет
имени Павла Тычины (Украина);*

Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины

polischuk_t@ukr.net; fract@inmech.kiev.ua

На этапе плоской упругопластической деформации, предшествующем появлению пластических зон, в теле имеет место микропластическая деформация – движение дислокаций, которое содержит многочисленные линии микропластического деформирования (линии скольжения). Вне этих линий материал тела является линейно-упругим. Если линии микропластического деформирования пересеклись, то точка их пересечения представляет собой остроконечный концентратор напряжений.

На следующем этапе деформации вблизи содержащихся в теле различных остроконечных концентраторов напряжений (концов трещин, угловых точек), в т.ч. вблизи точки пересечения линий микропластического деформирования, возникают и развиваются пластические зоны. Разрушение материала происходит после развития в нем этих зон. Наличие информации о конфигурации и размерах локальных пластических зон позволяет полнее описать напряженно-деформированное состояние материала вблизи остроконечных концентраторов напряжений, предшествующее разрушению. Определение конфигурации и размеров таких зон является одной из основных проблем механики разрушения.

Расчетам привершинных пластических зон в рамках моделей с линиями разрыва смещения в случаях, когда остроконечными концентраторами напряжений являются концы трещин в однородных телах, посвящены работы многих авторов [1-5 и др.]. Целый ряд подобных работ относится к иным угловым точкам – остроконечным концентраторам напряжений. Точка пересечения линий микропластического деформирования в этом направлении не исследовалась. Результаты таких исследований могут быть использованы при изучении одного из дислокационных механизмов зарождения трещин – механизма Коттрелла [6]. Согласно механизму Коттрелла трещина зарождается при пересечении линий микропластического деформирования.

В данной работе методом Винера-Хопфа построено точное решение симметричной задачи теории упругости для плоскости, из точки которой исходят четыре прямые линии разрыва касательного смещения. Две из них полубесконечны, а две – конечной длины. Факторизация коэффициента уравне-

Винера-Хопфа на мнимой оси осуществляется путем его расщепления функции, факторизируемую с помощью гамма-функции, и функцию, факторизируемую с помощью свойств интеграла типа Коши. С использованием этих факторизаций, принципа аналитического продолжения, теоремы Лиувилля и некоторых других положений теории функции комплексной переменной строится точное решение уравнения, выражаемое через интегралы типа Коши и гамма-функции. На основе этого решения определена маломасштабная макропластическая зона предразрушения в точке пересечения линий микропластического деформирования. Она представляет собой пару узких пластических полосок, развивающихся из указанной точки внутри большего угла между линиями микропластического деформирования (Рис. 1) почти по биссектрисе угла α . Получена формула для длины пластических полосок.



Рис. 1

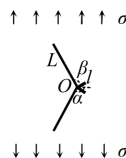


Рис. 2

Показано, что в случае плоскости с линиями микропластического деформирования конечной длины (Рис. 2) с уменьшением острого угла между ними интенсивность напряжений в угловой точке и длина пластической зоны предразрушения увеличиваются.

1. *Panasyuk V.V., Savruk M.P.* Model for plasticity bands in elastoplastic failure mechanics // Mater. Sci. – 1992. – **28**, No. 1. – P. 41-57.
2. *Berezhnitskii L.T., Kundrat N.M.* Plastic bands at the tip of a linear rigid inclusion // Strength of Materials. – 1982. – **11**. – P. 1502-1505.
3. *Бережницький Л.Т., Кундрат Н.М.* О возникновении и развитии пластических деформаций в окрестности остроугольного жесткого включения // Физ.-хим. механика материалов. – 1983. – **19**, № 6. – С. 60-68.
4. *Kaminskii A.A., Kipnis L.A., Khazin G.A.* Study of the stress state near a corner point in simulating the initial plastic zone by slipbands // Int. Appl. Mech. – 2001. – **37**, No. 5. – P. 647-653.
5. *Kaminskii A.A., Kipnis L.A., Khazin G.A.* Analysis of the plastic zone at a corner point by the trident model // Appl. Mech. – 2002. – **38**, No. 5. – P. 611-616.
6. *Панасюк В.В., Андрейкив А.Е., Партон В.З.* Основы механики разрушения материалов. – Киев: Наук. думка, 1988. – 488 с.

SMALL-SCALE PLASTIC PREFRACTURE ZONE AT THE POINT OF INTERSECTION MICROPLASTIC DEFORMATION LINES

The small-scale plastic prefraction zone at the point of intersection microplastic deformation lines is determined. The problem on the plastic zone inserted to the symmetric problem of the theory of elasticity for a plane with four straight tangential rupture lines emerging from it point. Two of them are semi-infinite, and two have a finite length. The exact solution of the problem is constructed by the Wiener-Hopf method.